

加速膨張

Dark Energy
Accelerated Expansion

銀河や惑星等
の誕生
Development of
Galaxies, Planets, etc.

暗黒時代
Dark Ages

光の残映模様
40万年
Afterglow Light
Pattern
400,000 yrs.

消えた反物質の謎： ニュートリノで迫る物質の起源

Inflation
インフレーション

Quantum
Fluctuations
量子揺らぎ

初めての恒星
約4億年
1st Stars
about 400 million yrs.

24/01/19/セミナー@東京女子大学

Big Bang Expansion ビッグバン膨張

梁 正樹 @



WMAP
宇宙探査機



もくじ

1. 消えた反物質の謎
2. ニュートリノで迫る物質の起源
3. 大統一理論との不整合性（最近の研究）

もくじ

1. 消えた反物質の謎
2. ニュートリノで迫る物質の起源
3. 大統一理論との不整合性（最近の研究）

我々はどこから来たのか

D'où venons-nous ? Que sommes-nous ? Où allons-nous ? P. Gouguin, 1897



2006年のWMAPのプレスリリースより

ダークエネルギーによる
加速膨張

光の残映模様
40万年

**Afterglow Light
Pattern**
400,000 yrs.

暗黒時代

Dark Ages

銀河や惑星等
の誕生

**Development of
Galaxies, Planets, etc.**

**Dark Energy
Accelerated Expansion**

Inflation
インフレーション

**Quantum
Fluctuations**
量子揺らぎ

初めての恒星
約4億年

1st Stars
about 400 million yrs.

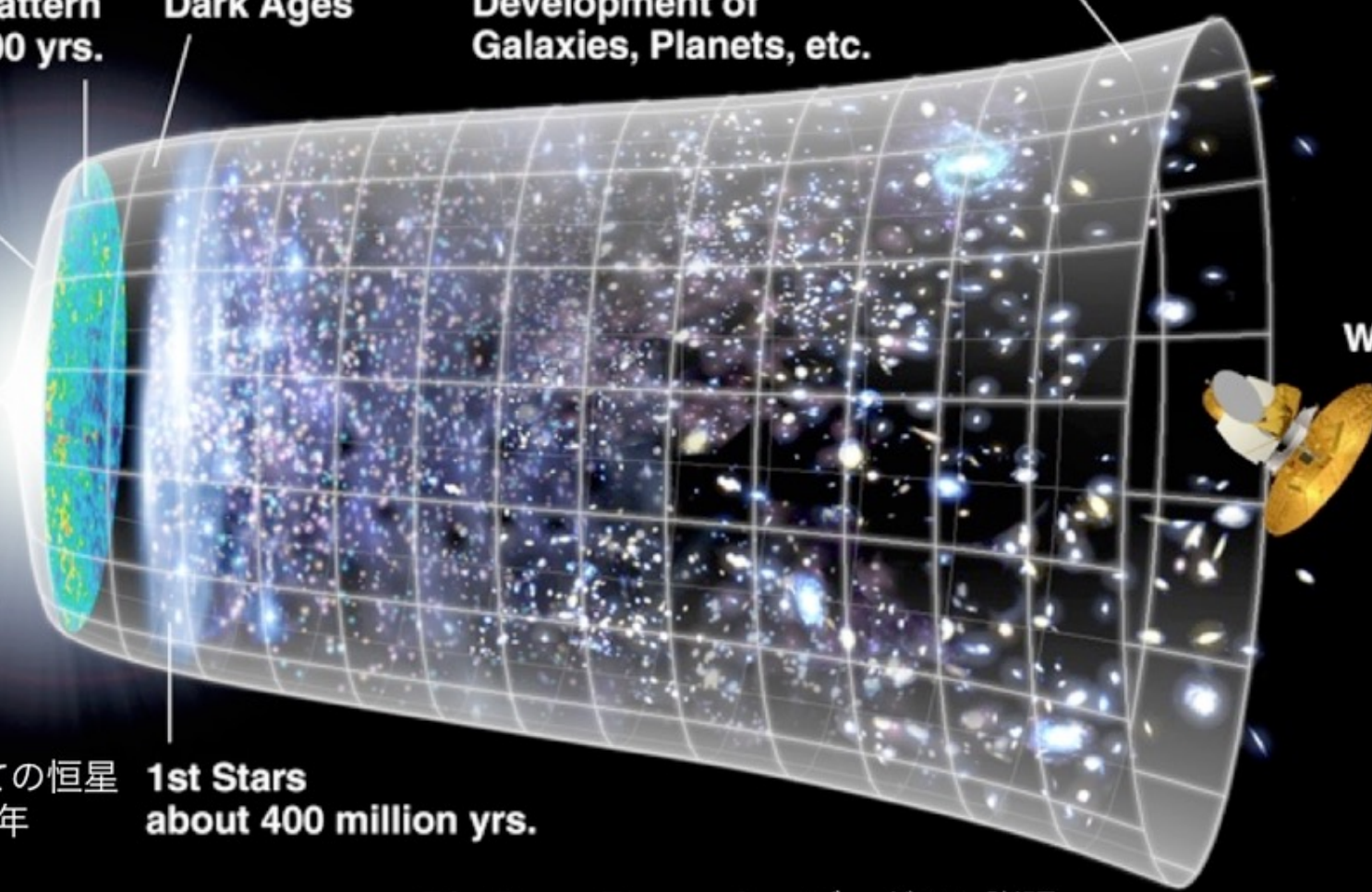
Big Bang Expansion ビッグバン膨張

13.7 billion years

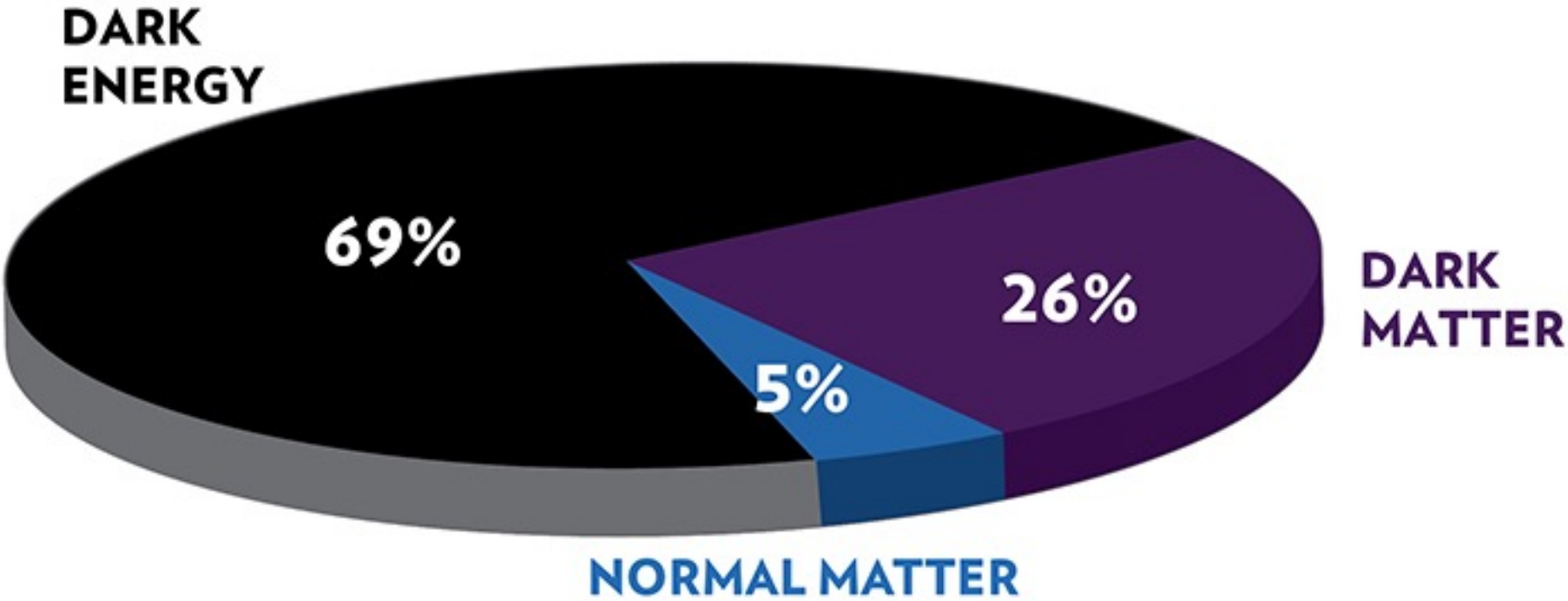
137億年

WMAP

WMAP
宇宙探査機

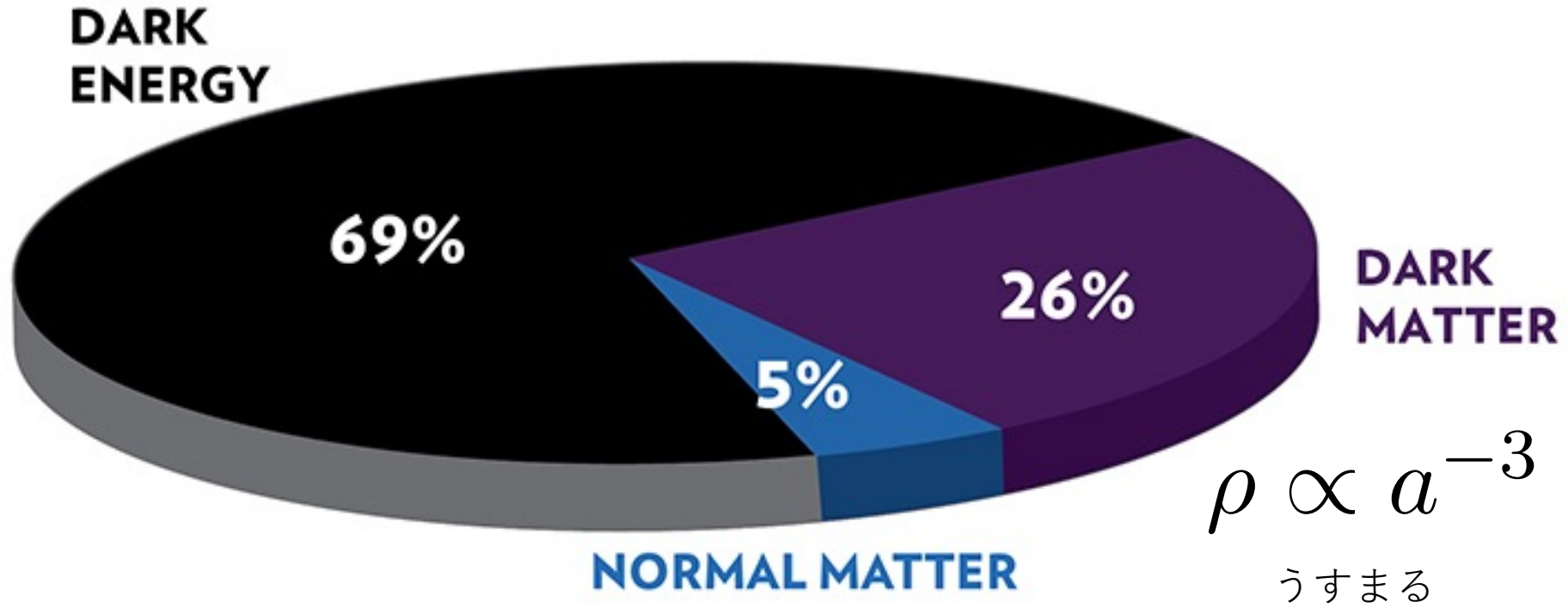


宇宙のエネルギー組成



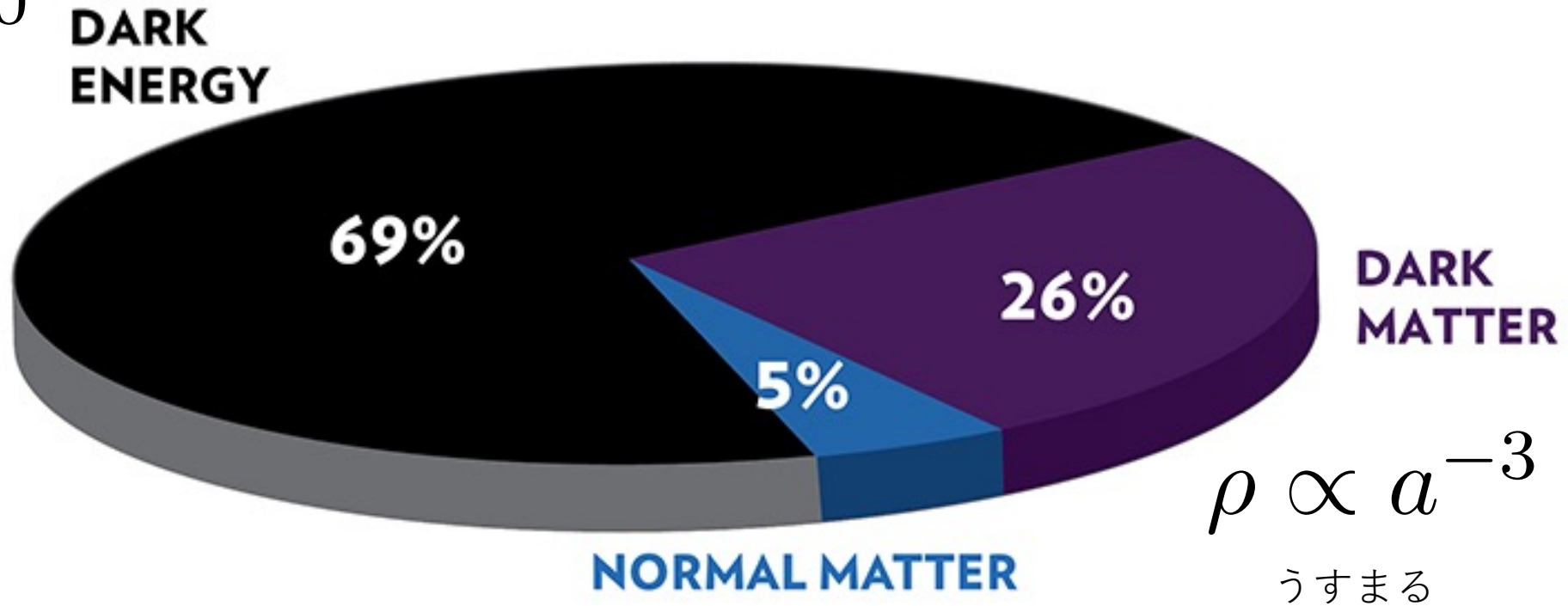
<http://chandra.harvard.edu/graphics/resources/illustrations/pie.jpg>

宇宙のエネルギー組成



宇宙のエネルギー組成

$\rho \propto a^0$
うすまらない



$\rho \propto a^{-3}$
うすまる

宇宙のエネルギー組成

$\rho \propto a^0$
うすまらない

DARK ENERGY

69%

26%

DARK MATTER

5%

NORMAL MATTER

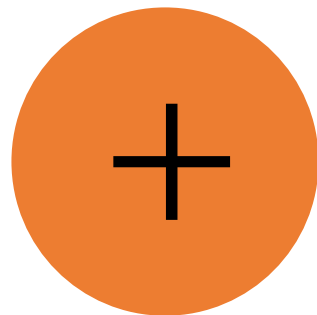
$\rho \propto a^{-3}$

うすまる

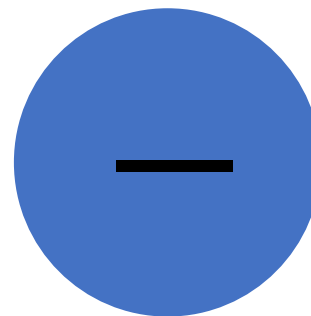
**反物質はいない！
(なぜ?)**

反物質

粒子



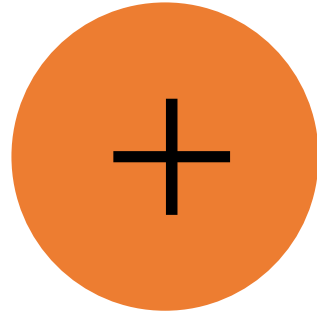
反粒子



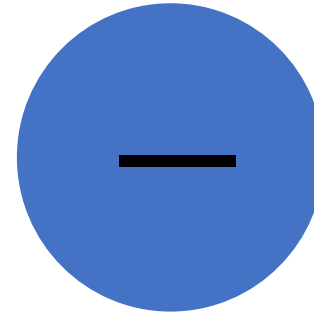
質量などの性質は同じだが、電荷が逆の粒子

反物質

粒子



反粒子

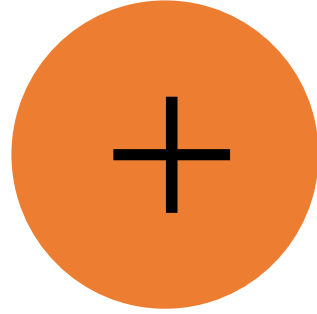


質量などの性質は同じだが、電荷が逆の粒子

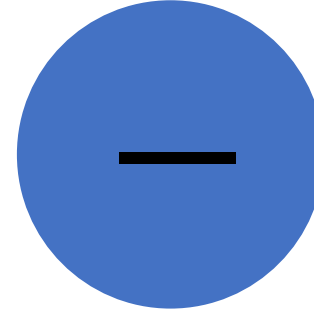
粒子と反粒子が衝突すると対消滅
十分なエネルギーがあれば対生成

反物質

粒子



反粒子



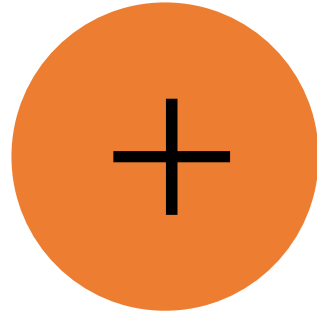
質量などの性質は同じだが、電荷が逆の粒子

粒子と反粒子が衝突すると対消滅
十分なエネルギーがあれば対生成

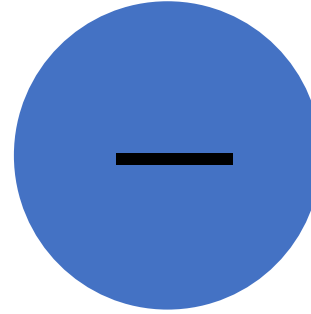
粒子が集まってできたのが**物質**
反粒子が集まってできたのが**反物質**

反物質

粒子



反粒子



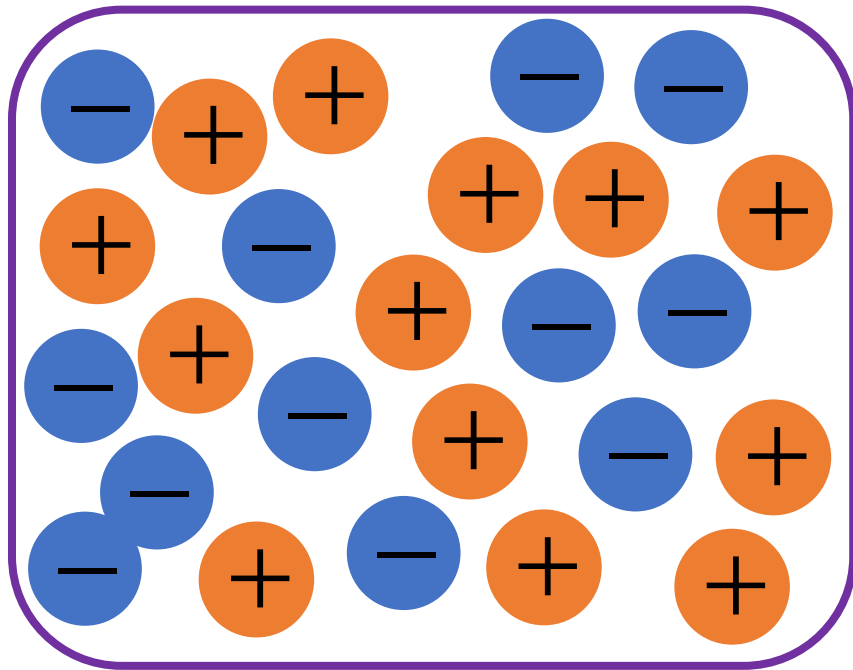
質量などの性質は同じだが、電荷が逆の粒子

粒子と反粒子が衝突すると対消滅
十分なエネルギーがあれば対生成

粒子が集まってできたのが**物質**
反粒子が集まってできたのが**反物質**

この宇宙には反物質がほとんどない

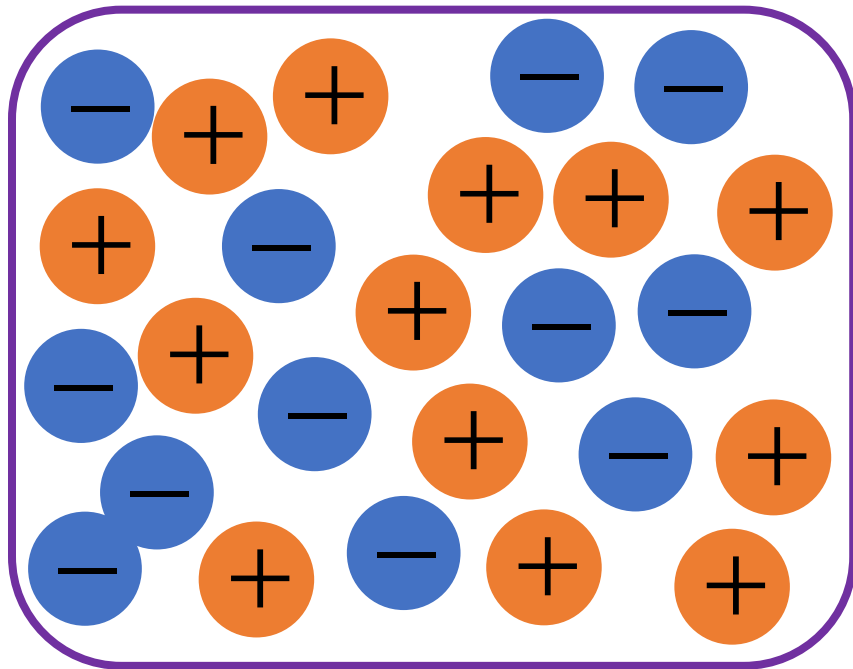
初期宇宙



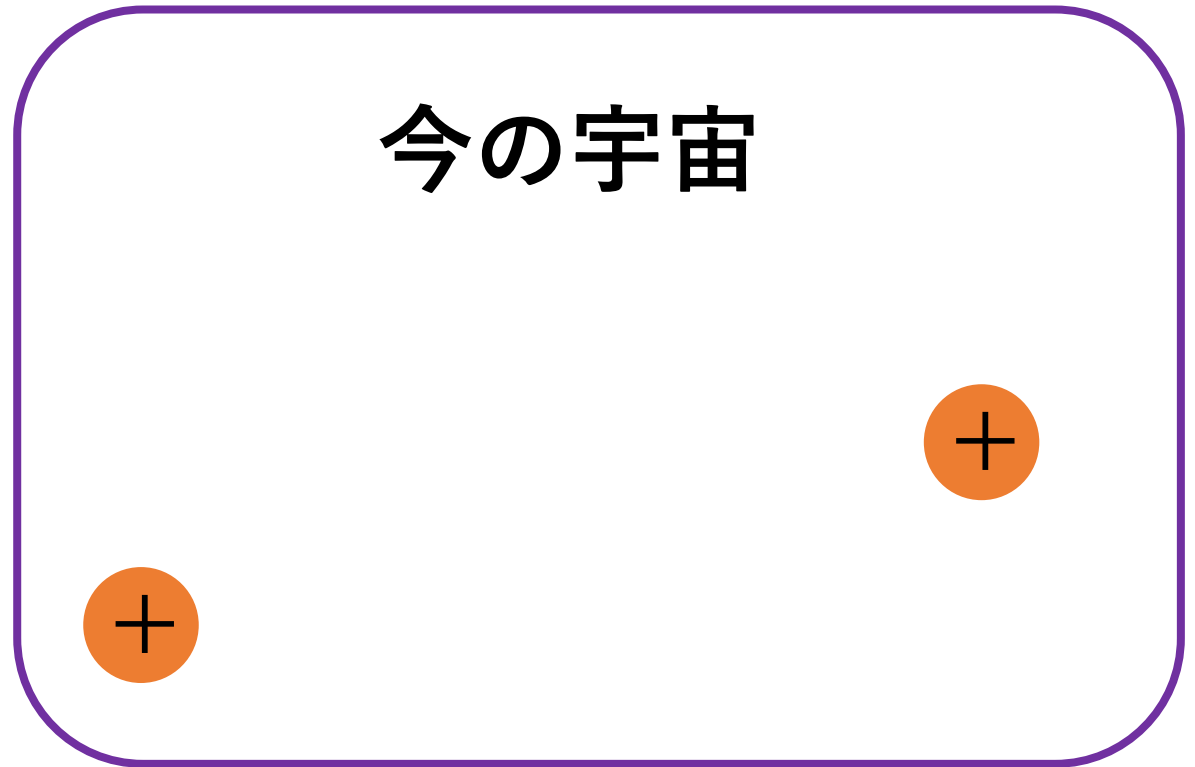
初期宇宙は非常に高温で、物質も反物質も同じくらいあったはず

この宇宙には反物質がほとんどない

初期宇宙



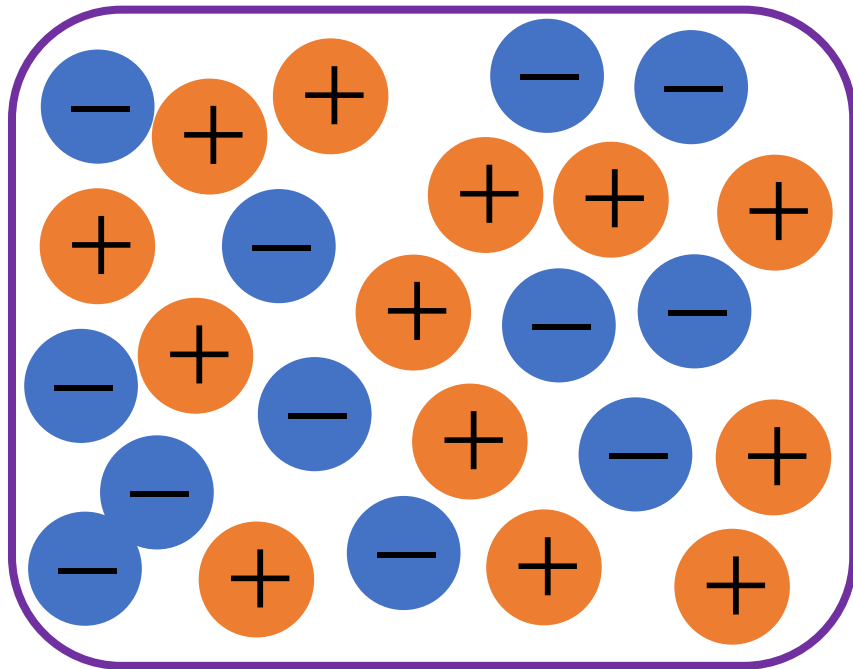
今の宇宙



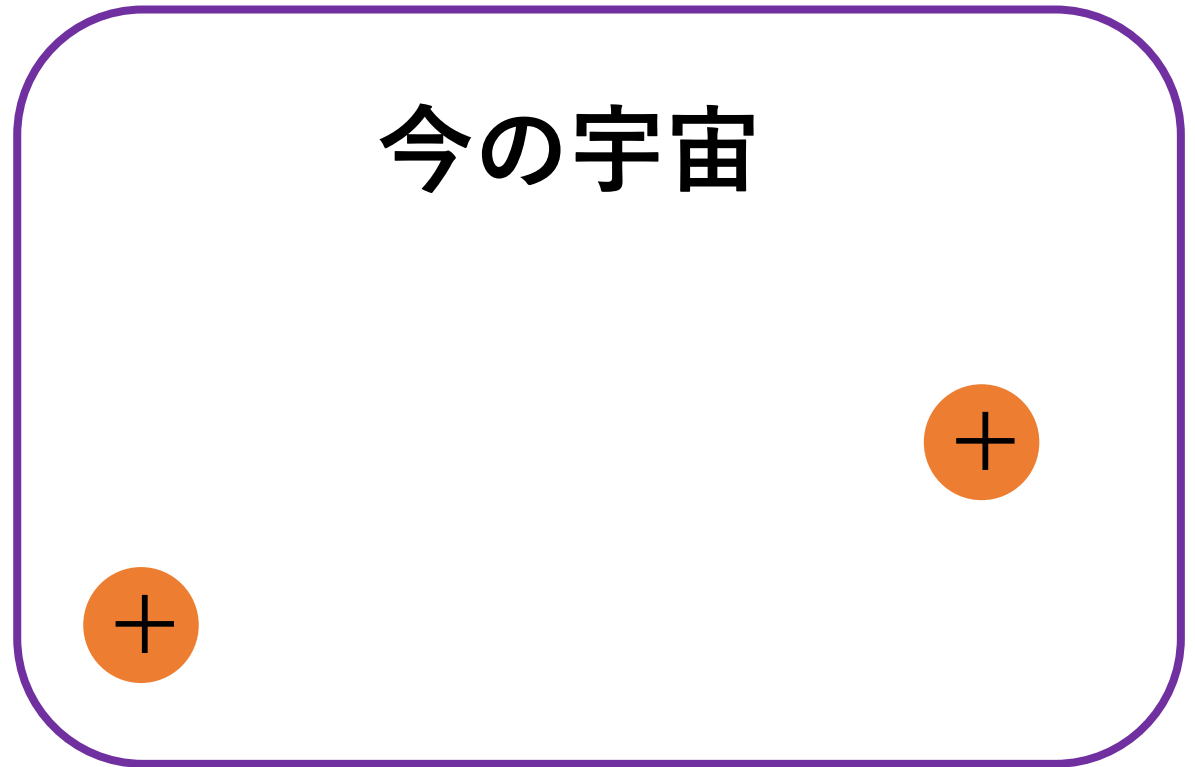
初期宇宙は非常に高温で、物質も反物質も同じくらいあったはず
今の宇宙には反物質がほとんどない

この宇宙には反物質がほとんどない

初期宇宙



今の宇宙



初期宇宙は非常に高温で、物質も反物質も同じくらいあったはず
今の宇宙には反物質がほとんどない

⇒反物質は電荷以外の性質もほんの少し違う……？

サハロフの3条件

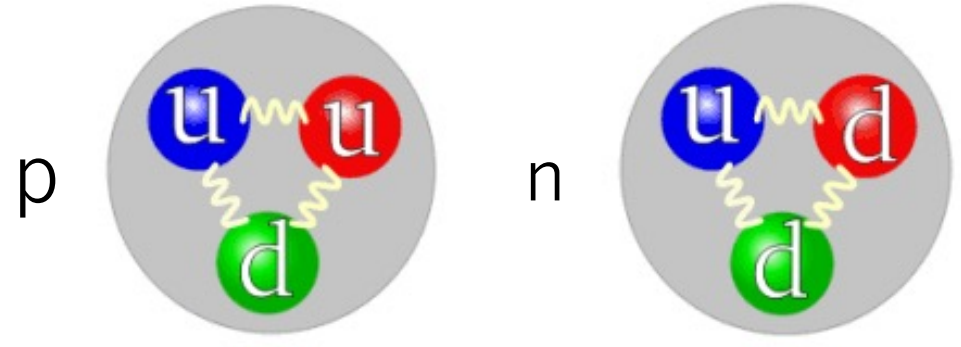
A. Sakharov, '67

宇宙に物質だけが残るための理論的条件

1. バリオン数(B)の破れ
2. CとCPの破れ
3. 熱平衡の破れ

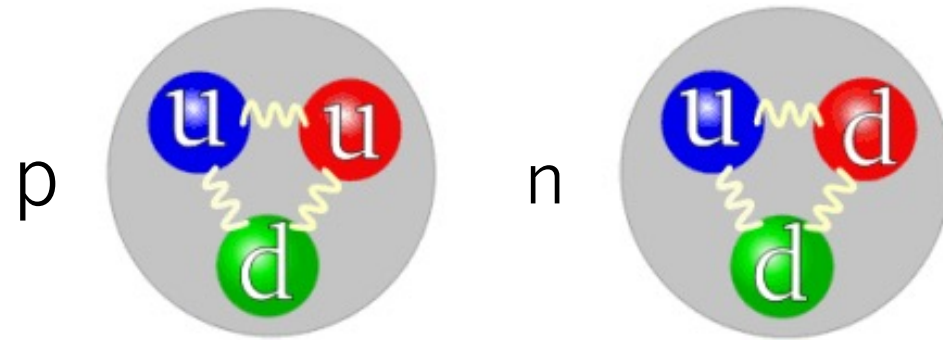
1. バリオン数とその破れ

バリオン \equiv クォーク 3 つが強い力で結合した粒子



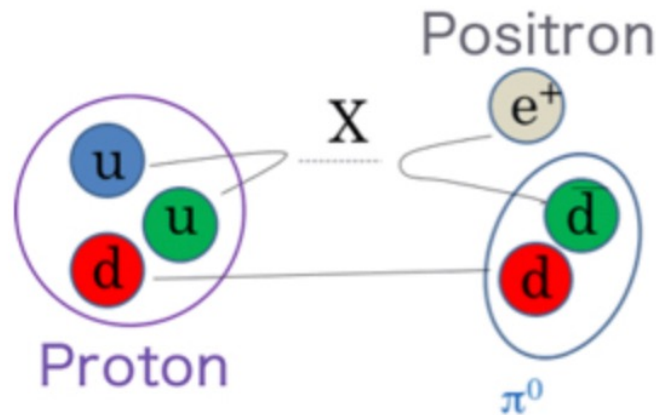
1. バリオン数とその破れ

バリオン \equiv クォーク 3 つが強い力で結合した粒子



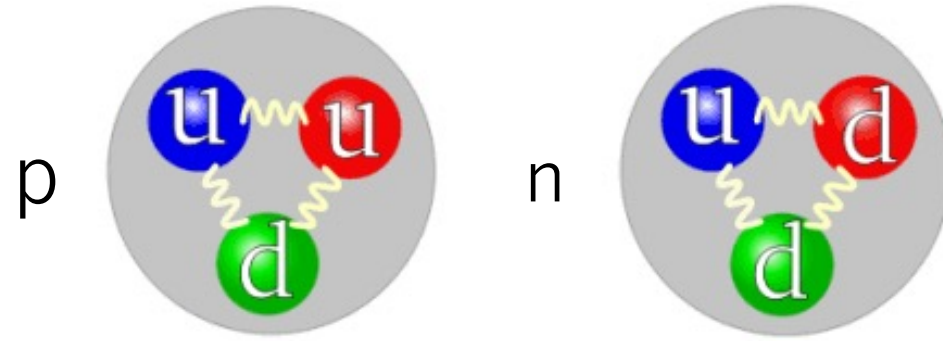
Bの破れ：(反)バリオンの数が保存しない過程

例：陽子崩壊



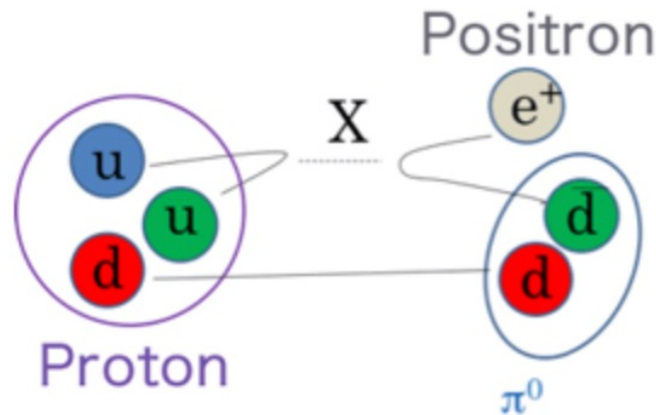
1. バリオン数とその破れ

バリオン ≡ クォーク 3 つが強い力で結合した粒子



Bの破れ：(反)バリオンの数が保存しない過程

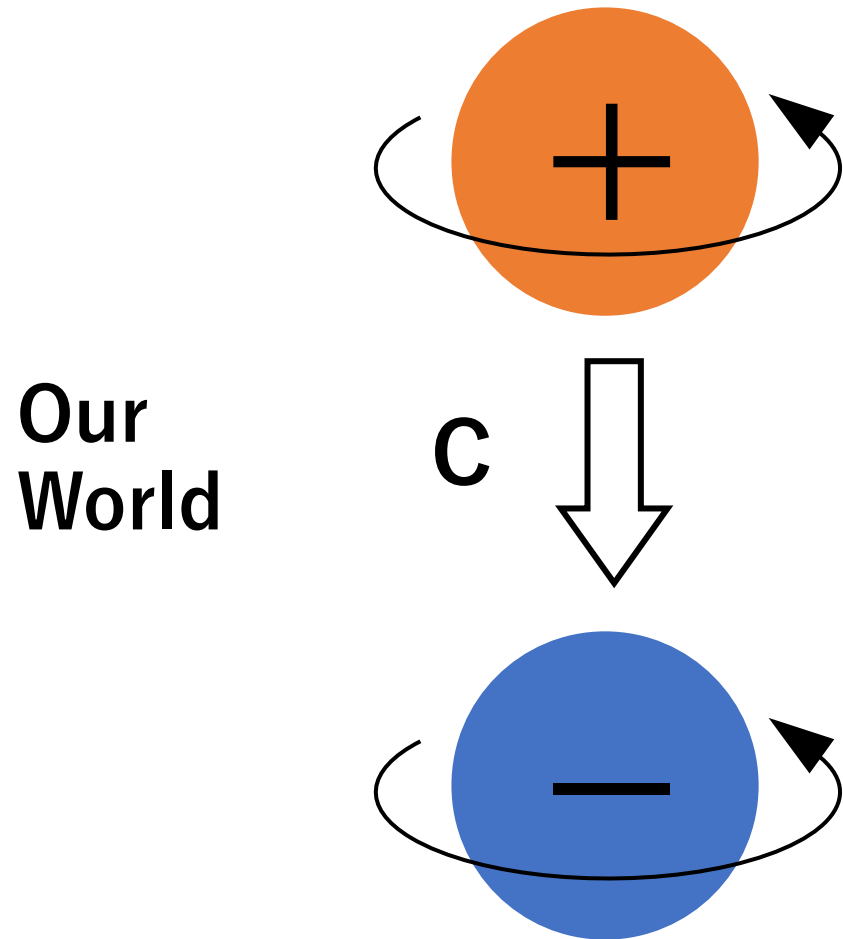
例：陽子崩壊



**B保存だと
#(物質) = #(反物質)**

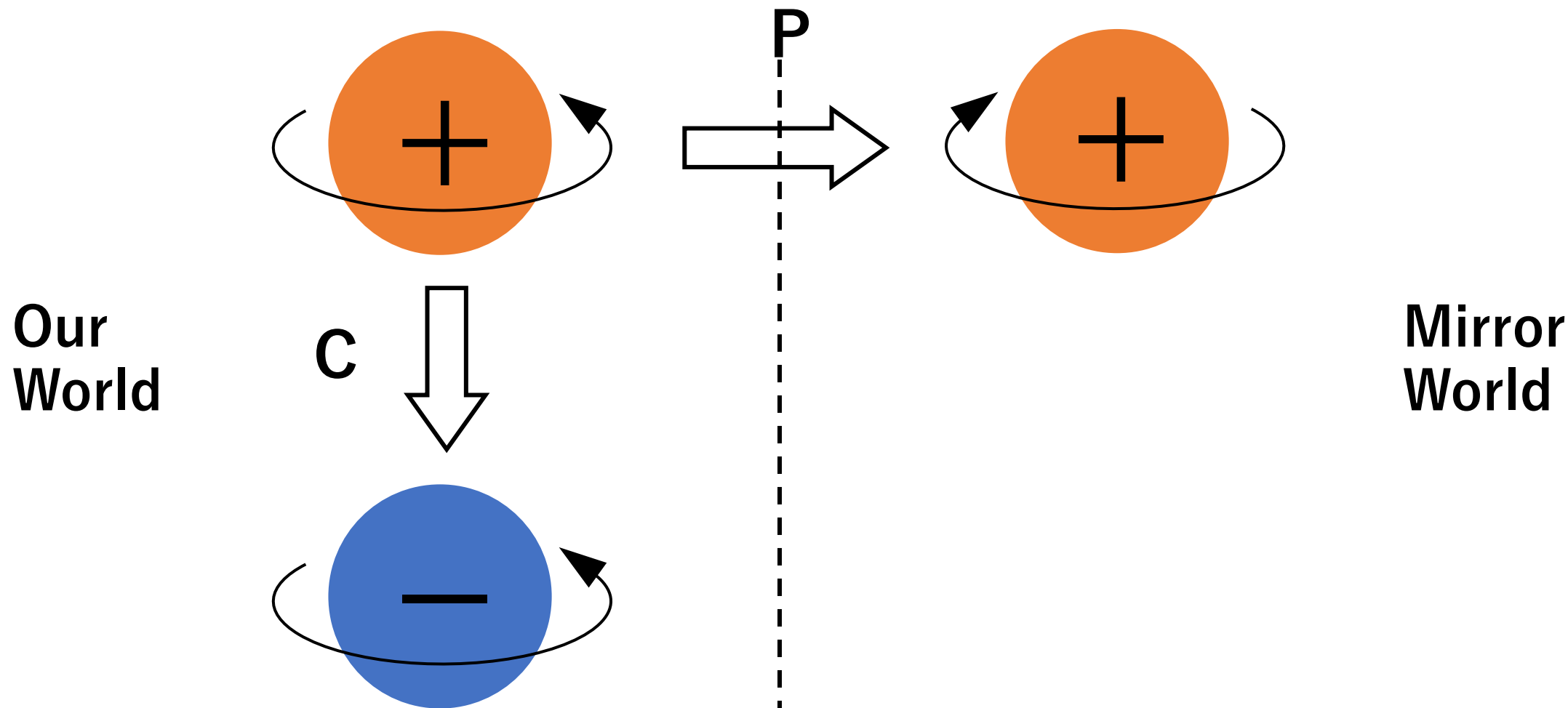
2. CとCPの破れ

C (荷電共役) \equiv 粒子と反粒子の間の対称性



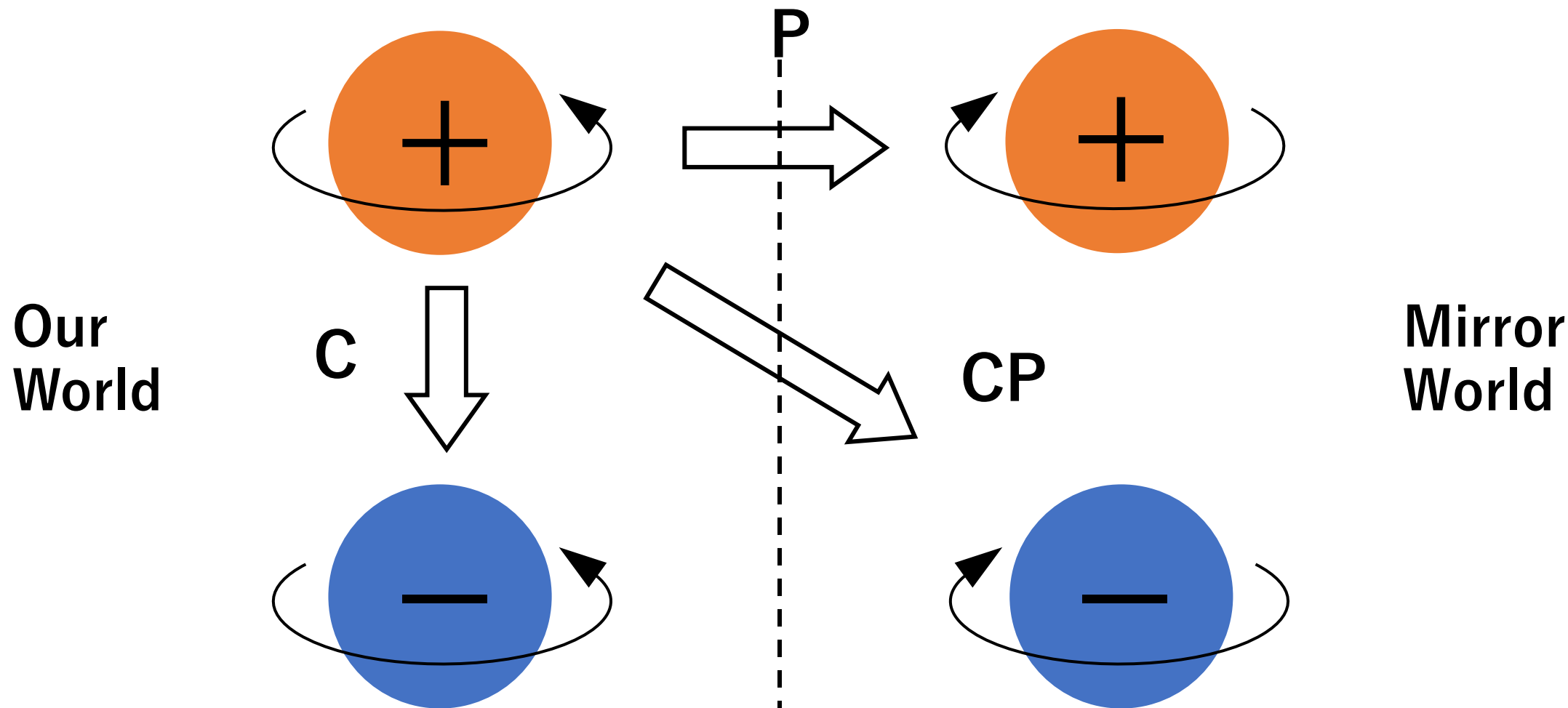
2. CとCPの破れ

$$P \text{ (空間反転)} \equiv (x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$$



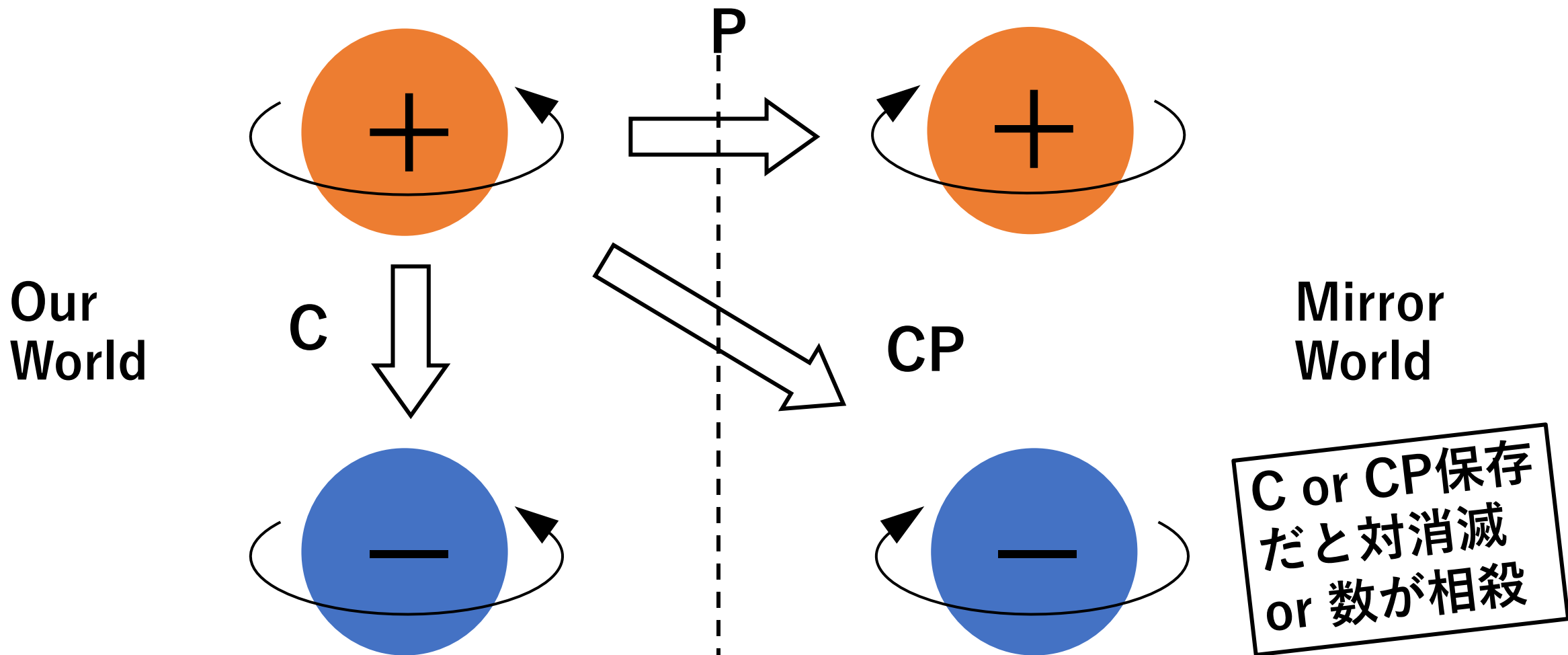
2. CとCPの破れ

$$CP \equiv C \times P$$



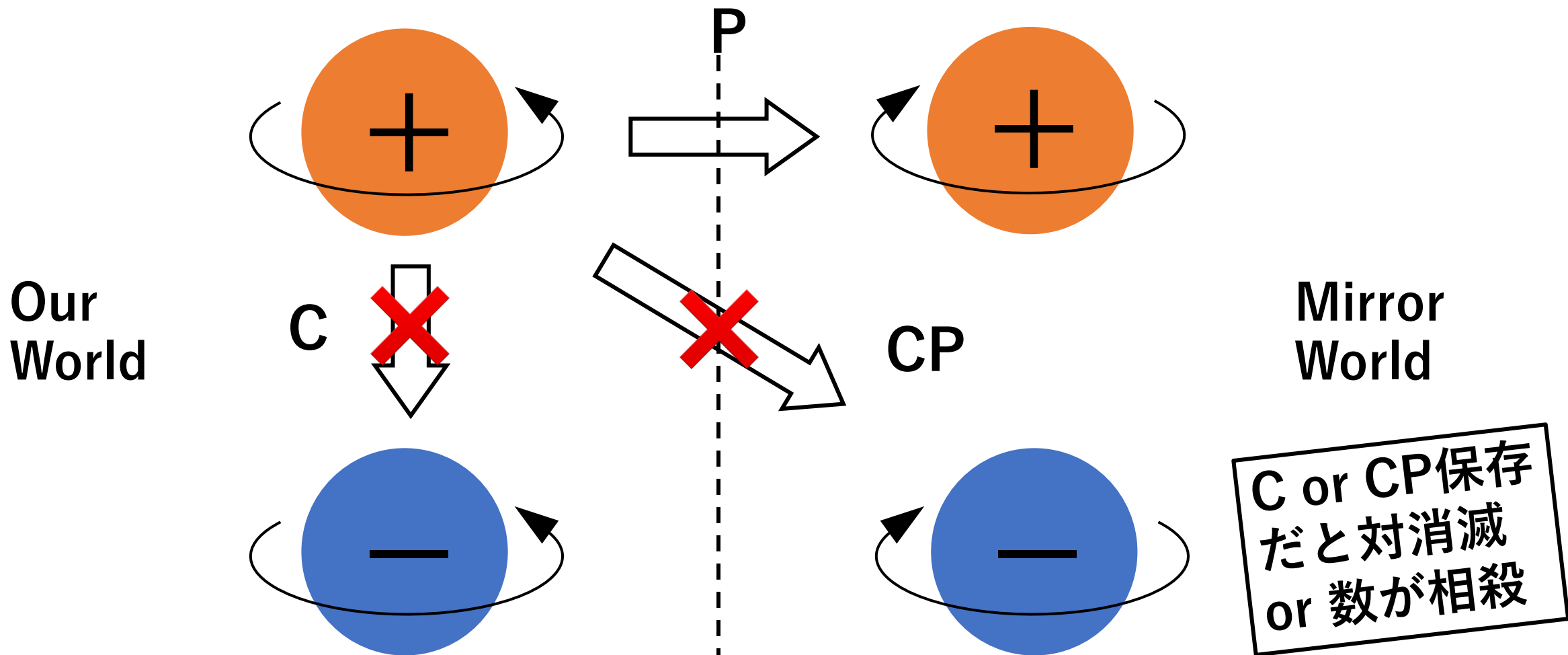
2. CとCPの破れ

$$CP \equiv C \times P$$



2. CとCPの破れ

$$CP \equiv C \times P$$



サハロフの3条件

A. Sakharov, '67

宇宙に物質だけが残るための理論的条件

1. バリオン数(B)の破れ
2. CとCPの破れ
3. 熱平衡の破れ

サハロフの3条件

A. Sakharov, '67

宇宙に物質だけが残るための理論的条件

1. バリオン数(B)の破れ
2. CとCPの破れ
3. 熱平衡の破れ
= 温度や圧力が均一でない

サハロフの3条件：標準模型では？

宇宙に物質だけが残るための理論的条件

標準模型では3つの条件を満たせる(かも)が、
宇宙のバリオン量を**ぜんぜん**説明できない

サハロフの3条件：標準模型では？

宇宙に物質だけが残るための理論的条件

標準模型では3つの条件を満たせる(かも)が、
宇宙のバリオン量を**ぜんぜん**説明できない

我々の起源 → 標準模型を超える物理

もくじ

1. 消えた反物質の謎
2. ニュートリノで探る物質の起源
3. 大統一理論との不整合性（最近の研究）

素粒子標準模型

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

物質粒子

物質を形成する素粒子

クォーク



レプトン



ゲージ粒子

力を伝える素粒子



光子



グルーオン



Z粒子



W粒子

ヒッグス粒子

質量の起源となる素粒子



H

世代と世代混合

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

クォークレプトンは3世代あり、種類が入れ替わる

クォーク



光子



グルーオン

レプトン



Z粒子



W粒子

世代と世代混合

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

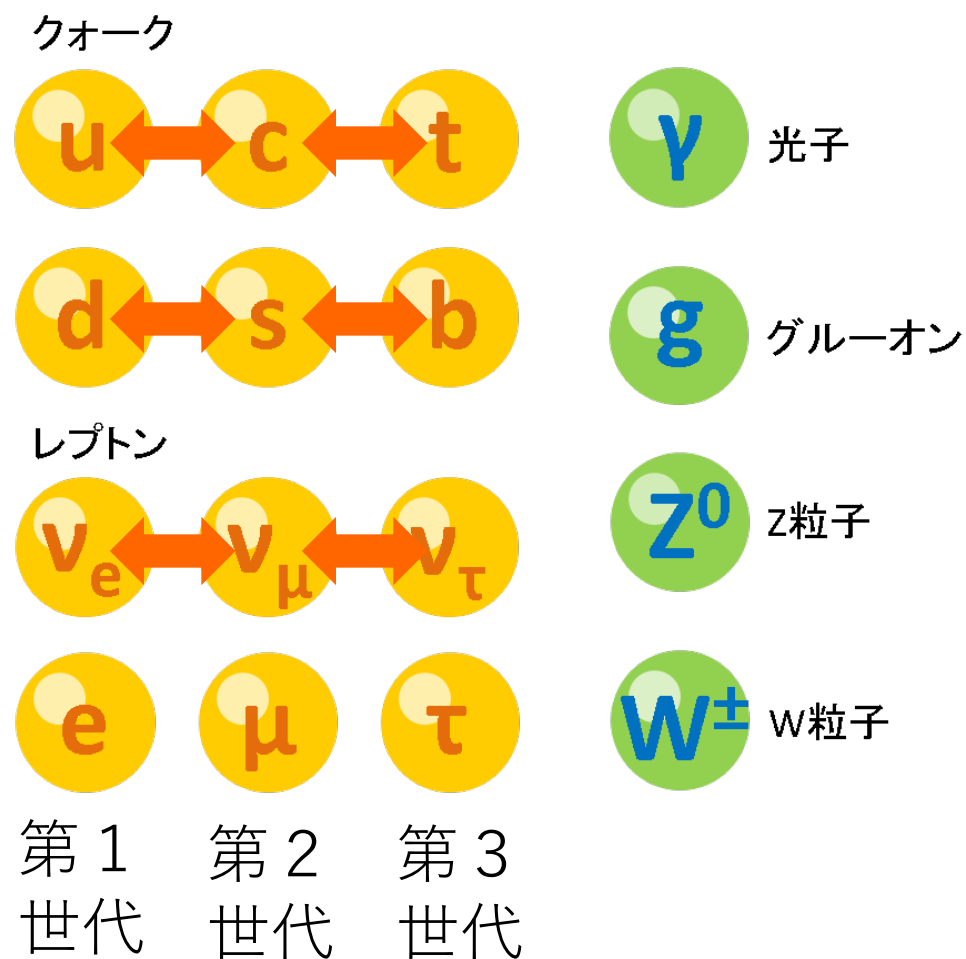
クォークレプトンは3世代あり、種類が入れ替わる



世代と世代混合

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

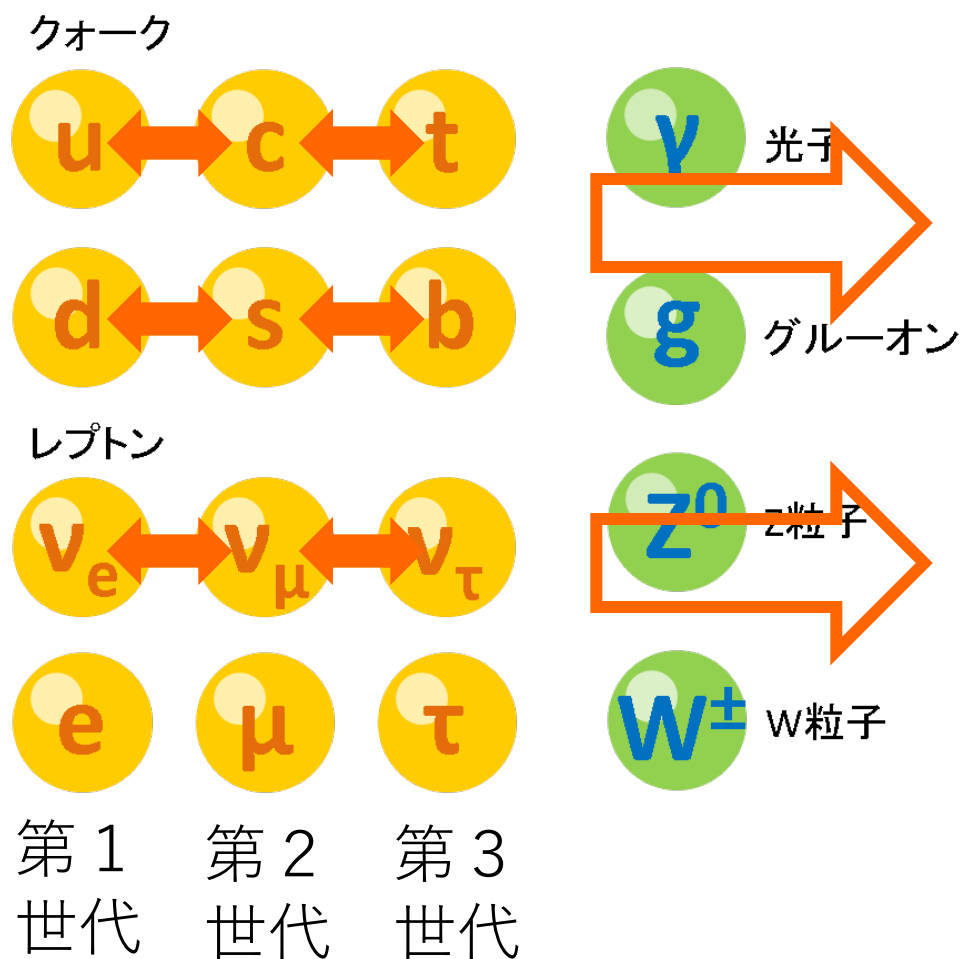
クォークレプトンは3世代あり、種類が入れ替わる



世代と世代混合

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

クォークレプトンは3世代あり、種類が入れ替わる



なぜニュートリノ → 宇宙？

質量(と混合)がゼロでないときニュートリノ振動が起きる

- 実験：質量が非常に小さいが、**新たなCPの破れ**をもつ
- 理論：シーソー機構により**レプトン数が破れる**
右巻き ν_R は非常に大きな質量 → **宇宙初期で影響**

実験：ニュートリノ振動

ニュートリノは**粒**であり**波**である

ニュート
リノ1



+

ニュート
リノ2



+

ニュート
リノ3



Yahooニュースより

実験：ニュートリノ振動

ニュートリノは粒であり波である

ニュート
リノ1



+

ニュート
リノ2



+

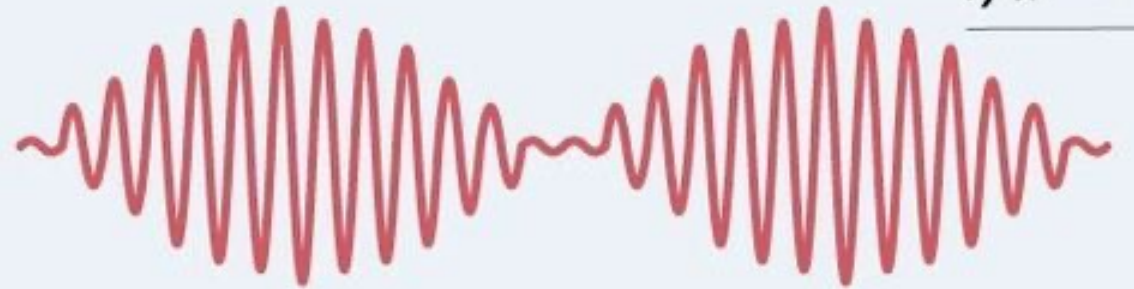
ニュート
リノ3



Yahooニュースより

3つの波を合わせると・・・

ウオーン♪
ウオーン♪



音の「うなり」のように
重ねあわせた波が振動する

実験：ニュートリノ振動

ニュートリノは粒であり波である

Yahooニュースより

ニュート
リノ1



+

ニュート
リノ2



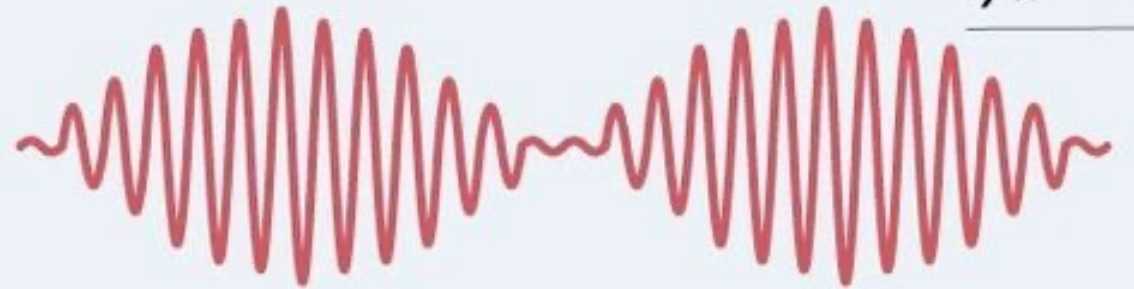
+

ニュート
リノ3



3つの波を合わせると・・・

ウオーン♪
ウオーン♪



音の「うなり」のように
重ねあわせた波が振動する

ニュートリノ1,2,3の比率が変わる → 種類が変わる

ニュートリノ振動は「うなり」

$$h\nu_i \stackrel{\text{量子論}}{=} E_i \stackrel{\text{相対論}}{=} \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$$

ニュートリノ振動は「うなり」

$$h\nu_i \stackrel{\text{量子論}}{=} E_i \stackrel{\text{相対論}}{=} \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$$

$m_{1,2} \ll p_i = p$ のとき、

ニュートリノ振動は「うなり」

$$h\nu_i = \overset{\text{量子論}}{E_i} = \overset{\text{相対論}}{\sqrt{p_i^2 + m_i^2}}$$

$$m_{1,2} \ll p_i = p \text{ のとき、} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}$$

ニュートリノ振動は「うなり」

$$h\nu_i \stackrel{\text{量子論}}{=} E_i \stackrel{\text{相対論}}{=} \sqrt{p_i^2 + m_i^2}$$

$$m_{1,2} \ll p_i = p \text{ のとき、} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}$$

振動数が非常に近い \Rightarrow (量子力学的な確率密度) 波の「うなり」

ニュートリノ振動の観測 \Rightarrow **どちらかの m_i はゼロではない**

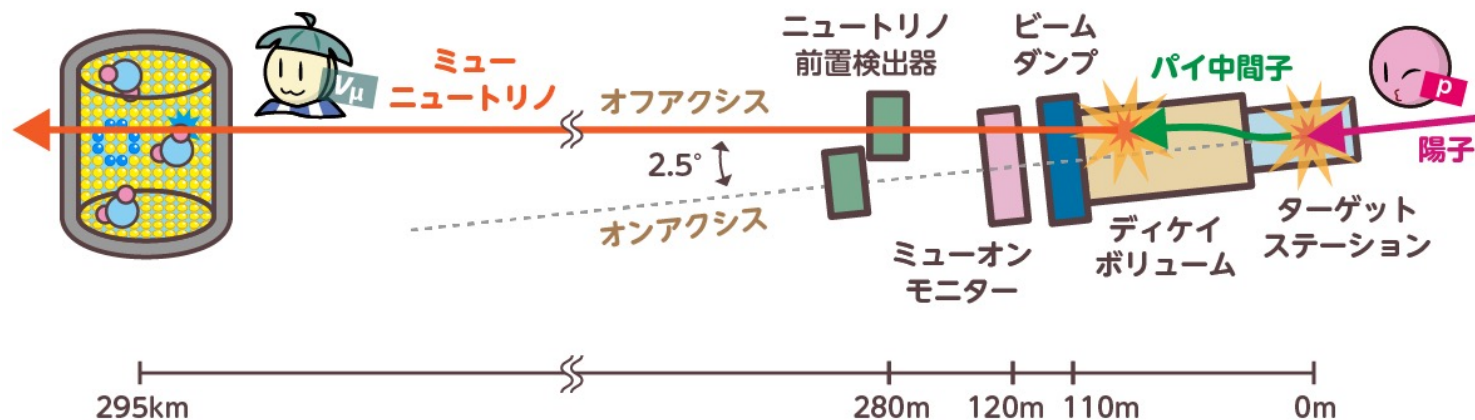
T2K実験とCPの破れ

- 加速器による
 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動実験
- 3世代すべてが
寄与 \rightarrow CPの破れ
を測れる



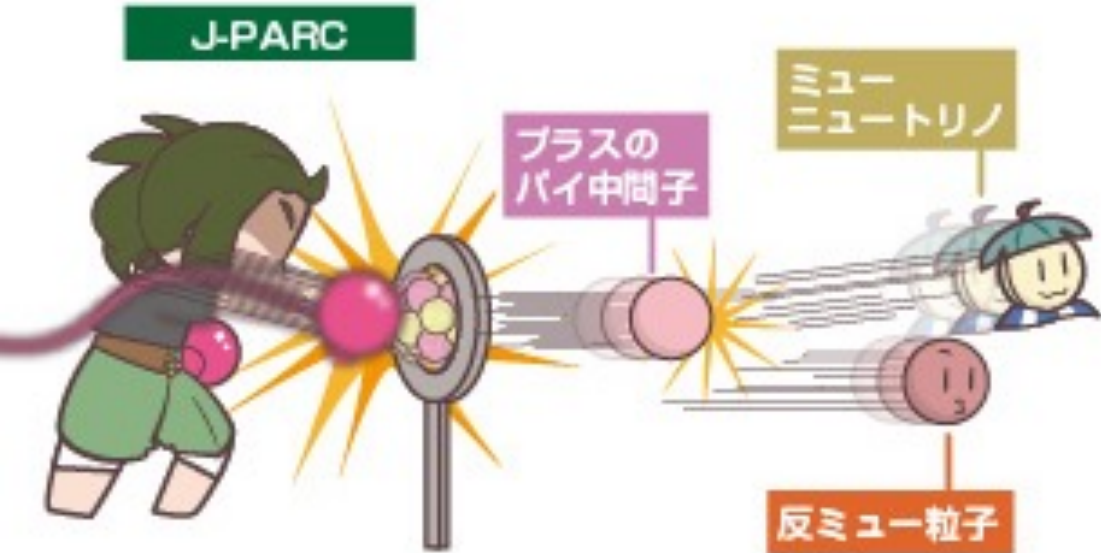
T2K実験とCPの破れ

- 加速器による
 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動実験
- 3世代すべてが
寄与 \rightarrow CPの破れ
を測れる



成果のゆるいまとめ

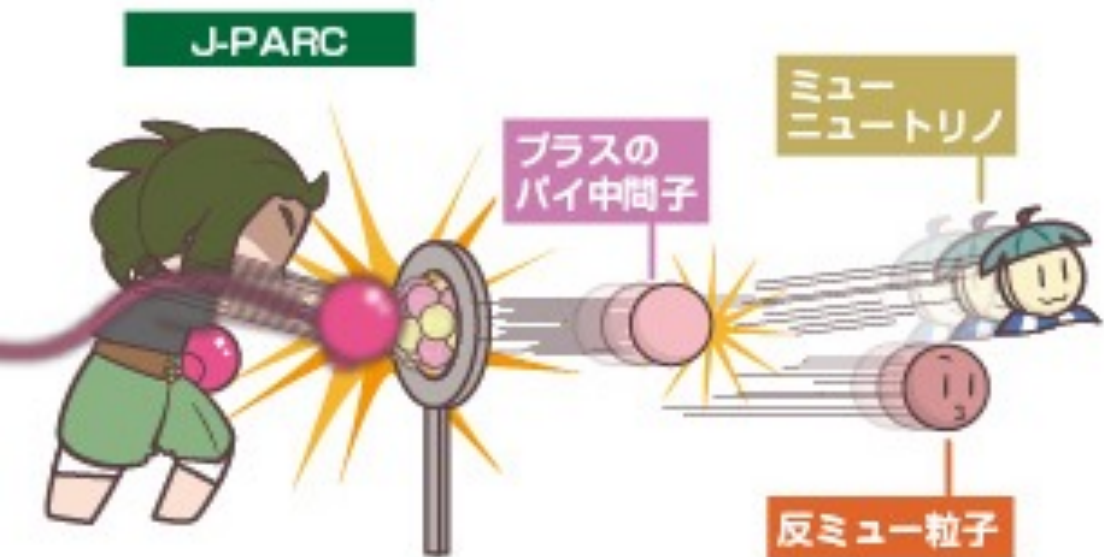
Higgstan.comより



陽子パンチを 1.49×10^{21} 回して
作った **ミューニュートリノ**

成果のゆるいまとめ

Higgstan.comより



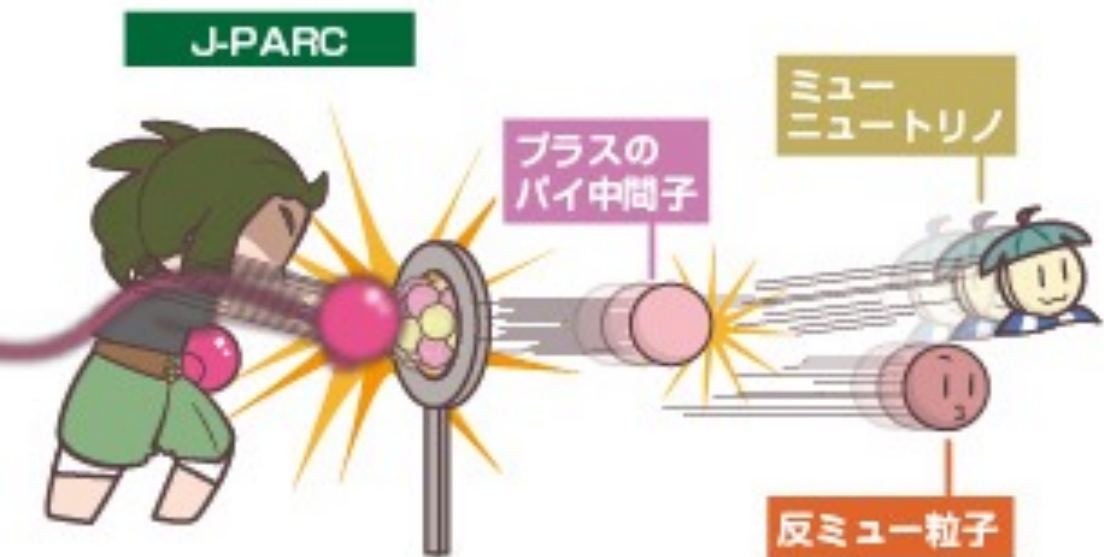
陽子パンチを 1.49×10^{21} 回して
作った **ミューニュートリノ**

ニュートリノ振動で一部が
電子ニュートリノ に変身



成果のゆるいまとめ

Higgstan.comより



陽子パンチを 1.49×10^{21} 回して
作った **ミューニュートリノ**

ニュートリノ振動で一部が
電子ニュートリノ に変身



スーパーカミオカンデ



電子ニュートリノを
90個見つけた!

予想より多い!

成果のゆるいまとめ

Higgstan.comより



陽子パンチを 1.64×10^{21} 回して
作った **反ミューニュートリノ**

成果のゆるいまとめ

Higgstan.comより



陽子パンチを 1.64×10^{21} 回して
作った **反ミューニュートリノ**

ニュートリノ振動で一部が
反電子ニュートリノ に変身



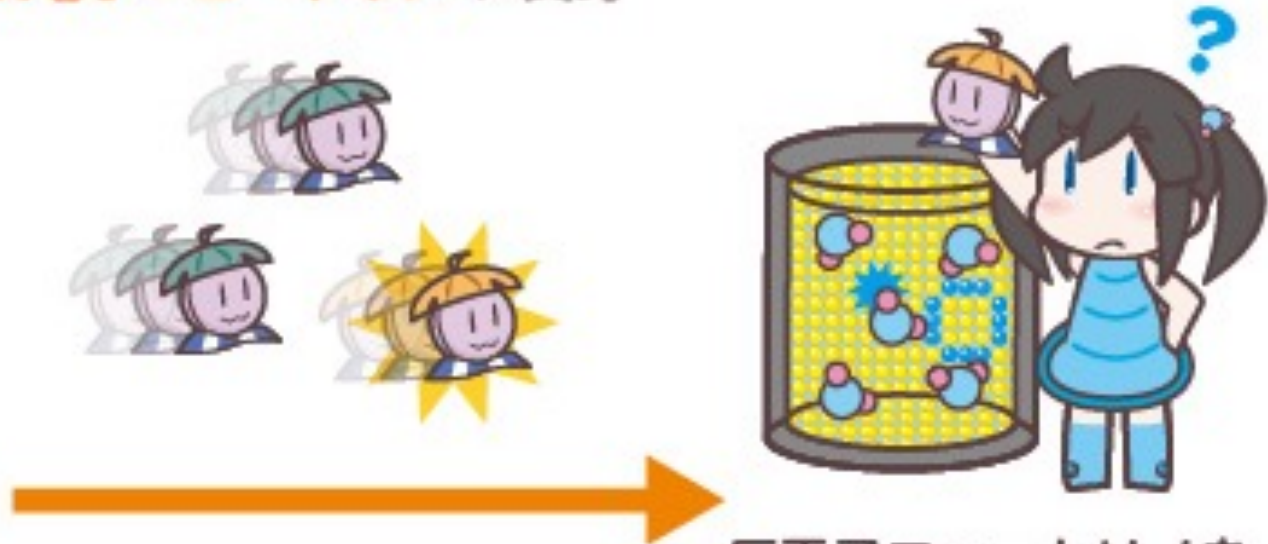
成果のゆるいまとめ

Higgstan.comより



陽子パンチを 1.64×10^{21} 回して
作った **反ミューニュートリノ**

ニュートリノ振動で一部が
反電子ニュートリノ に変身



反電子ニュートリノを
15個見つけた！

(検出器が物質だったりするのでもともと見つけにくいけど)
予想より少ない…

成果のゆるいまとめ

Higgstan.comより



陽子パンチを 1.64×10^{21} 回して
作った **反ミューニュートリノ**

ニュートリノ振動で一部が
反電子ニュートリノ に変身



**反電子ニュートリノを
15個見つけた!**

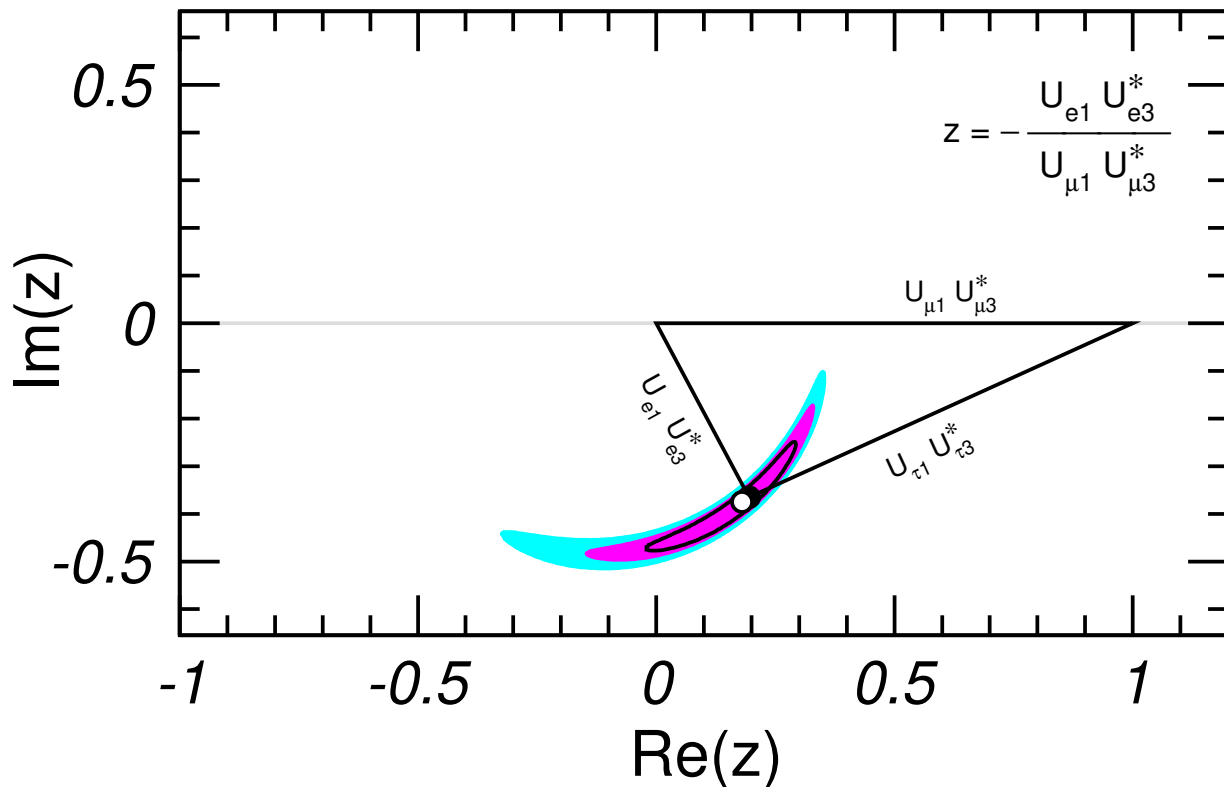
(検出器が物質だったりするのでもともと見つけにくいけど)
予想より少ない...

「宇宙がなぜ物質ばかりなのか」のヒント?

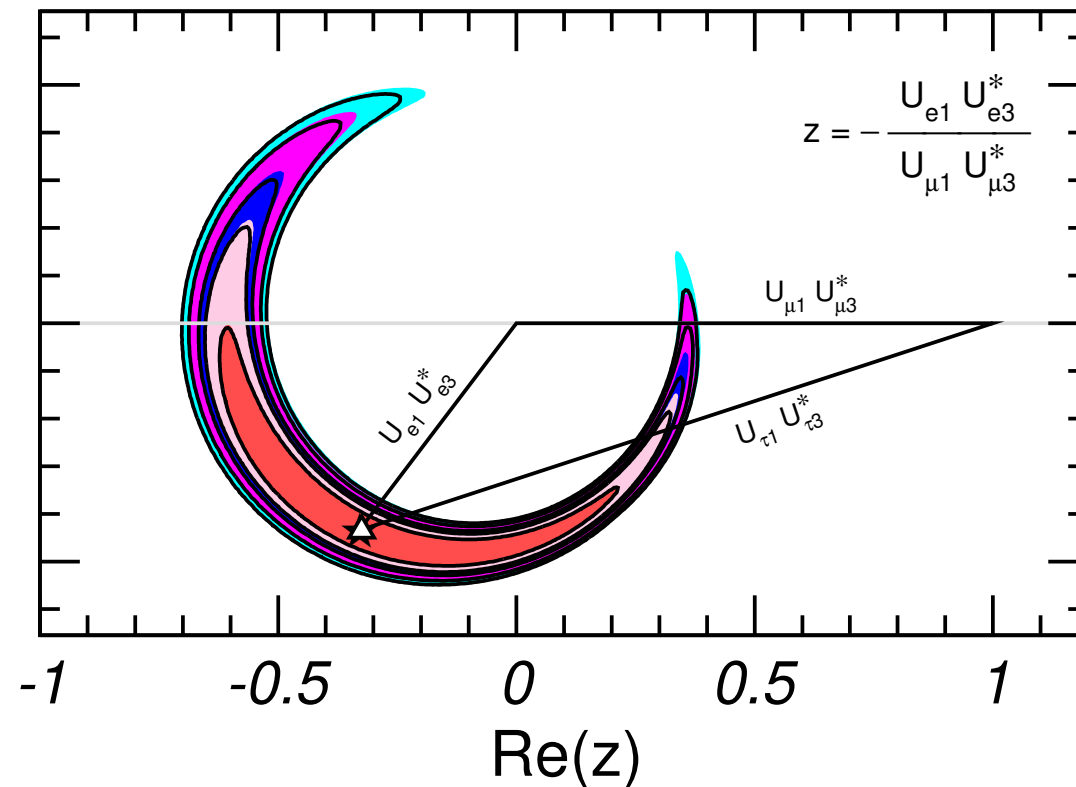
(大人向け) MNS行列のユニタリ三角形

NuFIT 4.1 (2019)

($m_3 < m_1$) IO



NO ($m_1 < m_3$)

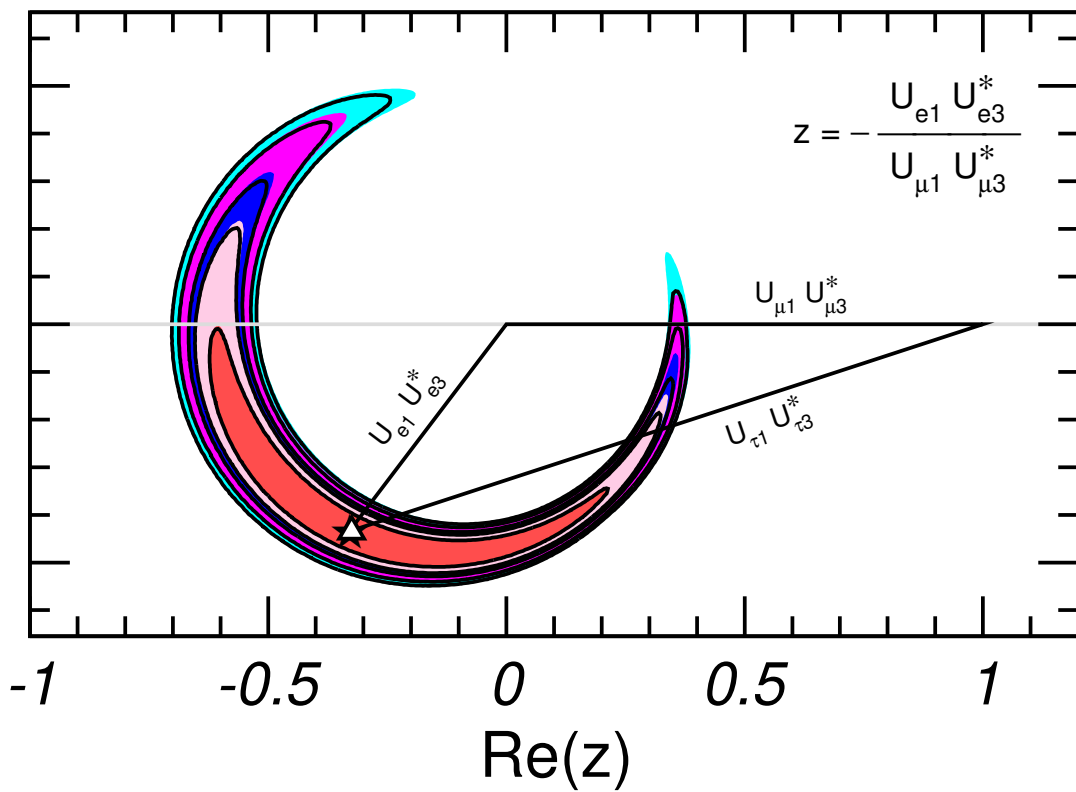
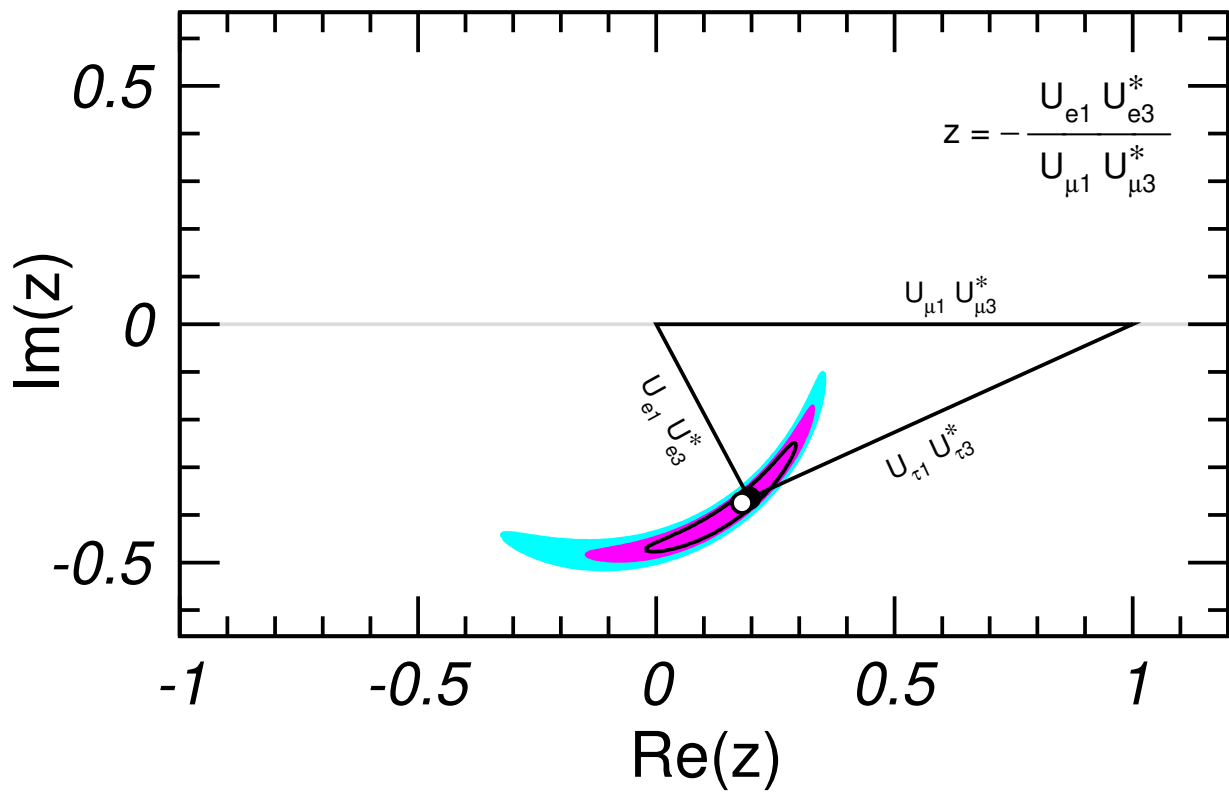


(大人向け) MNS行列のユニタリ-三角形

NuFIT 4.1 (2019)

($m_3 < m_1$) IO

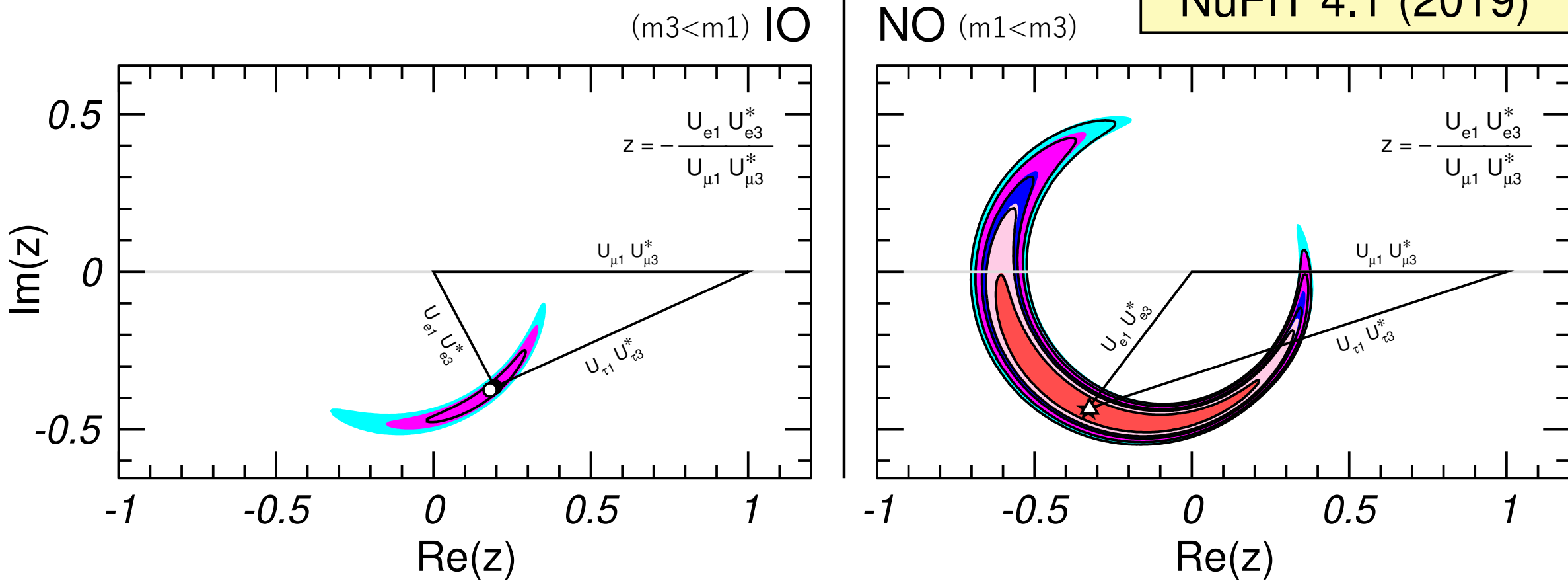
NO ($m_1 < m_3$)



ディラック位相 $\delta \sim -\pi/2$? だが、NOではNovaとT2Kの間にtension

(大人向け) MNS行列のユニタリ-三角形

NuFIT 4.1 (2019)



ディラック位相 $\delta \sim -\pi/2$? だが、NOではNovaとT2Kの間にtension

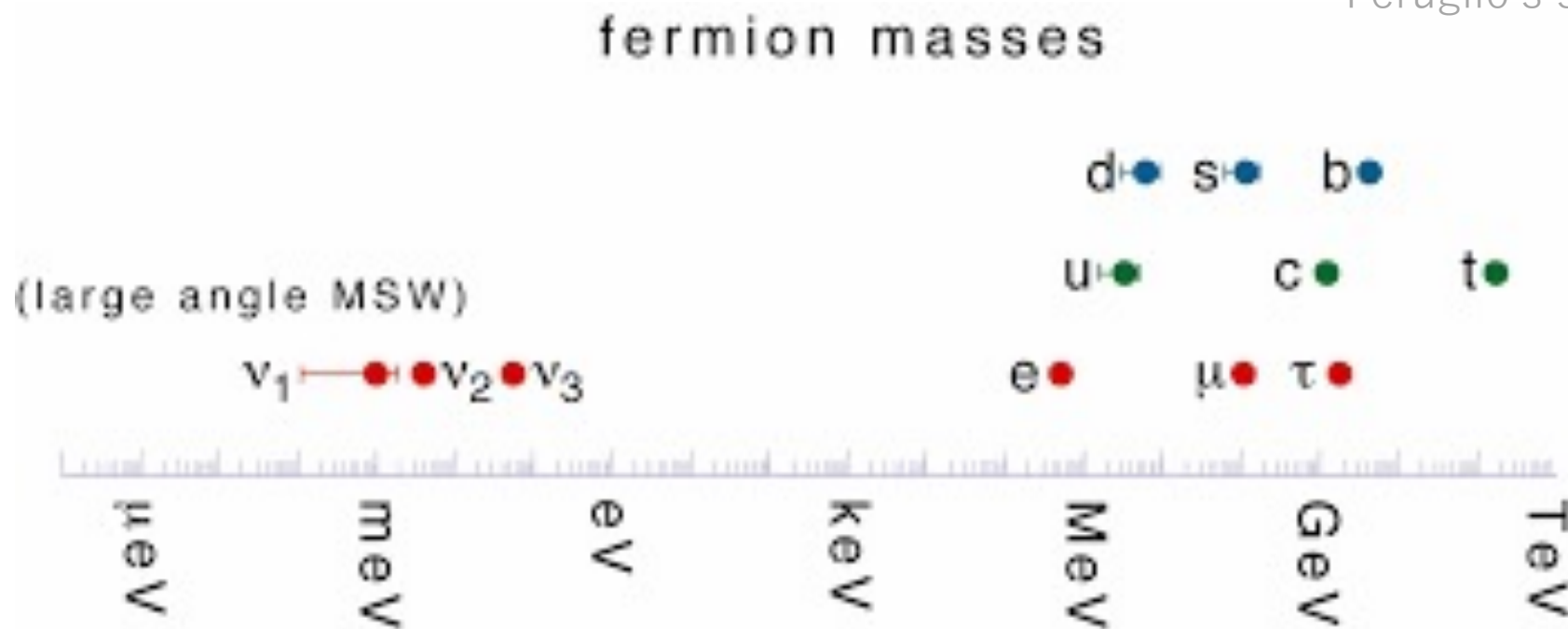
将来、Hyper-KとDUNE実験で精度が向上

ニュートリノ：理論

- シーソー機構
- レプトジェネシス

フェルミオンの質量階層性

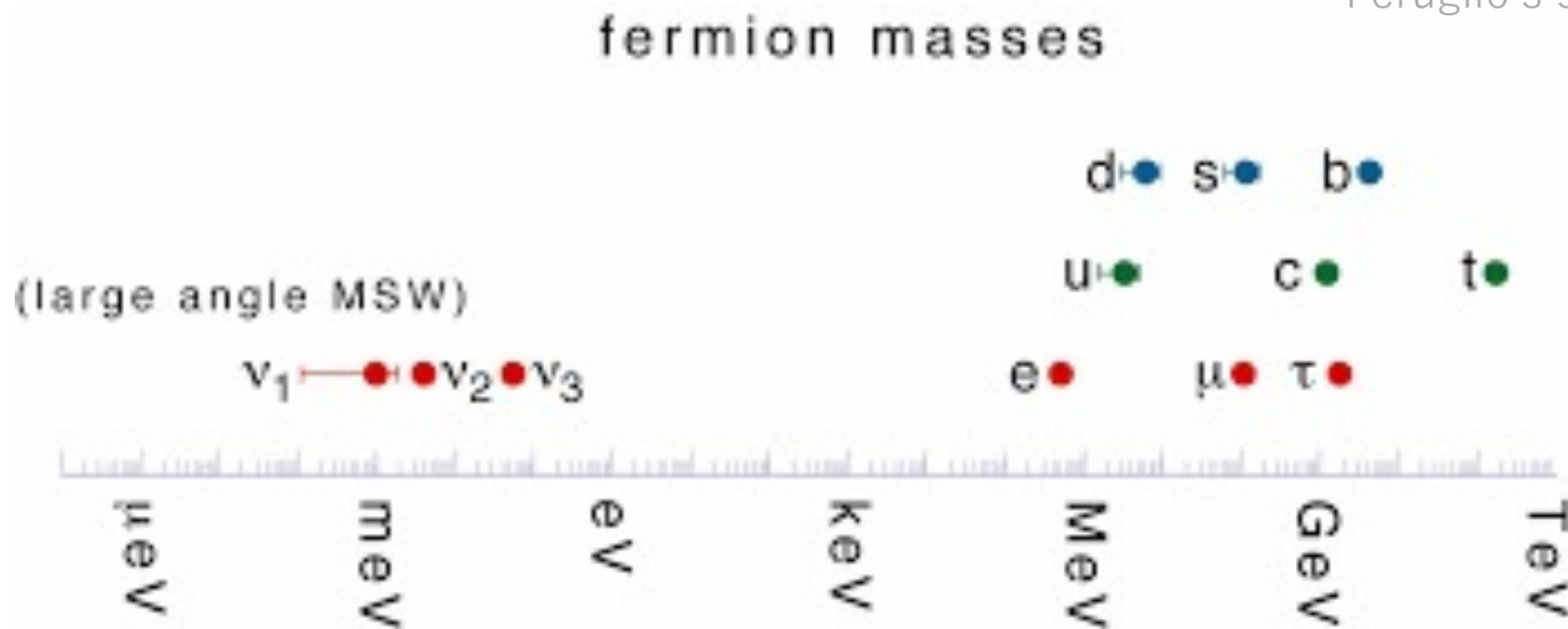
Feruglio's slideより



- 1世代ごとに2~3桁重い
- **ニュートリノは10桁以上軽い**

フェルミオンの質量階層性

Feruglio's slideより



- 1世代ごとに2~3桁重い
- ニュートリノは10桁以上軽い

なんで???

シーソー機構

Minkowski '77, Yanagida, '79

ν_R の重い質量 M_R で ν_L を自然に軽くする機構

質量行列 ($M_R \gg m_D$)

対角化により

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad m_\nu = -m_D M_R^{-1} m_D^T$$

シーソー機構

Minkowski '77, Yanagida, '79

ν_R の重い質量 M_R で ν_L を自然に軽くする機構

質量行列 ($M_R \gg m_D$)

対角化により

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad m_\nu = -m_D M_R^{-1} m_D^T$$

**M_R は粒子と反粒子の間の (マヨラナ) 質量
⇒ レプトン数が破れる**

右巻きニュートリノ ν_R (東大 濱口さんより)

$\nu_R \Rightarrow$ 一石三鳥!

1. シーソー機構 $M_R \sim 10^{14} \text{GeV} \Rightarrow m_\nu \sim 0.01 \text{eV}$
2. レプトジェネシス 宇宙のバリオンを生成
3. 大統一理論 $M \sim 10^{16} \text{GeV}$ で多重項を形成

右巻きニュートリノ ν_R (東大 濱口さんより)

$\nu_R \Rightarrow$ 一石三鳥!

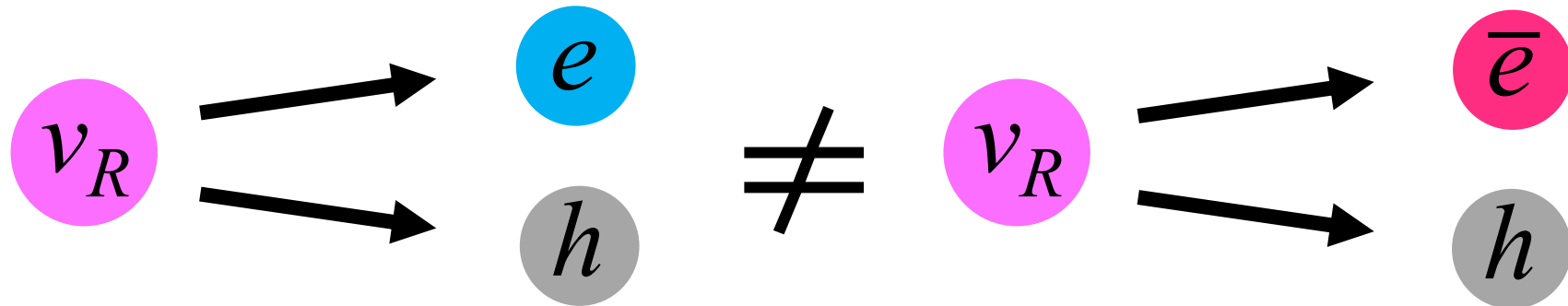
1. シーソー機構 $M_R \sim 10^{14} \text{ GeV} \Rightarrow m_\nu \sim 0.01 \text{ eV}$
2. レプトジェネシス 宇宙のバリオンを生成
3. 大統一理論 $M \sim 10^{16} \text{ GeV}$ で多重項を形成

右巻きニュートリノ ν_R (東大 濱口さんより)

- 重い ν_R は宇宙初期には多数存在
- マヨラナ質量 $M_R \nu_R \nu_R^c$ のおかげで粒子 \leftrightarrow 反粒子
- CP を破る崩壊 \Rightarrow レプトン数 \neq 反レプトン数

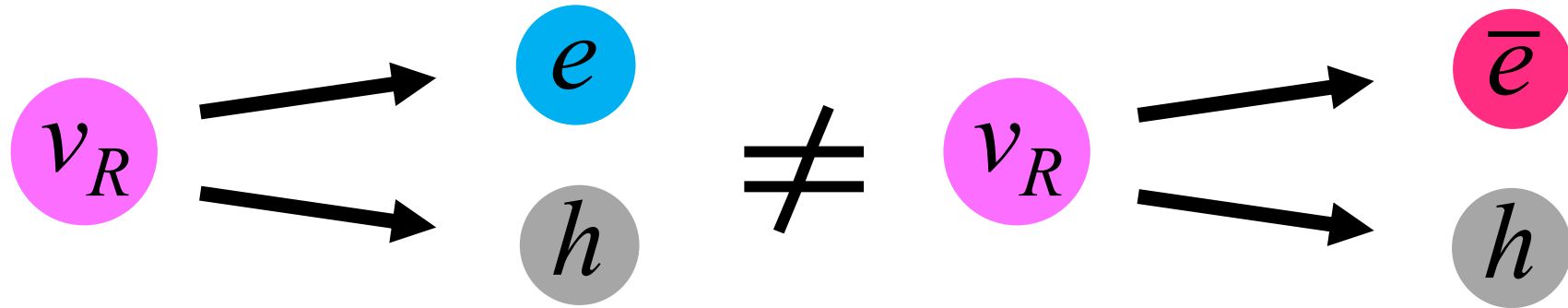
右巻きニュートリノ ν_R (東大 濱口さんより)

- 重い ν_R は宇宙初期には多数存在
- マヨラナ質量 $M_R \nu_R \nu_R^c$ のおかげで粒子 \leftrightarrow 反粒子
- CPを破る崩壊 \Rightarrow レプトン数 \neq 反レプトン数



右巻きニュートリノ ν_R (東大 濱口さんより)

- 重い ν_R は宇宙初期には多数存在
- マヨラナ質量 $M_R \nu_R \nu_R^c$ のおかげで粒子 \leftrightarrow 反粒子
- CPを破る崩壊 \Rightarrow レプトン数 \neq 反レプトン数



CPVや右巻きニュートリノの質量の評価がすごく重要

1,2 のまとめ

- 宇宙に物質だけが残るためにはBやCPの破れが必要
- ニュートリノは標準模型を超える物理を探る重要な鍵
- 地上の実験 + 理論でLやCPの破れがわかる
 - **宇宙の振る舞いや物質の起源を議論できる**

もくじ

1. 消えた反物質の謎
2. ニュートリノで迫る物質の起源
3. 大統一理論との不整合性（最近の研究）

[2304.04513](#)

Phys.Lett.B 843 (2023) 138061

type-I シーソー機構におけるニュートリノ質量に対する カイラル摂動論的關係とレプトジェネシスへの制限

type-I シーソー機構におけるニュートリノ質量に対する カイラル摂動論的關係とレプトジェネシスへの制限

Dirac質量行列 m_D の質量（特異値）が $m_{D1} \ll m_{D2,3}$ を満たすとき、

最も軽い右巻き
ニュートリノ質量

$$M_1 \simeq \left(\frac{m_{D1}}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ meV}}{|(m_\nu)_{11}|} \right) 10^6 \text{ GeV} .$$

～ 二重ベータ崩壊の有効質量 m_{ee}

type-I シーソー機構におけるニュートリノ質量に対する カイラル摂動論的關係とレプトジェネシスへの制限

Dirac質量行列 m_D の質量（特異値）が $m_{D1} \ll m_{D2,3}$ を満たすとき、

最も軽い右巻き
ニュートリノ質量

$$M_1 \simeq \left(\frac{m_{D1}}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ meV}}{|(m_\nu)_{11}|} \right) 10^6 \text{ GeV} .$$

~ 二重ベータ崩壊の有効質量 m_{ee}

⇒ NH($m_3 > m_1$)なら $M_1 \sim 100 \text{ TeV}$, IH($m_1 > m_3$)なら $M_1 \sim 10 \text{ TeV}$.

type-I シーソー機構におけるニュートリノ質量に対する カイラル摂動論的關係とレプトジェネシスへの制限

Dirac質量行列 m_D の質量（特異値）が $m_{D1} \ll m_{D2,3}$ を満たすとき、

最も軽い右巻き
ニュートリノ質量

$$M_1 \simeq \left(\frac{m_{D1}}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ meV}}{|(m_\nu)_{11}|} \right) 10^6 \text{ GeV} .$$

~ 二重ベータ崩壊の有効質量 m_{ee}

⇒ NH($m_3 > m_1$)なら $M_1 \sim 100 \text{ TeV}$, IH($m_1 > m_3$)なら $M_1 \sim 10 \text{ TeV}$.

熱的レプトジェネシスの制限 $M_1 \gtrsim 10^9 \text{ GeV} \Rightarrow m_{D1} \gtrsim 30 \text{ MeV}$

単純な大統一理論では、 M_1 によるバリオン生成は難しい

標準模型と大統一理論

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

物質粒子

物質を形成する素粒子

クォーク



レプトン



ゲージ粒子

力を伝える素粒子



光子



グルーオン



Z粒子



W粒子

ヒッグス粒子

質量の起源となる素粒子



H

標準模型と大統一理論

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

物質粒子

物質を形成する素粒子

クォーク



レプトン



ゲージ粒子 (force particles, boson)

力を伝える素粒子



光子



グルーオン



Z粒子



W粒子

ヒッグス粒子

質量の起源となる素粒子



3つの力の統一

標準模型と大統一理論

<http://www.u-tokyo.ac.jp/ja/utokyo-research/feature-stories/atlas2012/> より引用

物質粒子

物質を形成する素粒子

クォーク



レプトン



ゲージ粒子

力を伝える素粒子



光子



グルーオン



Z粒子



W粒子

ヒッグス粒子

質量の起源となる素粒子

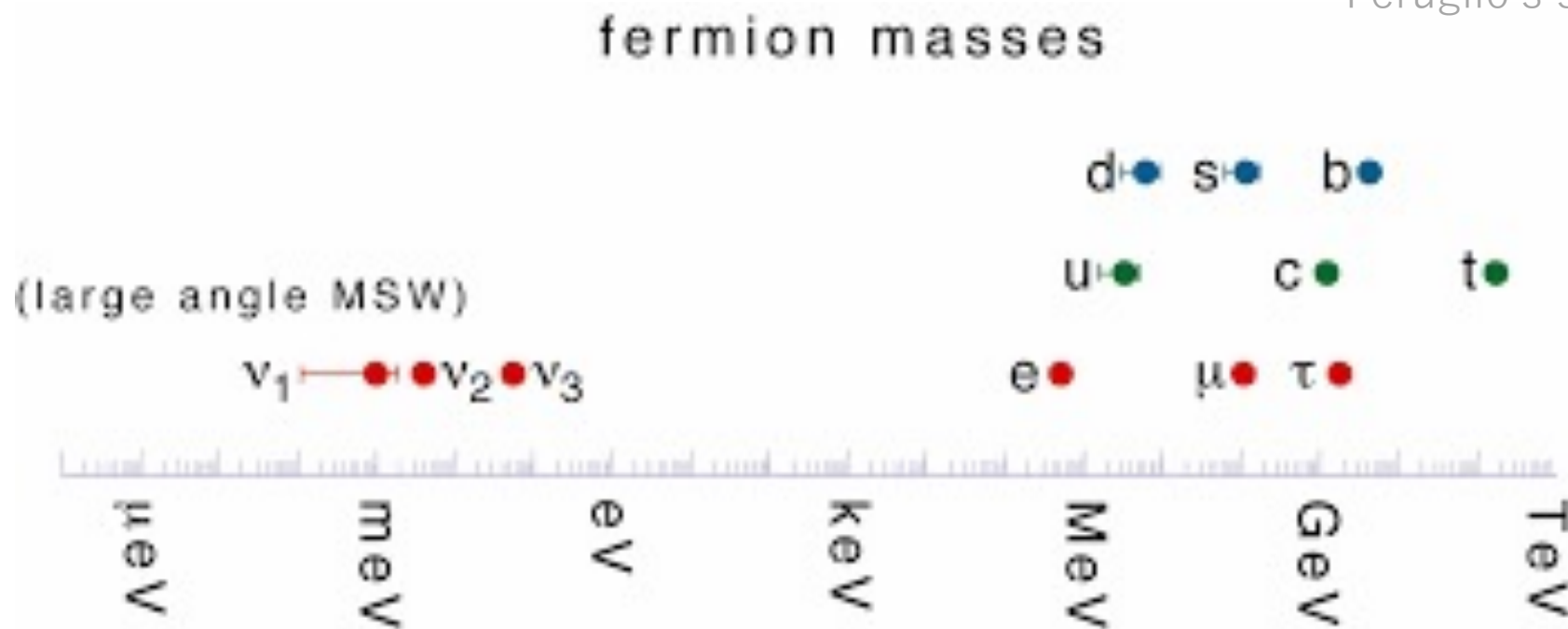


クォーク
レプトン
の統一

3つの力の統一

フェルミオンの質量階層性

Feruglio's slideより



- クォークレプトンの質量は世代ごとにだいたい同じ
- ニュートリノはディラック質量 m_D が対応

シーソー機構

Minkowski '77, Yanagida, '79

ν_R の重い質量 M_R で ν_L を自然に軽くする機構

質量行列 ($M_R \gg m_D$)

対角化によって

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad m_\nu = -m_D M_R^{-1} m_D^T$$

シーソー機構

Minkowski '77, Yanagida, '79

ν_R の重い質量 M_R で ν_L を自然に軽くする機構

質量行列 ($M_R \gg m_D$)

対角化によって

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad m_\nu = -m_D M_R^{-1} m_D^T$$

$$m_D = 1 \text{ MeV} \rightarrow 100 \text{ GeV}$$

$$M_R = 10^9 \text{ GeV} \rightarrow 10^{14} \text{ GeV}$$

シーソー機構

Minkowski '77, Yanagida, '79

ν_R の重い質量 M_R で ν_L を自然に軽くする機構

質量行列 ($M_R \gg m_D$)

対角化によって

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix},$$

$$m_\nu = -m_D M_R^{-1} m_D^T$$

$$m_D = 1 \text{ MeV} \rightarrow 100 \text{ GeV}$$

$$M_R = 10^9 \text{ GeV} \rightarrow 10^{14} \text{ GeV}$$

**動機：もう少し詳しく
重さを知りたい**

1. Type-I seesaw機構とカイラル対称性

シーソー機構を逆に眺めると、 M_R を再構成できる

$m_D = U_D m_D^{\text{diag}} V_D^T$ が対角的な基底において

$$M_R = m_D^T m_\nu^{-1} m_D = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} m_\nu^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix},$$

- $\text{Det } m_n \neq 0$ (m_1 or $m_3 \neq 0$) $\Rightarrow m_{D1} \rightarrow 0$ の極限で $M_1 \rightarrow 0$
- **このときカイラル対称性が存在**
- 観測と矛盾するので実際には有限

2. カイラル摂動的な質量関係

方法 1) 摂動的に小さい m_{D1} に対して、 M_R の \det を比べる

$$M_R = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix}$$

2. カイラル摂動的な質量関係

方法 1) 摂動的に小さい m_{D1} に対して、 M_R の \det を比べる

$$M_R = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix}$$

$$|\text{Det} M_R| = M_1 M_2 M_3 = \prod_{i=1}^3 m_{Di}^2 |\text{Det} m_\nu^{-1}|,$$

$$|\det M_{R0}| = M_2^{(0)} M_3^{(0)} = \prod_{i=2}^3 m_{Di}^2 |\det m_\nu^{-1}|.$$

2. カイラル摂動的な質量関係

方法 1) 摂動的に小さい m_{D1} に対して、 M_R の \det を比べる

$$M_R = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix}$$

$$|\text{Det} M_R| = M_1 M_2 M_3 = \prod_{i=1}^3 m_{Di}^2 |\text{Det} m_\nu^{-1}|,$$

$$|\det M_{R0}| = M_2^{(0)} M_3^{(0)} = \prod_{i=2}^3 m_{Di}^2 |\det m_\nu^{-1}|.$$

逆行列の余因子より $\det m_\nu^{-1} = (m_\nu)_{11} / \text{Det} m_\nu$

2. カイラル摂動的な質量関係

方法 1) 摂動的に小さい m_{D1} に対して、 M_R の \det を比べる

$$M_R = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix}$$

$$|\text{Det} M_R| = M_1 M_2 M_3 = \prod_{i=1}^3 m_{Di}^2 |\text{Det} m_\nu^{-1}|,$$

$$|\det M_{R0}| = M_2^{(0)} M_3^{(0)} = \prod_{i=2}^3 m_{Di}^2 |\det m_\nu^{-1}|.$$

逆行列の余因子より $\det m_\nu^{-1} = (m_\nu)_{11} / \text{Det} m_\nu$

$$M_1 \simeq \left| \frac{\text{Det} M_R}{\det M_{R0}} \right| = m_{D1}^2 \left| \frac{\text{Det} m_\nu^{-1}}{\det m_\nu^{-1}} \right| = \frac{m_{D1}^2}{|(m_\nu)_{11}|}.$$

2. カイラル摂動的な質量関係

方法 1) 摂動的に小さい m_{D1} に対して、 M_R の \det を比べる

$$M_R = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix}$$

$$|\text{Det} M_R| = M_1 M_2 M_3 = \prod_{i=1}^3 m_{Di}^2 |\text{Det} m_\nu^{-1}|,$$

$$|\det M_{R0}| = M_2^{(0)} M_3^{(0)} = \prod_{i=2}^3 m_{Di}^2 |\det m_\nu^{-1}|.$$

逆行列の余因子より $\det m_\nu^{-1} = (m_\nu)_{11} / \text{Det} m_\nu$

$$M_1 \simeq \left| \frac{\text{Det} M_R}{\det M_{R0}} \right| = m_{D1}^2 \left| \frac{\text{Det} m_\nu^{-1}}{\det m_\nu^{-1}} \right| = \frac{m_{D1}^2}{|(m_\nu)_{11}|}.$$

**Only 線形代数
(+摂動論)**

2. カイラル摂動的な質量関係

GUT scaleにおいては $m_{D1} \sim m_{u,d,e} \sim 1 \text{ MeV}$ なので規格化

$$M_1 \simeq \left(\frac{m_{D1}}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ meV}}{|(m_\nu)_{11}|} \right) 10^6 \text{ GeV} .$$

$(m_\nu)_{11} \rightarrow 0$ の極限で発散？ 摂動論の正当性

3. カイラル摂動論の適用範囲(skip可)

第1世代のカイラル抑制のパラメーターを $\epsilon_{L,R}$ とすると、

$$M_R = \begin{pmatrix} \epsilon_R^2 & \epsilon_R & \epsilon_R \\ \epsilon_R & * & * \\ \epsilon_R & * & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_L^2 & \epsilon_L & \epsilon_L \\ \epsilon_L & * & * \\ \epsilon_L & * & * \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix},$$

3. カイラル摂動論の適用範囲(skip可)

第1世代のカイラル抑制のパラメーターを $\epsilon_{L,R}$ とすると、

$$M_R = \begin{pmatrix} \epsilon_R^2 & \epsilon_R & \epsilon_R \\ \epsilon_R & * & * \\ \epsilon_R & * & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_L^2 & \epsilon_L & \epsilon_L \\ \epsilon_L & * & * \\ \epsilon_L & * & * \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix},$$

摂動論が良い記述 $\Rightarrow M_R$ 側の ϵ_R が十分小さい
 $\Rightarrow m_{D1}/\epsilon_L$ が十分小さい

3. カイラル摂動論の適用範囲(skip可)

第1世代のカイラル抑制のパラメーターを $\epsilon_{L,R}$ とすると、

$$M_R = \begin{pmatrix} \epsilon_R^2 & \epsilon_R & \epsilon_R \\ \epsilon_R & * & * \\ \epsilon_R & * & * \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_L^2 & \epsilon_L & \epsilon_L \\ \epsilon_L & * & * \\ \epsilon_L & * & * \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_{D1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix},$$

摂動論が良い記述 $\Rightarrow M_R$ 側の ϵ_R が十分小さい
 $\Rightarrow m_{D1}/\epsilon_L$ が十分小さい

$\Rightarrow m_D$ と m_n の(左)カイラル対称性が合致して相殺してはいけない

4. 現象論的帰結 (1) 二重ベータ崩壊

$m_D = U_D m_D^{\text{diag}} V_D^T$ の U_D を仮定しないと $(U_D^\dagger m_n U_D^*)_{11}$ は決まらない

ex) 大統一理論においては Cabibbo angle で支配されると仮定；

$$U_D \simeq \begin{pmatrix} c_\theta & s_\theta e^{i\phi} & O(10^{-3}) \\ -s_\theta e^{-i\phi} & c_\theta & O(10^{-2}) \\ O(10^{-3}) & O(10^{-2}) & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} s_\theta &\equiv \sin \theta \lesssim 0.2, \\ c_\theta &\equiv \cos \theta \sim 1 \end{aligned}$$

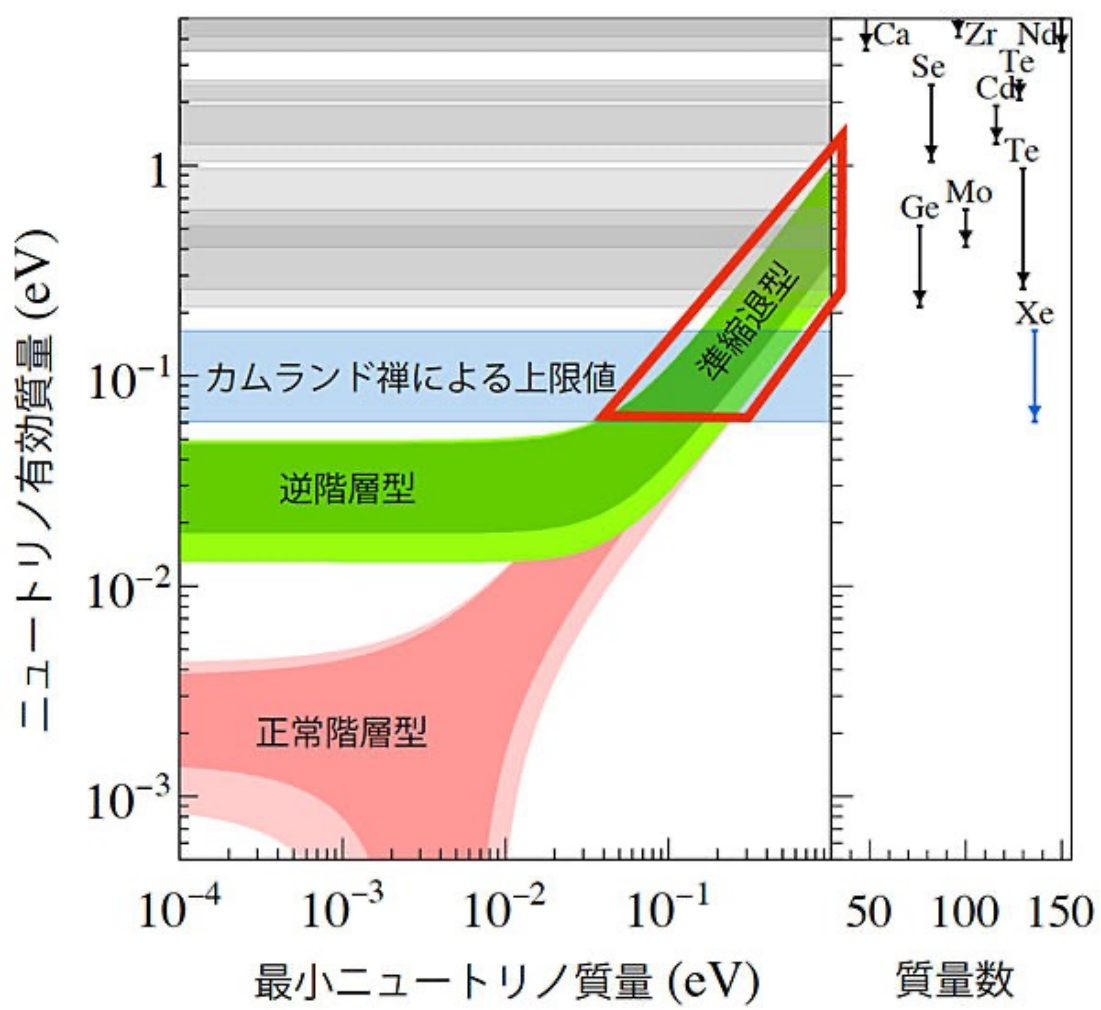
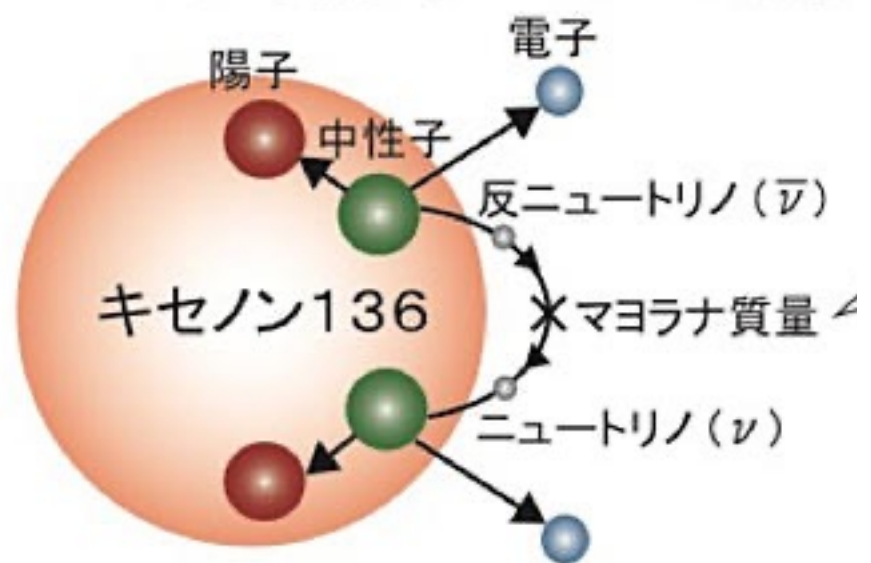
$$m_{11} = (V_{11}^*)^2 m_{ee} + 2V_{11}^* V_{21}^* m_{e\mu} + (V_{21}^*)^2 m_{\mu\mu}.$$

$s \theta$ が十分小さければ $m_{11} \sim m_{ee}$.

4. 現象論的帰結 (1) 二重ベータ崩壊

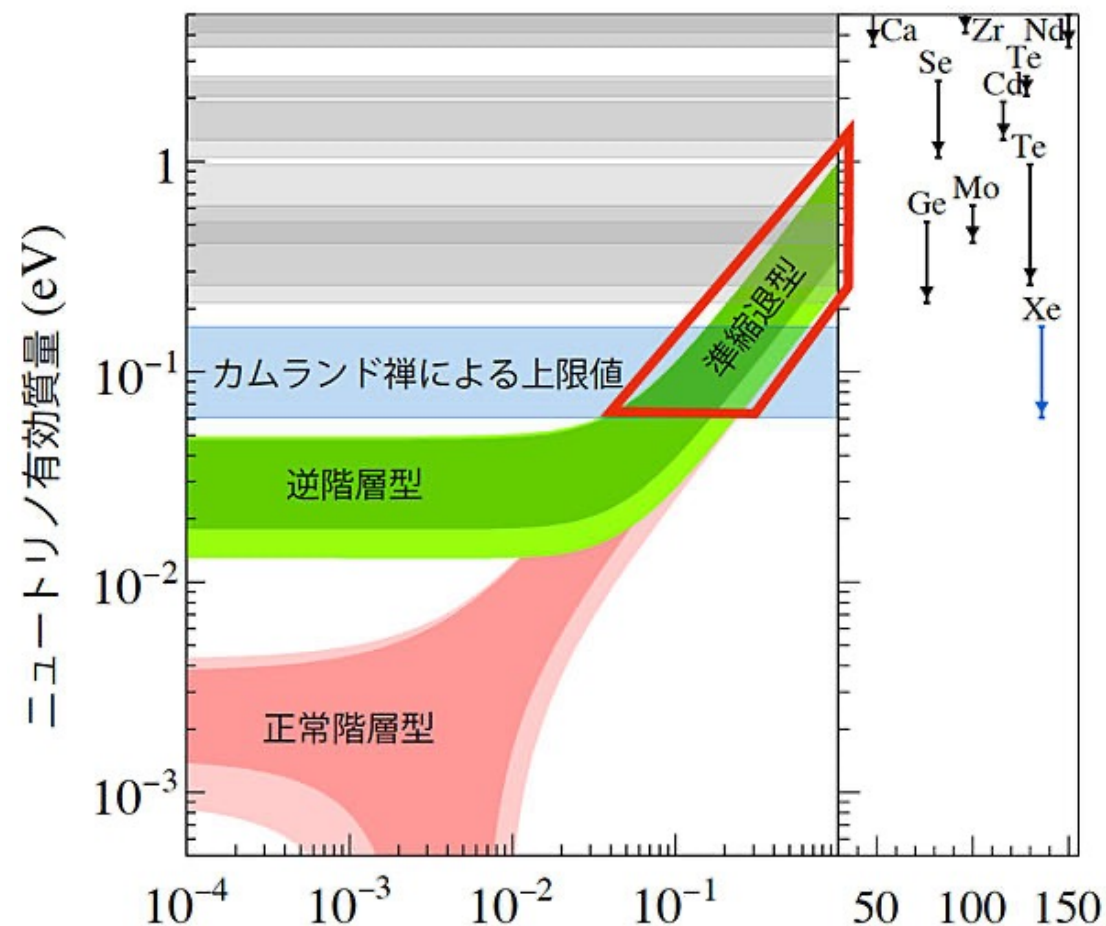
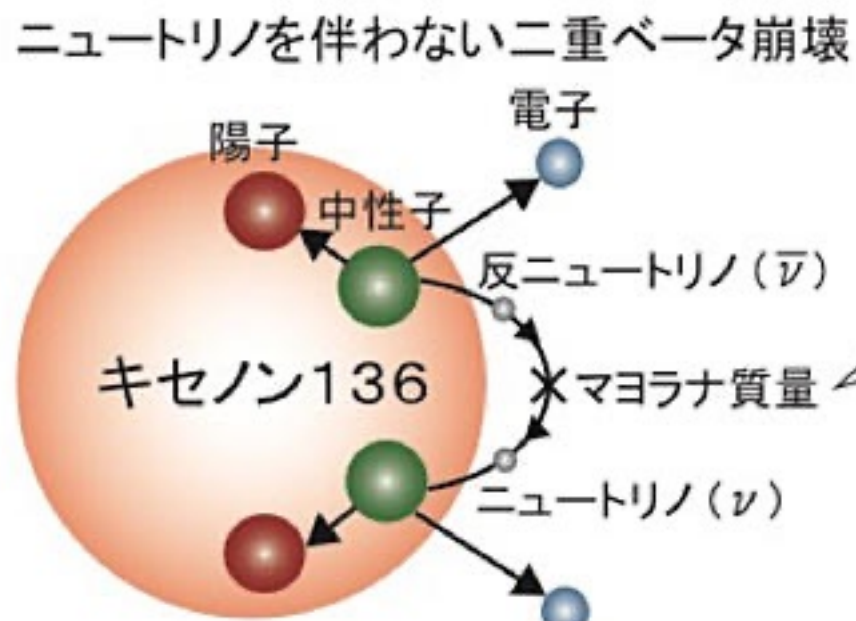
東北大学ホームページより

ニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊



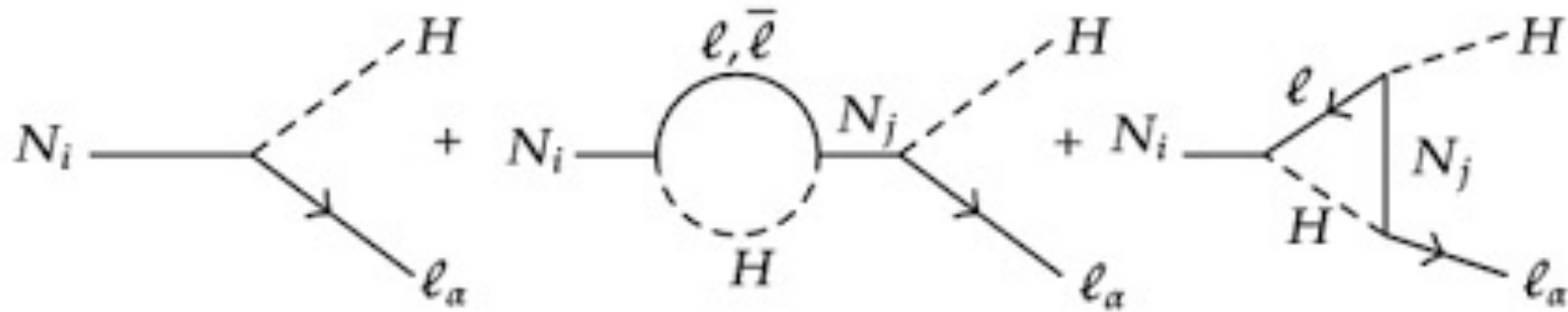
4. 現象論的帰結 (1) 二重ベータ崩壊

東北大学ホームページより



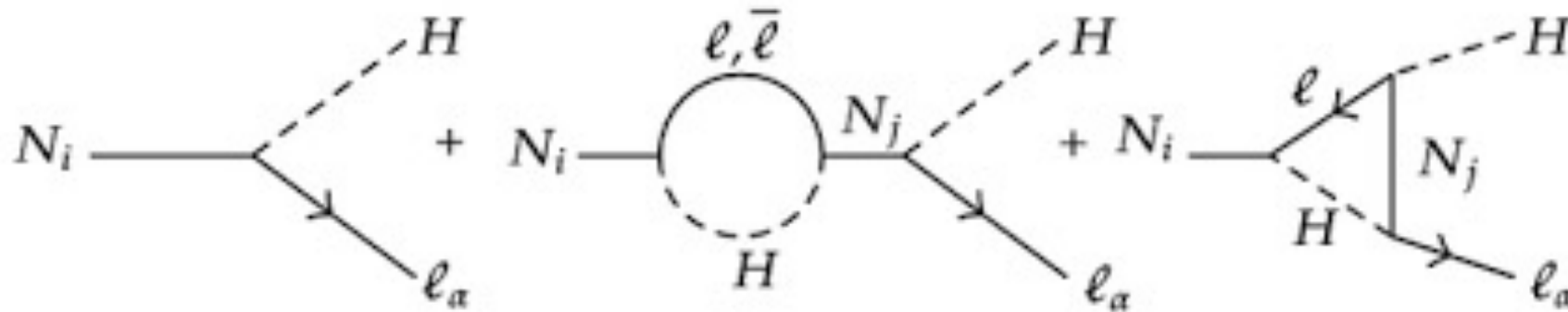
$$M_1 \gtrsim O(100) \text{ TeV in NH and } M_1 \sim O(10) \text{ TeV in IH.}$$

現象論的帰結 (2) レプトジェネシス



$$\eta \propto \epsilon \equiv \Gamma_{\nu_{R1}}^{\text{CP}-} / \Gamma_{\nu_{R1}}^{\text{CP}+} \propto M_1$$

現象論的帰結 (2) レプトジェネシス



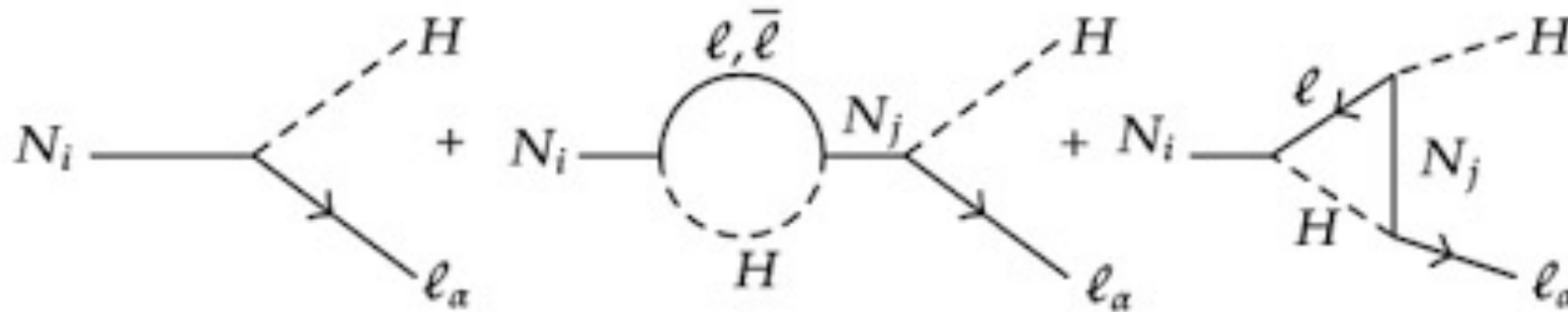
$$\eta \propto \epsilon \equiv \Gamma_{\nu_{R1}}^{\text{CP}-} / \Gamma_{\nu_{R1}}^{\text{CP}+} \propto M_1$$

ν_{R1} による熱的レプトジェネシス $M_1 \gtrsim 10^9 \text{ GeV}$

$\Rightarrow m_{D1} \gtrsim 30 \text{ MeV}$

K. Hamaguchi, H. Murayama, and T. Yanagida, Phys. Rev. D65, 043512 (2002),
S. Davidson and A. Ibarra, Phys. Lett. B535, 25 (2002).

現象論的帰結 (2) レプトジェネシス



$$\eta \propto \epsilon \equiv \Gamma_{\nu_{R1}}^{\text{CP}-} / \Gamma_{\nu_{R1}}^{\text{CP}+} \propto M_1$$

ν_{R1} による熱的レプトジェネシス $M_1 \gtrsim 10^9 \text{ GeV}$

$\Rightarrow m_{D1} \gtrsim 30 \text{ MeV}$

K. Hamaguchi, H. Murayama, and T. Yanagida, Phys. Rev. D65, 043512 (2002),
S. Davidson and A. Ibarra, Phys. Lett. B535, 25 (2002).

\Rightarrow 特別な条件を除けば, $m_{D1} \sim 1 \text{ MeV}$ の単純な大統一理論と

ν_{R1} によるバリオン生成の両立は難しい

まとめ

1. type-I seesaw機構 $m_{D1} \rightarrow 0$ の極限でカイラル対称性

- Dirac質量行列 m_D の特異値が $m_{D1} \ll m_{D2,3} \Rightarrow M_1 \simeq m_{D1}^2 / |(m_\nu)_{11}|$
- m_D の左混合 U が小さい $\Rightarrow (m_n)_{11} \sim$ 二重ベータ崩壊の有効質量 m_{ee}
- \Rightarrow NHなら $M_1 \sim 100 \text{ TeV}$, IHなら $M_1 \sim 10 \text{ TeV}$.

2. 現象論的帰結

- V_{R1} による熱的レプトジェネシスは単純な大統一理論と相性悪い
- この関係式は宇宙論、大統一理論、ニュートリノ現象論に有用

Back ups

0. カイラル対称性と摂動論

カイラル対称性 \equiv 左右別々の対称性

$$\text{ex) } m_q(\bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L) \quad q'_L = e^{i\alpha_L} q_L, \quad q'_R = e^{i\alpha_R} q_R$$

クォーク質量 $m_q \rightarrow 0$ の極限でカイラル対称性が復活

\Rightarrow π 中間子の質量が 0 (NG boson)

有限なクォーク質量 $m_{u,d}$ に対する摂動論

M. Gell-Mann, R.J. Oakes, B. Renner
Phys.Rev. 175 (1968) 2195-2199

$$m_\pi^2 = \frac{m_u + m_d}{2} \frac{\langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle}{f_\pi^2}$$

3. カイラル摂動論の適用範囲

カイラル摂動が破綻するとき、 M_1 が重くなることが許される、が……

NHでMNS行列が
TBM likeのとき、

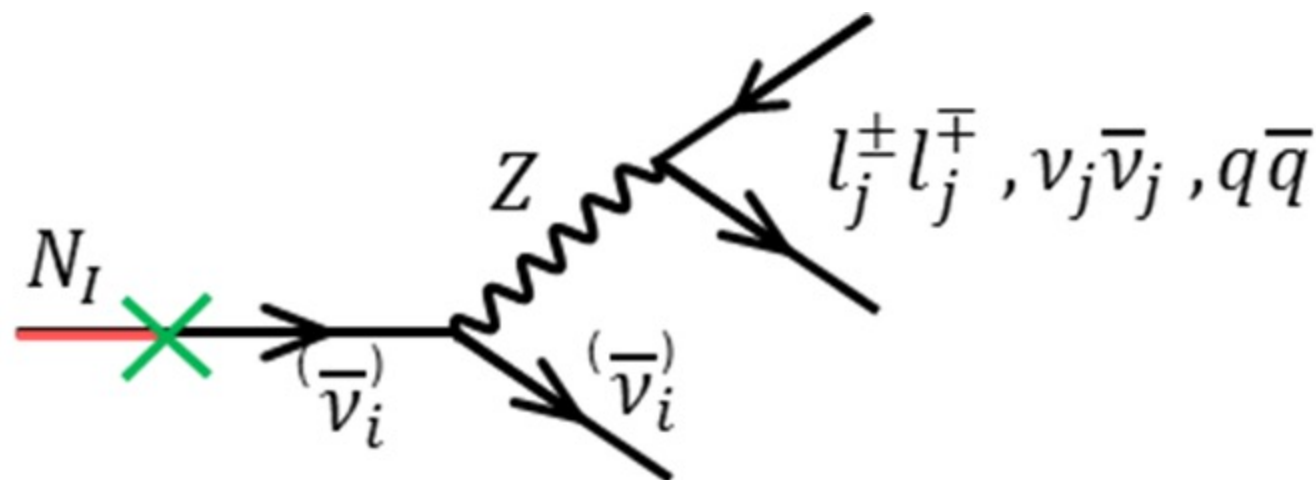
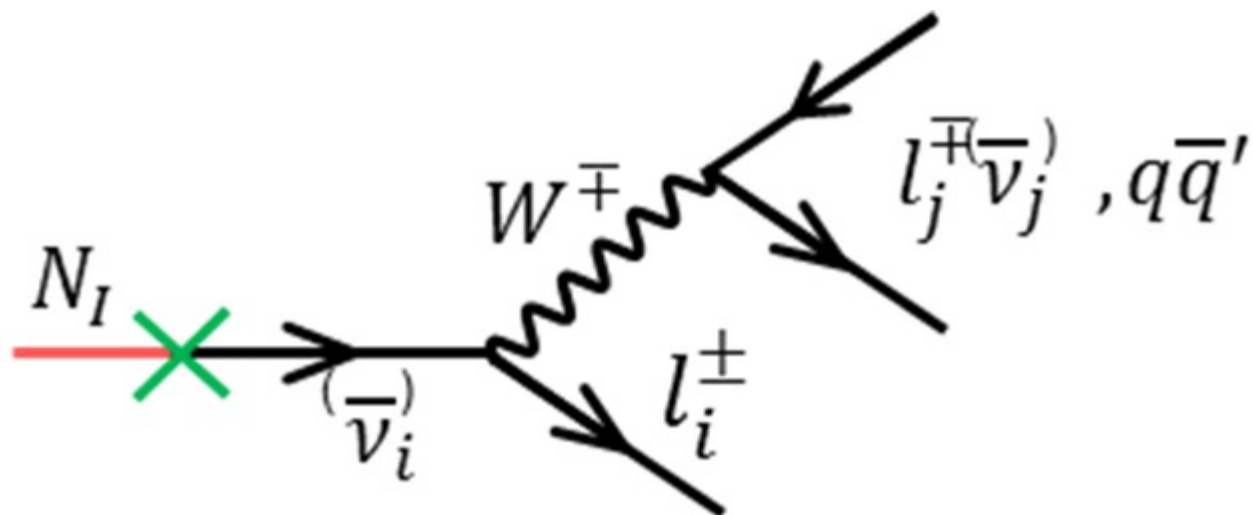
$$U_{\text{TBM}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

$$m_D \simeq \begin{pmatrix} A_2 & B_2 & C_2 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ A_3 & B_3 & C_3 \\ -A_3 & -B_3 & -C_3 \end{pmatrix}.$$

このとき強い階層 $|(m_D)_{33}| \gg |(m_D)_{ij}|$ は難しい

4. 現象論的帰結 (3) どうやって見るの？

インターネットから



LHC? IceCube gap?

5. カイラル対称性とくりこみ

't Hooft, '80

湯川のカイラル対称性はくりこみを受けにくい(naturalness)

$$\frac{dY}{dt} \propto Y = S Y$$

Exoticな余計な寄与がなければ、GUTスケールのような
高エネルギーまで摂動関係は有効 (?)

MRの他の質量は？

MJSY, 2308.12718

質量が階層的 $m_{D1} \ll m_{D2} \ll m_{D3}$ であれば、

$M_R = U M_R^{\text{diag}} U^T$ の3つの質量

$$M_1 = \frac{m_{D1}^2}{m_{11}}, \quad M_2 = \frac{m_{D2}^2 m_{11}}{(m_{11} m_{22} - m_{12}^2)}, \quad M_3 = m_{D3}^2 (m^{-1})_{33}$$

と U の3つの混合

$$-\frac{m_{D1} m_{12}}{m_{D2} m_{11}}, \quad \frac{m_{D1} (m^{-1})_{13}}{m_{D3} (m^{-1})_{33}}, \quad \frac{m_{D2} (m^{-1})_{23}}{m_{D3} (m^{-1})_{33}}$$

MRの他の質量は？

MJSY, 2308.12718

質量が階層的 $m_{D1} \ll m_{D2} \ll m_{D3}$ であれば、

$M_R = U M_R^{\text{diag}} U^T$ の3つの質量

$$M_1 = \frac{m_{D1}^2}{m_{11}}, \quad M_2 = \frac{m_{D2}^2 m_{11}}{(m_{11} m_{22} - m_{12}^2)}, \quad M_3 = m_{D3}^2 (m^{-1})_{33}$$

と U の3つの混合

$$-\frac{m_{D1} m_{12}}{m_{D2} m_{11}}, \quad \frac{m_{D1} (m^{-1})_{13}}{m_{D3} (m^{-1})_{33}}, \quad \frac{m_{D2} (m^{-1})_{23}}{m_{D3} (m^{-1})_{33}}$$

Seesaw機構の6つの条件をすべて解いた

摂動論の誤差は？

MJSY, work in progress

$$(M_R^\dagger M_R)_{ik} = \sum_j m_{Di} (m^{-1})_{ij}^\dagger m_{Dj}^2 (m^{-1})_{jk} m_{Dk},$$

$$M_R^\dagger M_R = \begin{pmatrix} m_{Di}^{2n} & m_{Di}^{2n+1} \\ m_{Di}^{2n+1} & m_{Di}^{2n} \end{pmatrix}$$

固有値方程式は偶数次 \Rightarrow 固有値 M_i^2 は m_{Di} の偶数次

摂動論の誤差は？

MJSY, work in progress

$$(M_R^\dagger M_R)_{ik} = \sum_j m_{Di} (m^{-1})_{ij}^\dagger m_{Dj}^2 (m^{-1})_{jk} m_{Dk},$$

$$M_R^\dagger M_R = \begin{pmatrix} m_{Di}^{2n} & m_{Di}^{2n+1} \\ m_{Di}^{2n+1} & m_{Di}^{2n} \end{pmatrix}$$

固有値方程式は偶数次 \Rightarrow 固有値 M_i^2 は m_{Di} の偶数次

NLOは $O(m_{Di}^2/m_{Dj}^2) \Rightarrow$ 誤差1%以下 !!

必要条件の証明 ($Pm_\nu = 0 \Rightarrow Pm_D = 0$)

SVDs of matrices $m_\nu = U m_\nu^{\text{diag}} U^T$ and $m_D = U_D m_D^{\text{diag}} V_D^\dagger$ leads to

$$U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} U^T = U_D \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} V_D^\dagger M_R^{-1} V_D^* \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{D2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{D3} \end{pmatrix} U_D^T,$$

m_D^{diag} の間の行列の積を実行すると

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} = U^\dagger U_D \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix} U_D^T U^*, \quad \Rightarrow \quad U^\dagger U_D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}.$$

Massless方向の固有ベクトルは同一 \Rightarrow 同じ左手のカイラル対称性を共有