開放量子系における
分数量子ゼノ効果と反ゼノ効果

東京大学　大学院理学系研究科　物理学専攻
羽田野研究室　博士1年

きんかわ
金川隼人

kinkawa@iis.u-tokyo.ac.jp

共同研究者
中林拓紀 (東京大･理･物理)　平良敬乃 (九州大･理･物理)　羽田野直道 (東京大･生研)

東京女子大学理論物理研究室セミナー　2025/1/23

開放量子系における
分数量子ゼノ効果と反ゼノ効果

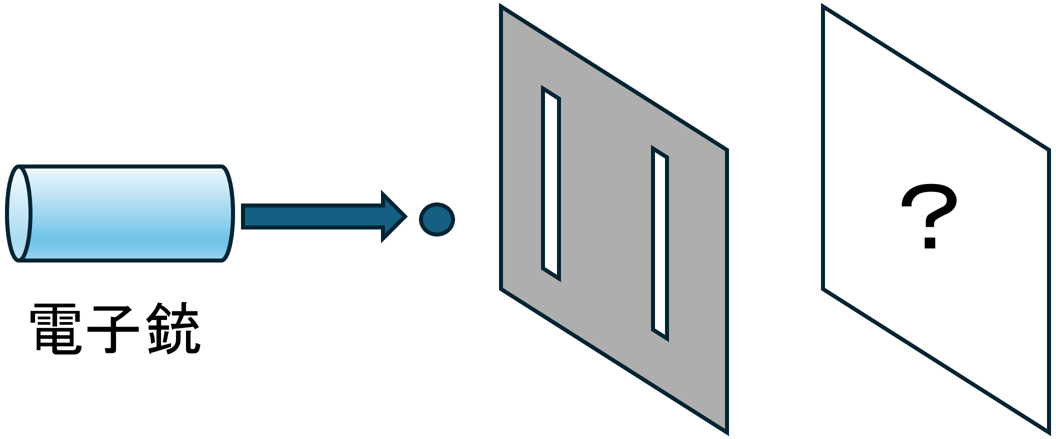
- 第一部　開放量子系とは？
  - 学部の量子力学のおさらい
  - 量子系のシュレーディンガー方程式で書けない非ユニタリ発展
    - 開放量子系のマルコフ･非マルコフ発展
    - 量子測定による状態の収縮
- 第二部　量子ゼノ効果･反ゼノ効果
  - 非マルコフ発展＋量子測定⇨時間発展が“止まる”
- 第三部　分数量子ゼノ･反ゼノ効果とは？（我々の研究成果）
  - 非マルコフ発展と量子測定と環境系の無限大自由度が絡むことで創発する新たな量子ゼノ効果

古典力学とその限界

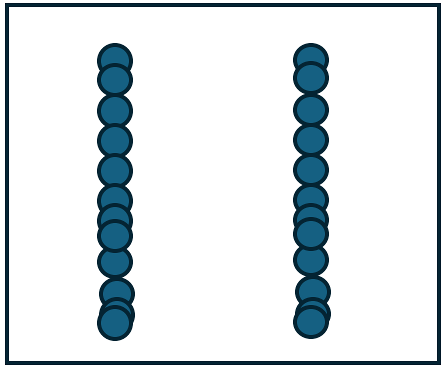
- 力学：　物体の運動についての学問
- 古典力学：　粒子の「位置」と「運動量」の時間発展は決定論的に記述できる

$$(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{p}(t)) \qquad m\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}$$

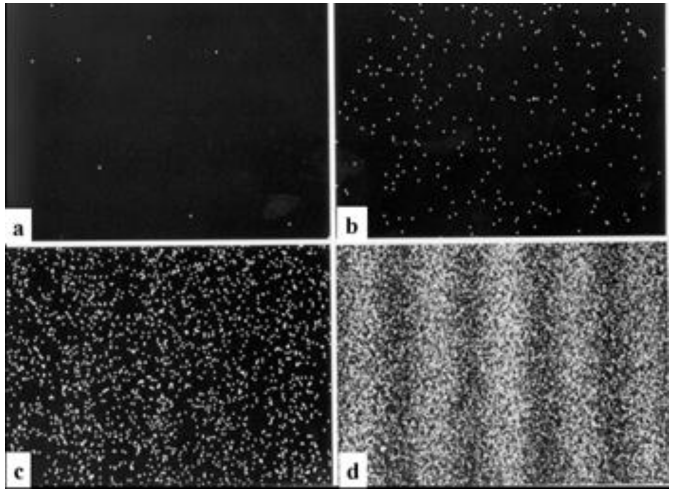
- 電子の二重スリット実験



古典力学の予言



実験結果 (HITACH)



たとえ数学的に正しく計算をしても、

自然現象を正しく記述できないならば物理的に正しくない

量子力学で注目するもの

- 物理量(e.g. 位置)は確率的に揺らぐ

- 「決定論的に予言できる何か」に注目すれば良い！

  量子状態(波動関数) $|\psi\rangle$

- 力学：　物体の運動についての学問

- 古典力学 : 粒子の「位置」と「運動量」の時間発展は決定論的に記述できる

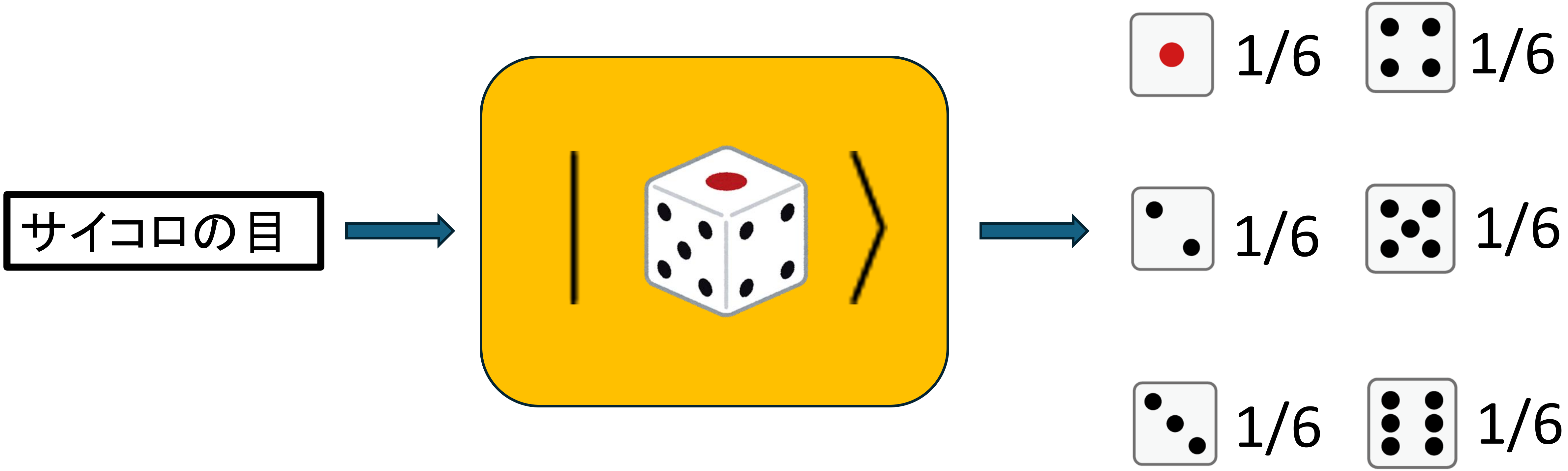
$$(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{p}(t)) \qquad m\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}$$

- 量子力学 : 粒子の「量子状態」のユニタリ時間発展は決定論的に記述できる

$$|\psi(t)\rangle \qquad \mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$$

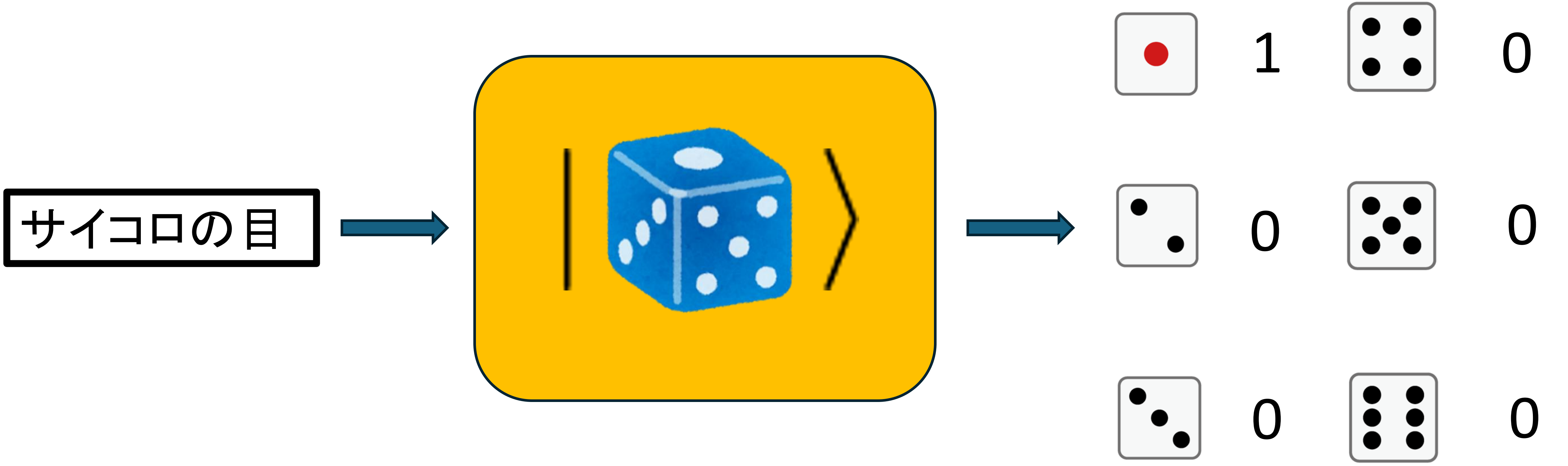
量子状態とは

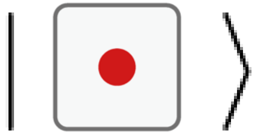
- 量子状態は直接は見えない
- 人間は測定を通して量子状態にアクセスできる
- 物理量を入力すると、その確率分布を返す装置



量子状態とは

- 量子状態は直接は見えない
- 人間は測定を通して量子状態アクセスできる
- 物理量を入力すると、その確率分布を返す装置



は「サイコロの目」の固有値に対応した固有状態

ボルンの確率則

- 量子状態$|\psi\rangle$に対して物理量Aの測定を行ったとき、
  物理量Aの固有値aが測定される確率$p(a)$ は

$$p(a) = |\langle a|\psi\rangle|^2$$

$p($  $) = |\langle$  $|$  $\rangle|^2 =$ 1/6

$p($  $) = |\langle$  $|$  $\rangle|^2 =$ 1

$$p(x)\mathrm{d}x = |\psi(x)|^2\mathrm{d}x = |\langle x|\psi\rangle|^2\mathrm{d}x$$

粒子が位置xから$x+\mathrm{d}x$の間に観測される確率

量子力学のユニタリ時間発展

- 量子力学 : 粒子の「量子状態」のユニタリ時間発展は決定論的に記述できる
- 量子力学の運動方程式 : シュレーディンガー方程式

$$\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$$

- シュレーディンガー方程式の解 : ユニタリ発展

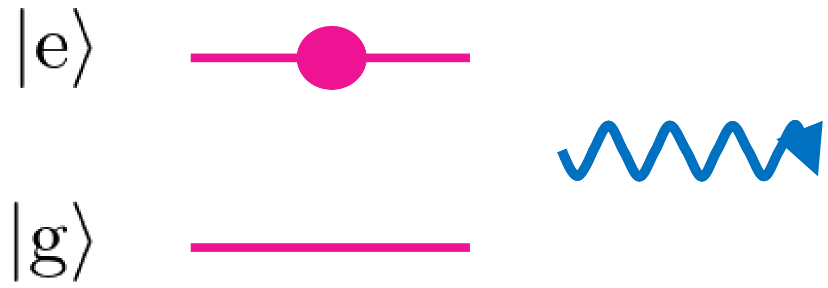
$$|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}|\psi(0)\rangle$$

$$U^{-1}(t) = U^{\dagger}(t) = U(-t) = \mathrm{e}^{+\mathrm{i}Ht}$$:ユニタリ性

- ユニタリ発展で量子状態の情報が失われることはない

$$\text{初期状態 } |\psi(0)\rangle \underset{U^{\dagger}(t)}{\overset{U(t)}{\rightleftarrows}} |\psi(t)\rangle \text{ 終状態}$$

身の回りの現象はみんなユニタリ発展？



- 真空中の励起状態 (excited state)にある原子は光子を放出して基底状態 (ground state)に落ちる
- 真空中の基底状態にある原子は基底状態のまま

- この過程を記述するユニタリ発展演算子はあるか？

$$|\mathrm{e}\rangle \longrightarrow |\mathrm{g}\rangle \qquad U|\mathrm{e}\rangle = |\mathrm{g}\rangle$$

$$U^\dagger |\mathrm{g}\rangle = ?$$

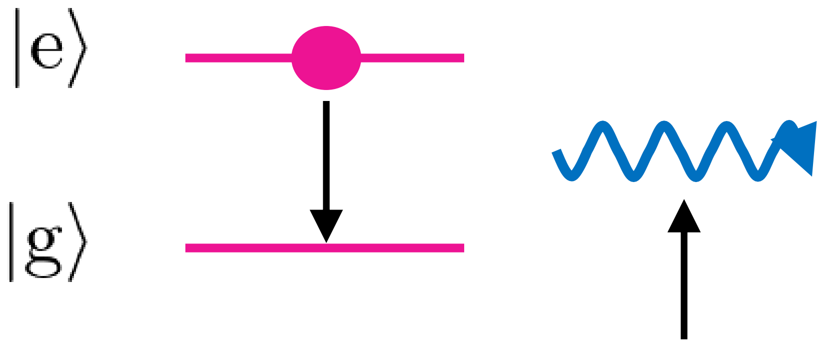
$$|\mathrm{g}\rangle \longrightarrow |\mathrm{g}\rangle \qquad U|\mathrm{g}\rangle = |\mathrm{g}\rangle$$

この過程はユニタリ発展ではない（終状態から一意に初期状態を辿れない）

$$|\mathrm{e}\rangle \longrightarrow |\mathrm{g}\rangle, \quad |\mathrm{g}\rangle \longrightarrow |\mathrm{g}\rangle$$

初期状態 $|\psi(0)\rangle \underset{U^\dagger(t)}{\overset{U(t)}{\rightleftarrows}} |\psi(t)\rangle$ 終状態

どうして非ユニタリ？



- 真空中にある励起状態 (excited state)の原子は光子を放出して基底状態 (ground state)に落ちる
- 真空中にある基底状態の原子は基底状態のまま

これを勘定に入れていなかったから

- 原子の外まで考慮に入れればちゃんとユニタリ発展

$$|e\rangle|\mathrm{vac}\rangle \longrightarrow |g\rangle|\gamma\rangle$$

$$|g\rangle|\mathrm{vac}\rangle \longrightarrow |g\rangle|\mathrm{vac}\rangle$$

原子の外を無視

$$|e\rangle \longrightarrow |g\rangle$$

$$|g\rangle \longrightarrow |g\rangle$$

非ユニタリ発展は系の一部に関する情報を失うことによって起こる

シュレーディンガー方程式の限界

- シュレーディンガー方程式で全てを記述したい人は

$$i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$$

全宇宙の量子状態　　全宇宙のあらゆる素粒子とその相互作用についてのハミルトニアン

$|\psi(0)\rangle$　　宇宙誕生時の初期量子状態

- 実際上、宇宙全ての粒子を記述し尽くすのは到底できない
- 階層ごとに普遍性が表れるという物理学の経験則

e.g. 熱力学は微視的詳細によらない普遍性を持つ

系の情報を部分的にしか持っていない場合の
この世界の普遍的法則は何か？

開放量子系

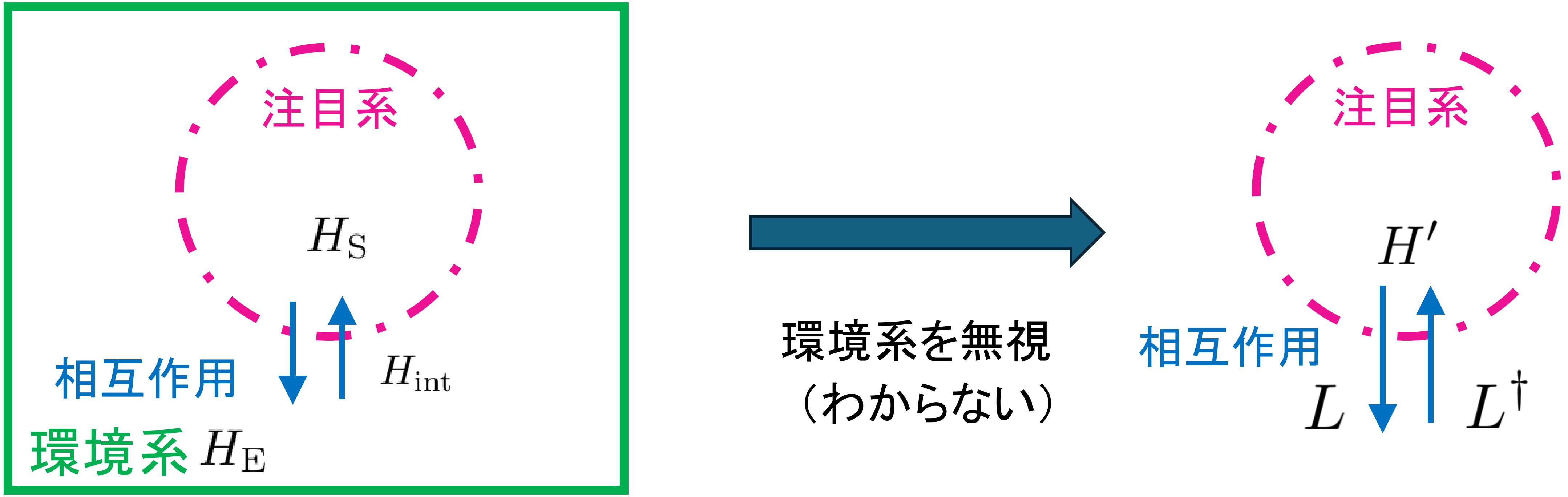
- 大きな自由度を持った環境系と相互作用する少数自由度の注目系

全体系 (孤立系) = 注目系 + 環境系

開放系

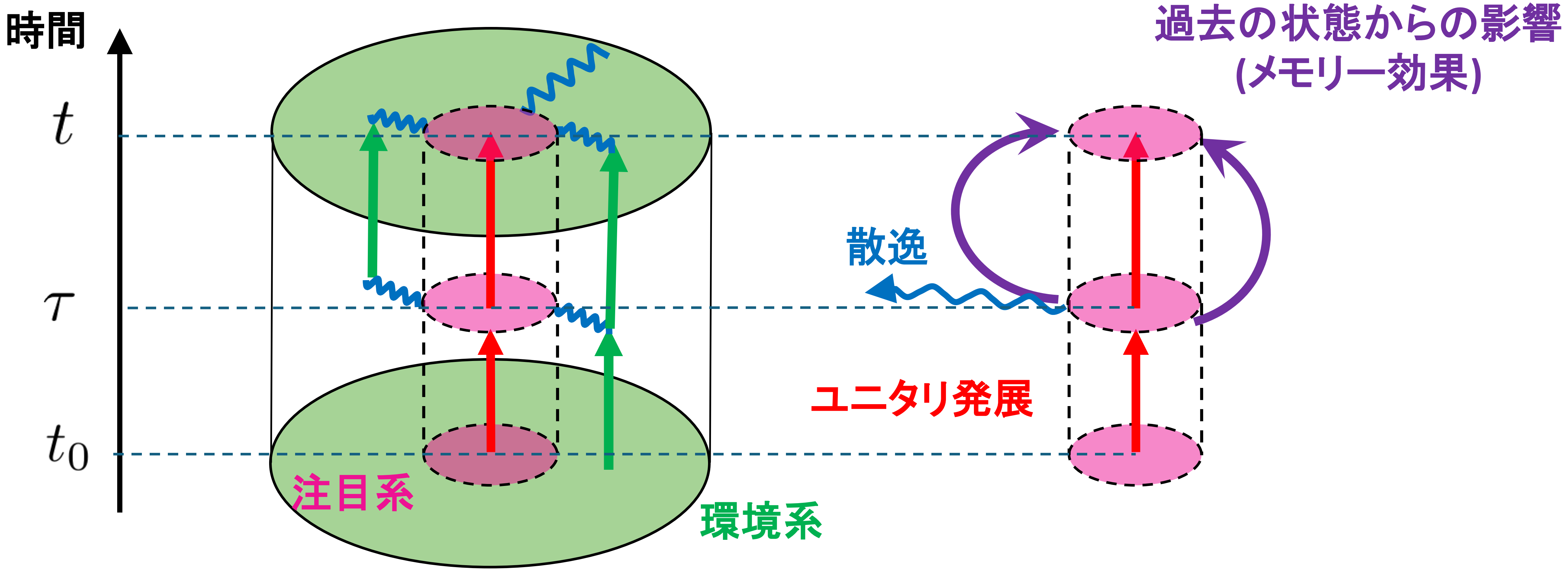
ユニタリ発展

非ユニタリ発展



- 環境系は典型的には真空・熱浴

開放量子系の時間発展



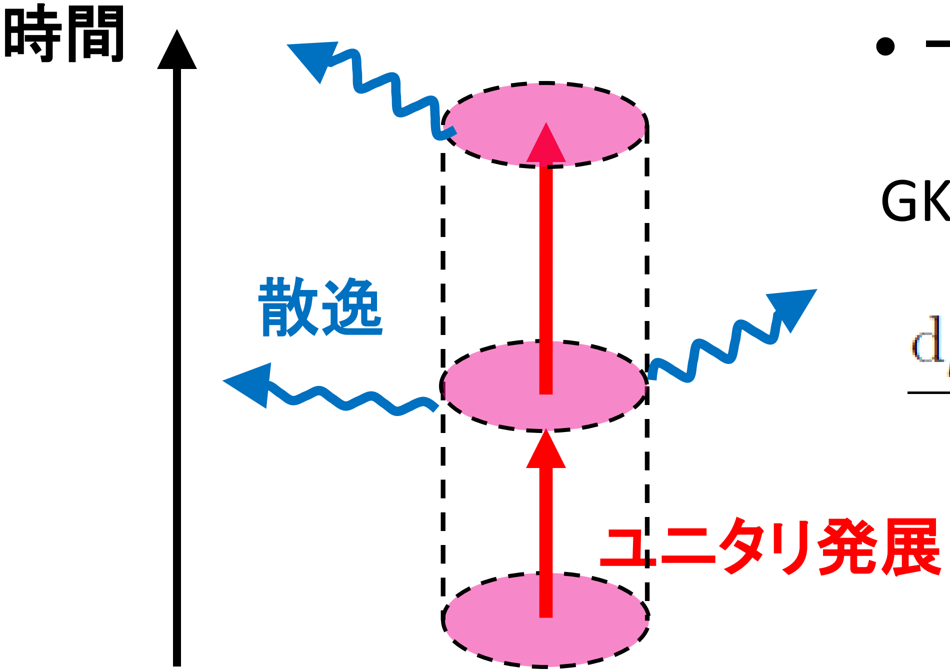
- 相互作用と環境系を介して注目系の過去の状態が時間発展に影響を与える
- 開放量子系の時間発展は原理的に<u>注目系の過去に依存</u>

非Markov的

マルコフ的時間発展

- メモリー効果を扱うのは難しい

  →メモリー効果なしの近似的ダイナミクス（マルコフ過程）を扱うことが多い



- 一般的な量子マルコフ過程の時間発展方程式

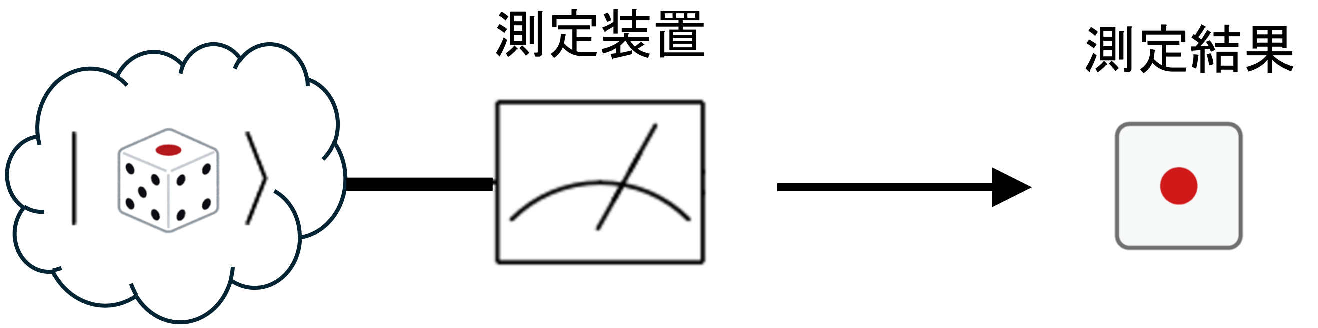
GKSL方程式

$$\frac{\mathrm{d}\rho(t)}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{i}[H, \rho(t)] + \sum_k \gamma_k \left[V_k \rho(t) V_k^\dagger - \frac{1}{2}\left\{ V_k^\dagger V_k, \rho(t) \right\} \right]$$

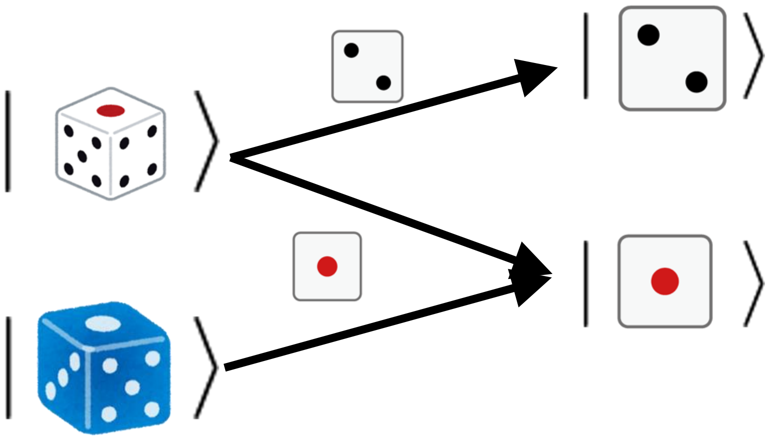
我々の研究動機の根底には

開放量子系の非マルコフ的ダイナミクスを理解したい！

量子測定：もう一つの非ユニタリ発展



- 測定結果が得られた瞬間に量子状態が変化する（波動関数の収縮）
- 測定に伴う波動関数の収縮は非ユニタリ過程



初期状態から一意に終状態が得られない

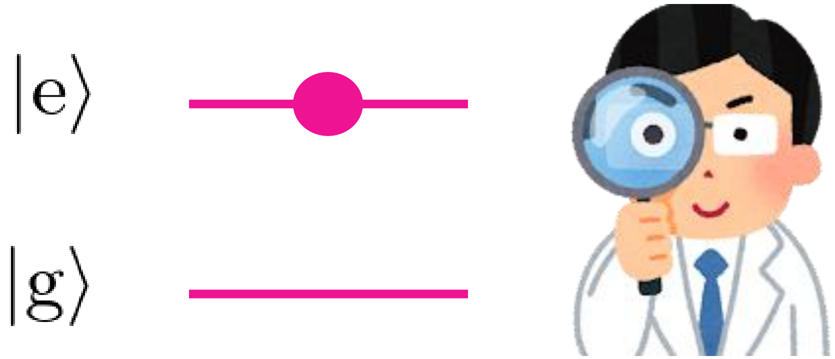
終状態から一意に初期状態が辿れない

開放量子系における
分数量子ゼノ効果と反ゼノ効果

- 第一部　開放量子系とは？
  - 学部の量子力学のおさらい
  - 量子系のシュレーディンガー方程式で書けない非ユニタリ発展
    - 開放量子系のマルコフ・非マルコフ発展
    - 量子測定による状態の収縮
- 第二部　量子ゼノ効果
  - 量子を繰り返し測定することで時間発展が“止まる”
- 第三部　分数量子ゼノ・反ゼノ効果とは？（我々の研究成果）
  - 非マルコフ発展と量子測定と環境系の無限大自由度が絡むことで創発する新たな量子ゼノ効果

量子ゼノ効果

- 量子系を短い時間確率で繰り返し測定すると、量子系の遷移が抑制される現象のこと
- 量子系を測定し続けると“時間発展が止まる”



- 短時間領域で生存確率が二次減衰することが肝 $p(t) \propto 1 - \alpha t^2$

短時間領域での二次減衰

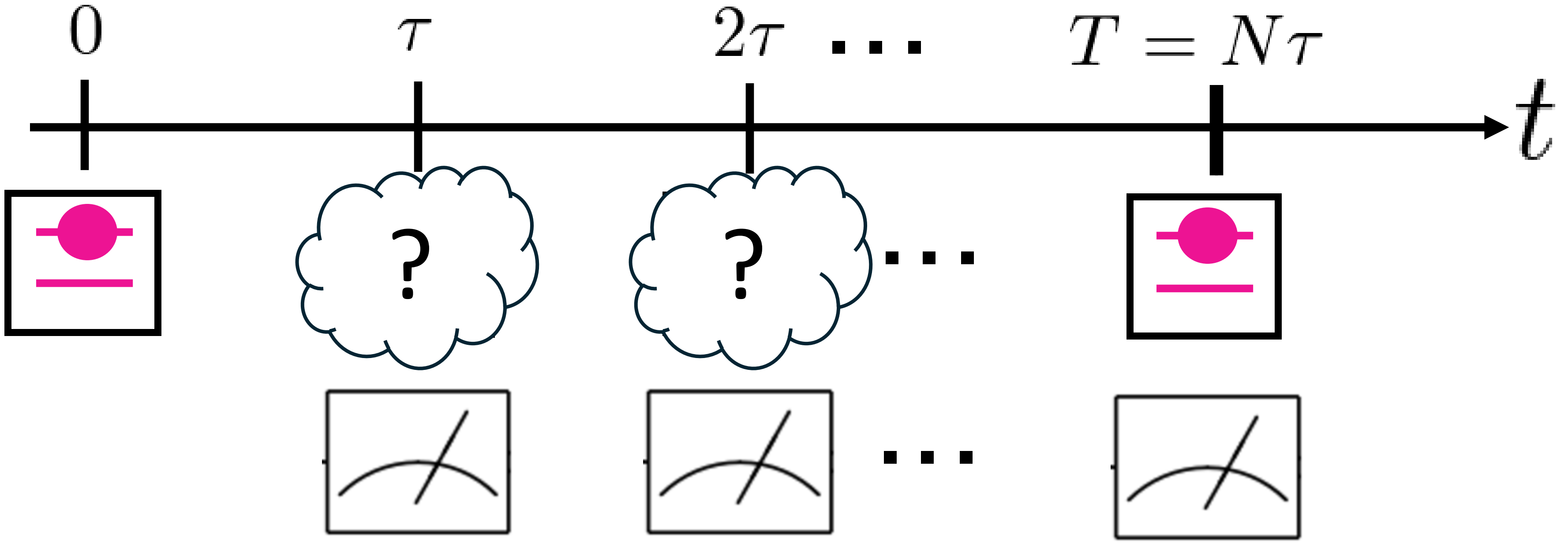
- 初期状態 : $|\phi\rangle$ ・ユニタリ発展 : $|\psi(t)\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}|\phi\rangle$
- 生存確率:量子系が時間発展したのちに、初期状態が測定される確率

$$
\begin{aligned}
p(t) &= |\langle\phi|\psi(t)\rangle|^2 \\
&= |\,\langle\phi|\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}\,|\phi\rangle\,|^2 \\
&= \langle\phi|\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}Ht}\,|\phi\rangle\langle\phi|\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Ht}\,|\phi\rangle \\
&= \langle\phi|\left(1 + \mathrm{i}Ht - \frac{1}{2}H^2t^2 + \cdots\right)|\phi\rangle\langle\phi|\left(1 - \mathrm{i}Ht - \frac{1}{2}H^2t^2 + \cdots\right)|\phi\rangle \\
&\simeq 1 - \left(\langle\phi|\,H^2\,|\phi\rangle - \langle\phi|\,H\,|\phi\rangle^2\right)t^2
\end{aligned}
$$

- 特定の状態$|\phi\rangle$やハミルトニアンHによらない議論なので、短時間領域の二次減衰は一般的に成立すると考えられてきた

量子ゼノ効果

B. Misra and E.C.G. Sudarshan (1997)



- 生存確率 $1-\alpha\tau^2$ $1-\alpha\tau^2$ $1-\alpha\tau^2$
- 全ての測定で「二準位系が励起状態にある」と観測される確率

$$\left(1-\alpha\left(\frac{T}{N}\right)^2\right)^N = \left(1-\frac{\alpha T^2}{N}\frac{1}{N}\right)^N \sim \exp\left(-\frac{\alpha T^2}{N}\right) \to 1 \text{ as } N \to \infty$$

連続測定の極限で量子系は基底状態に遷移しなくなる

一般化された量子ゼノ･反ゼノ効果

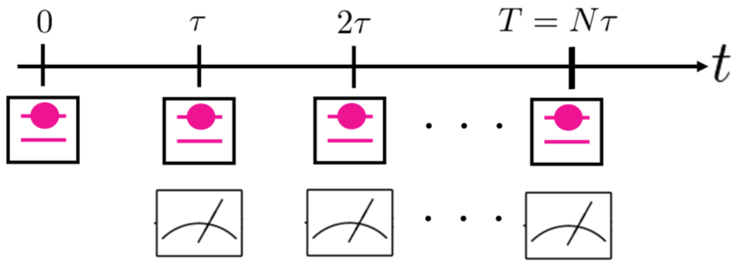
- 生存確率の振る舞いは遷移レート$\Gamma(t)$で特徴づけられる　A. Chaudhry (2016)

$$p(t) = \mathrm{e}^{-\Gamma(t)t}$$

cf. 指数減衰： $p(t) = \mathrm{e}^{-\gamma t}$

- 短時間での繰り返し測定 (時刻T まで$N(\gg 1)$回測定･測定間隔$\tau = T/N$)

$$p(T) \simeq \left(1 - \Gamma(\tau)\frac{T}{N}\right)^N \sim \mathrm{e}^{-\Gamma(\tau)T} \gtrless P(T) \simeq \mathrm{e}^{-\gamma T}$$ （測定なしの場合）



- 連続測定極限の条件$(\tau \to 0)$を緩める

量子ゼノ効果

- $\Gamma(\tau) < \gamma$ となるような測定間隔τ での繰り返しの測定が遷移を抑制

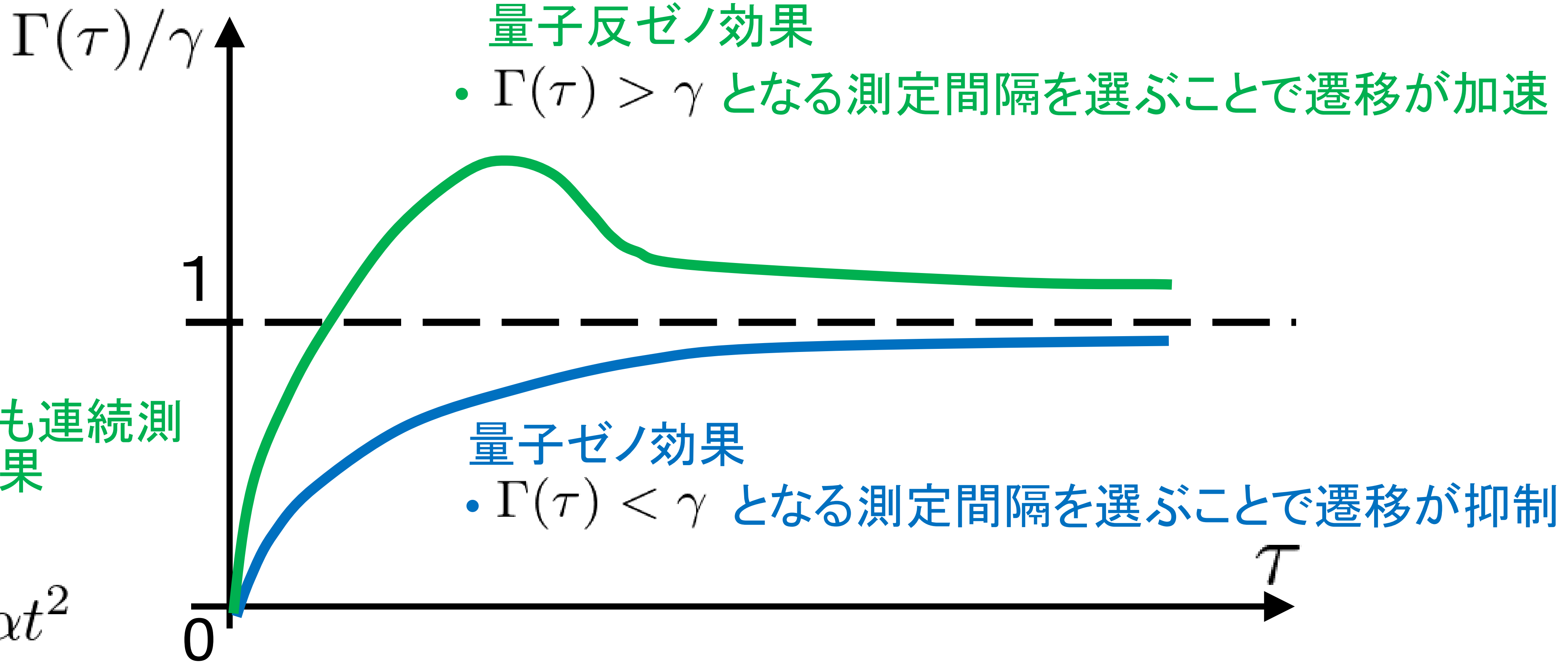
量子反ゼノ効果

- $\Gamma(\tau) > \gamma$ となるような測定間隔 τでの繰り返しの測定が遷移を加速

（量子反ゼノ効果が起こりうる系でも連続測定極限では量子ゼノ効果が起こる）

一般化された量子ゼノ・反ゼノ効果

- 遷移レートに注目 $p(t) = \mathrm{e}^{-\Gamma(t)t}$　　$P(T) \simeq \mathrm{e}^{-\gamma T}$（測定なしの場合）　A. Chaudhry (2016)
  - $\Gamma(\tau) < \gamma$ となる測定間隔τ→量子ゼノ効果
  - $\Gamma(\tau) > \gamma$ となる測定間隔τ →量子反ゼノ効果



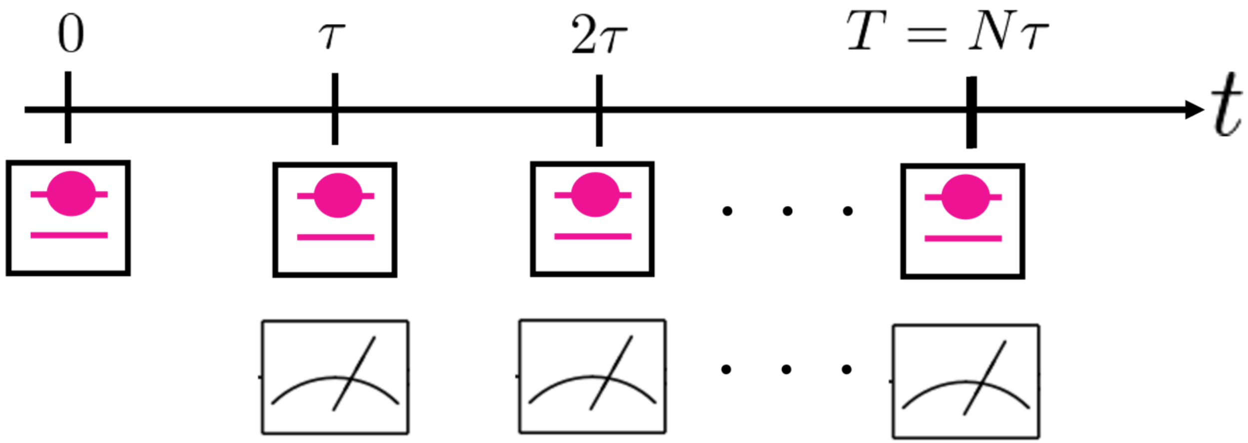
反ゼノ効果の系でも連続測定極限ではゼノ効果

$$\Gamma(\tau) \sim \tau$$

$$p(t) \propto 1 - \alpha t^2$$

第二部まとめ

- 量子系の短時間での生存確率は $p(t) \propto 1 - \alpha t^2$
- 量子系を短い時間確率で繰り返し測定すると、量子系の遷移が抑制/加速される現象のこと



- 測定で遷移が抑制される→量子ゼノ効果
- 測定で遷移が加速される→量子反ゼノ効果

- たとえ量子反ゼノ効果が起こる系でも、連続測定の極限では量子ゼノ効果が起こる

開放量子系における
分数量子ゼノ効果と反ゼノ効果

- 第一部　開放量子系とは？
  - 学部の量子力学のおさらい
  - 量子系のシュレーディンガー方程式で書けない非ユニタリ発展
    - 開放量子系のマルコフ･非マルコフ発展
    - 量子測定による状態の収縮
- 第二部　量子ゼノ効果
  - 量子を繰り返し測定することで時間発展が“止まる”
- 第三部　分数量子ゼノ･反ゼノ効果とは？（我々の研究成果）
  - 非マルコフ発展と量子測定と環境系の無限大自由度が絡むことで創発する新たな量子ゼノ効果

第三部のまとめ

D : 環境系の空間次元　$\omega_{\boldsymbol{k}} = |\boldsymbol{k}|^n$: 環境系のエネルギー分散関係

$\nu = \frac{D}{n}$	$0 < \nu < 1$	$\nu = 1$	$1 < \nu < 2$
生存確率の短時間領域での振る舞い	$p(t) \simeq 1 - \alpha t^{2-\nu}$ 上に凸な減衰	$p(t) \simeq 1 - \alpha t$	$p(t) \simeq 1 - \alpha t^{2-\nu}$ 下に凸な減衰
連続測定下の量子ゼノ効果	ゼノ効果	おこらない	内因的反ゼノ効果

二つの点で従来の常識を破る発見

①開放量子系では短時間での減衰が2次にならない場合があることを発見

②連続測定極限で生存確率が直ちにゼロになる

新しい量子反ゼノ効果（内因的量子反ゼノ効果）を発見

モデル

$\omega_{\boldsymbol{k}} = |\boldsymbol{k}|^{n}$

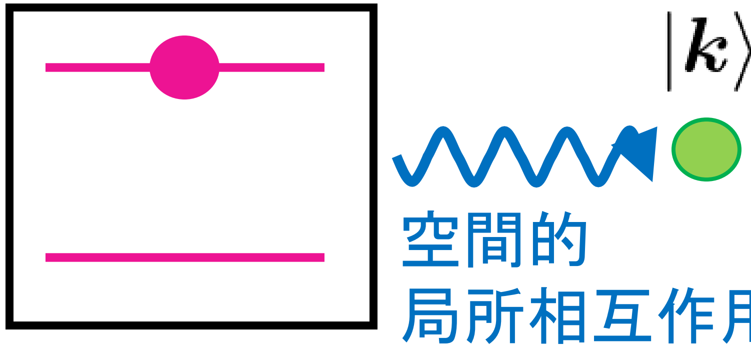
二準位系

D次元のボゾンの場

$|\mathrm{e}\rangle$

$|\boldsymbol{k}\rangle$

$|\mathrm{g}\rangle$



空間的局所相互作用

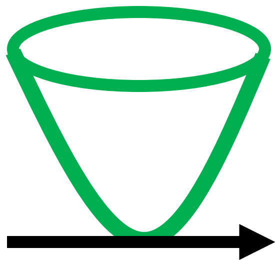
注目系

環境系 $|\mathrm{vac}\rangle$

$$H_{\mathrm{tot}} = H_0 + \lambda H_{\mathrm{int}}$$

$$H_0 = \frac{\omega_{\mathrm{S}}}{2}\sigma_z + \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^D\boldsymbol{k}\ \omega_{\boldsymbol{k}} b_{\boldsymbol{k}}^{\dagger} b_{\boldsymbol{k}}$$

$$H_{\mathrm{int}} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^D}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^D\boldsymbol{k}\ \left(\sigma^{+} b_{\boldsymbol{k}} + \sigma^{-} b_{\boldsymbol{k}}^{\dagger}\right)$$



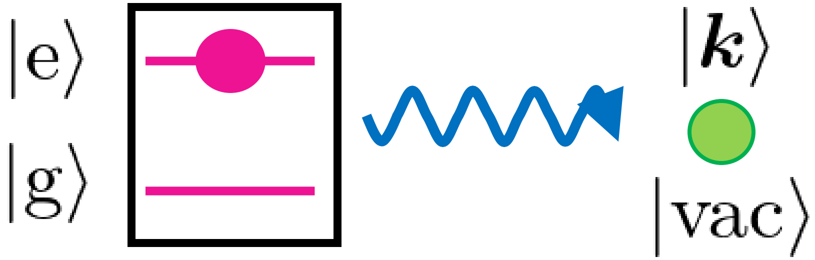
初期状態 $|\mathrm{e}\rangle \otimes |\mathrm{vac}\rangle$

$\cancel{|\mathrm{e}\rangle \otimes |\boldsymbol{k}\rangle}$ $|\mathrm{e}\rangle \otimes |\mathrm{vac}\rangle$:注目系が励起状態($|\mathrm{e}\rangle$と略記)

$\cancel{|\mathrm{g}\rangle \otimes |\mathrm{vac}\rangle}$ $|\mathrm{g}\rangle \otimes |\boldsymbol{k}\rangle$:環境系に波数kのボゾン ($|\boldsymbol{k}\rangle$と略記)

2次減衰の議論の破綻

- このモデルで議論を追うと



$$H_{\mathrm{tot}} = H_0 + \lambda H_{\mathrm{int}}$$

$$H_0 = \frac{\omega_{\mathrm{S}}}{2}\sigma_z + \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^D\boldsymbol{k}\ \omega_{\boldsymbol{k}} b_{\boldsymbol{k}}^{\dagger} b_{\boldsymbol{k}}$$

$$H_{\mathrm{int}} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^D} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^D\boldsymbol{k}\ \left(\sigma^+ b_{\boldsymbol{k}} + \sigma^- b_{\boldsymbol{k}}^{\dagger}\right)$$

$$p(t) \simeq 1 - \left(\langle \mathrm{e}|\, H^2 \,|\mathrm{e}\rangle - \langle \mathrm{e}|\, H \,|\mathrm{e}\rangle^2\right) t^2$$

$$\|$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}^D\boldsymbol{k} \frac{1}{2\pi^D} = \infty$$

$p(t) = 1 - \infty \cdot t^2 + \infty \cdot t^4 + \cdots$ となって破綻

- 発散の原因は環境系の紫外モード
- 無限大の自由度をもつ環境系を考える開放量子系では、この種の発散で従来の議論は破綻しうる

諦めるのはまだ早い

- 有限の値をもつ関数でも、不適切な点で不適切な級数展開すると発散

e.g. $\sqrt{x}$ $\qquad \sqrt{x}\Big|_{x=0} = 0$

- $x = 0$ 周りでテイラー展開

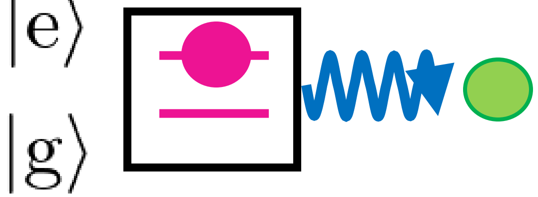
$$\sqrt{x} = 0 + \left.\frac{1}{2\sqrt{x}}\right|_{x=0} x - \left.\frac{1}{4(\sqrt{x})^3}\right|_{x=0} x^2 + \cdots$$

$$= \infty \cdot x - \infty \cdot x^2 + \cdots$$

- 破綻しない別の級数展開の方法を考えればうまくいくかもしれない
- 級数展開の変数を時間 t から結合定数 λ に変更して計算する(ダイソン展開)

$$H_{\mathrm{tot}} = H_0 + \lambda H_{\mathrm{int}}$$

ダイソン級数展開

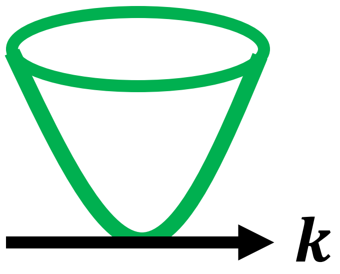


$$H_{\rm tot} = H_0 + \lambda H_{\rm int}$$

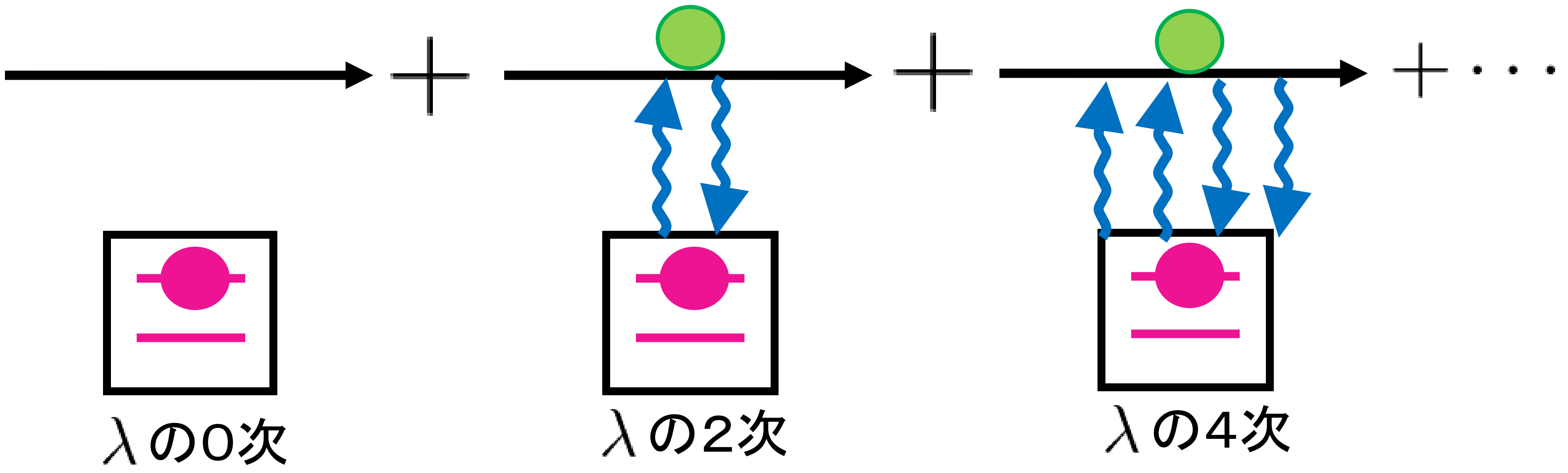
$$H_0 = \frac{\omega_{\rm S}}{2}\sigma_z + \int_{-\infty}^{\infty} {\rm d}^D\boldsymbol{k}\ \omega_{\boldsymbol{k}} b_{\boldsymbol{k}}^\dagger b_{\boldsymbol{k}}$$

$$H_{\rm int} = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^D}\int_{-\infty}^{\infty} {\rm d}^D\boldsymbol{k}\ \left(\sigma^+ b_{\boldsymbol{k}} + \sigma^- b_{\boldsymbol{k}}^\dagger\right)$$

$$\omega_{\boldsymbol{k}} = |\boldsymbol{k}|^n$$



$$\langle{\rm e}|\exp(-{\rm i}H_{\rm tot}t)|{\rm e}\rangle =$$



$$= 1 - \lambda^2\alpha\int_0^t {\rm d}t_1 \boxed{\int_0^{t_1} {\rm d}t_2 \frac{{\rm e}^{{\rm i}\omega_{\rm S}t_2}}{({\rm i}\omega_{\rm S}t_2)^\nu}} + \cdots$$

積分の計算

$$\int_0^{t_1} \mathrm{d}t_2 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2}}{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2)^{\nu}} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{\ell!} \int_0^{t_1} \mathrm{d}t_2 (\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2)^{\ell-\nu}$$

$$= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[\frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2)^{\ell-\nu+1}}{(\ell+1-\nu)\ell!} \right]_0^{t_2=t_1}$$

$$= \begin{cases} \displaystyle\sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_1)^{\ell+1-\nu}}{(\ell+1-\nu)\ell!} & (0 < \nu < 1) \\ \text{負の冪により}\, t_2 = 0 \text{ で発散} & (\nu \geq 1) \end{cases}$$

この発散を処理する方法については後ほど

生存確率の短時間領域での振る舞い

$$
\begin{aligned}
\langle \mathrm{e}| \exp(-\mathrm{i}H_{\mathrm{tot}}t) |\mathrm{e}\rangle &= 1 - \lambda^2\alpha \int_0^t \mathrm{d}t_1 \int_0^{t_1} \mathrm{d}t_2 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2}}{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2)^{\nu}} + \cdots \\
&= 1 - \lambda^2\alpha \int_0^t \mathrm{d}t_1 \left(\sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t)^{\ell+1-\nu}}{(\ell+1-\nu)\ell!} \right) + \cdots \\
&= 1 - \lambda^2\alpha \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t)^{2-\nu}}{(\ell+2-\nu)(\ell+1-\nu)\ell!} + \cdots
\end{aligned}
$$

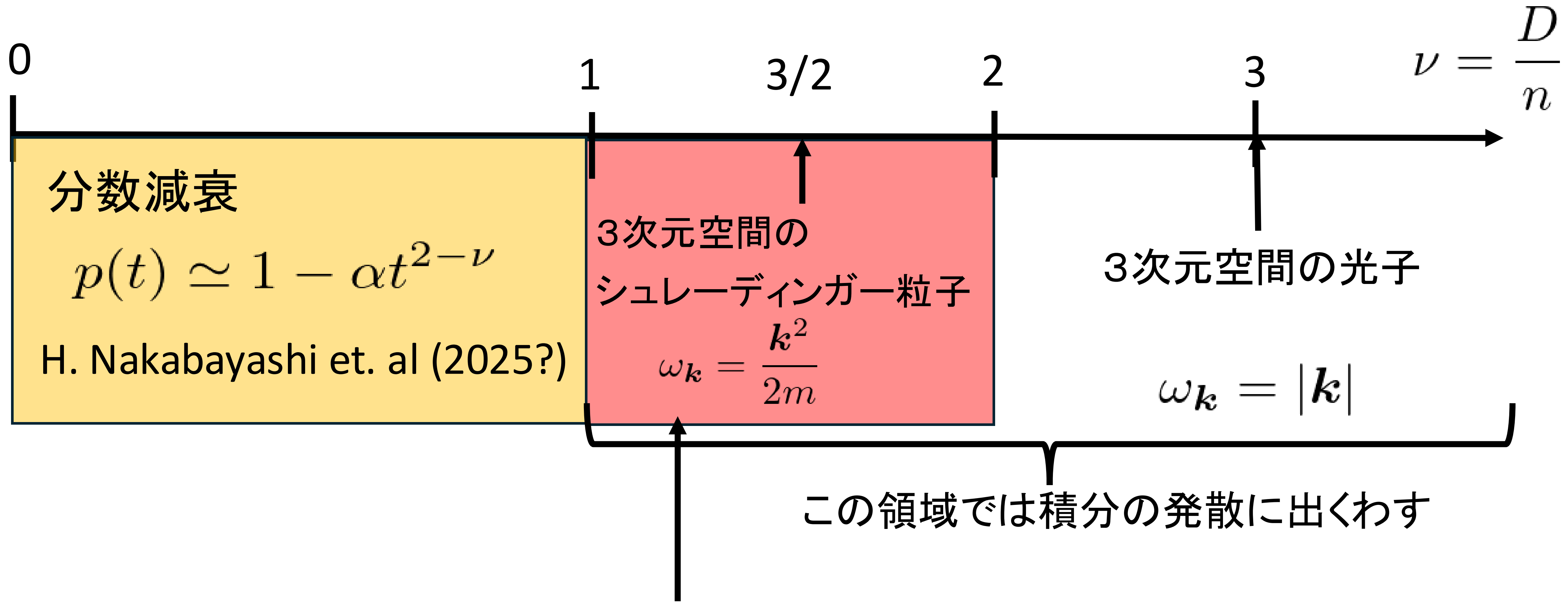
$$
\boxed{|\langle \mathrm{e}| \exp(-\mathrm{i}H_{\mathrm{tot}}t) |\mathrm{e}\rangle|^2 \simeq 1 - 2\lambda^2\alpha \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}(2-\nu)\right)}{(2-\nu)(1-\nu)} (\omega_{\mathrm{S}} t)^{2-\nu}}
$$

紫外モードを持った無限大自由度の環境系と相互作用する開放量子系では、生存確率の短時間での振る舞いは二次減衰にならないことがある

分数減衰

H. Nakabayashi, H. Kinkawa, T. Taira & N. Hatano, in preparation (2025?)

我々の住む世界では



$1 < \nu < 2$ の範囲では発散を解析接続で処理できる

H. Kinkawa, N. Hatano, in preparation (2025?)

解析接続で発散を処理

- この処理方法のこころ

$$F(2)=\sum_{n=0}^{\infty}2^n=\infty \quad \Rightarrow \quad F(r)=\sum_{n=1}^{\infty}r^n$$

$$|r|<1 \quad ||$$

$$G(2)=\frac{1}{1-2}=-1 \quad \Leftarrow \quad G(r)=\frac{1}{1-r}$$

$|r|>1$ の範囲では発散する関数 $F(r)$ の代わりに収束する関数 $G(r)$ を使う

$F(r)$と$G(r)$との一意な同一視を保証するのが複素関数論の一致の定理（解析接続）

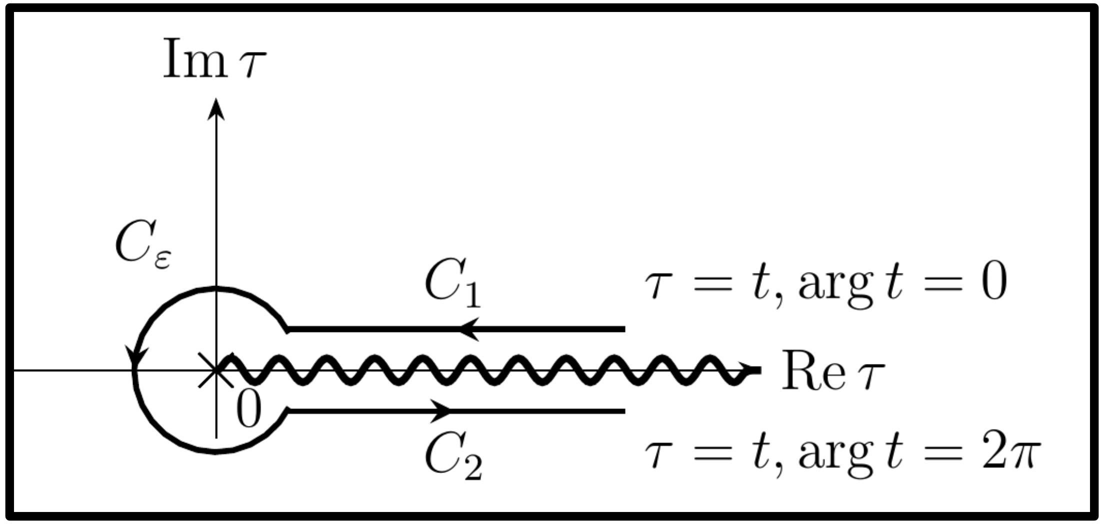
$$F(2)=\sum_{n=0}^{\infty}2^n=\infty=-1$$

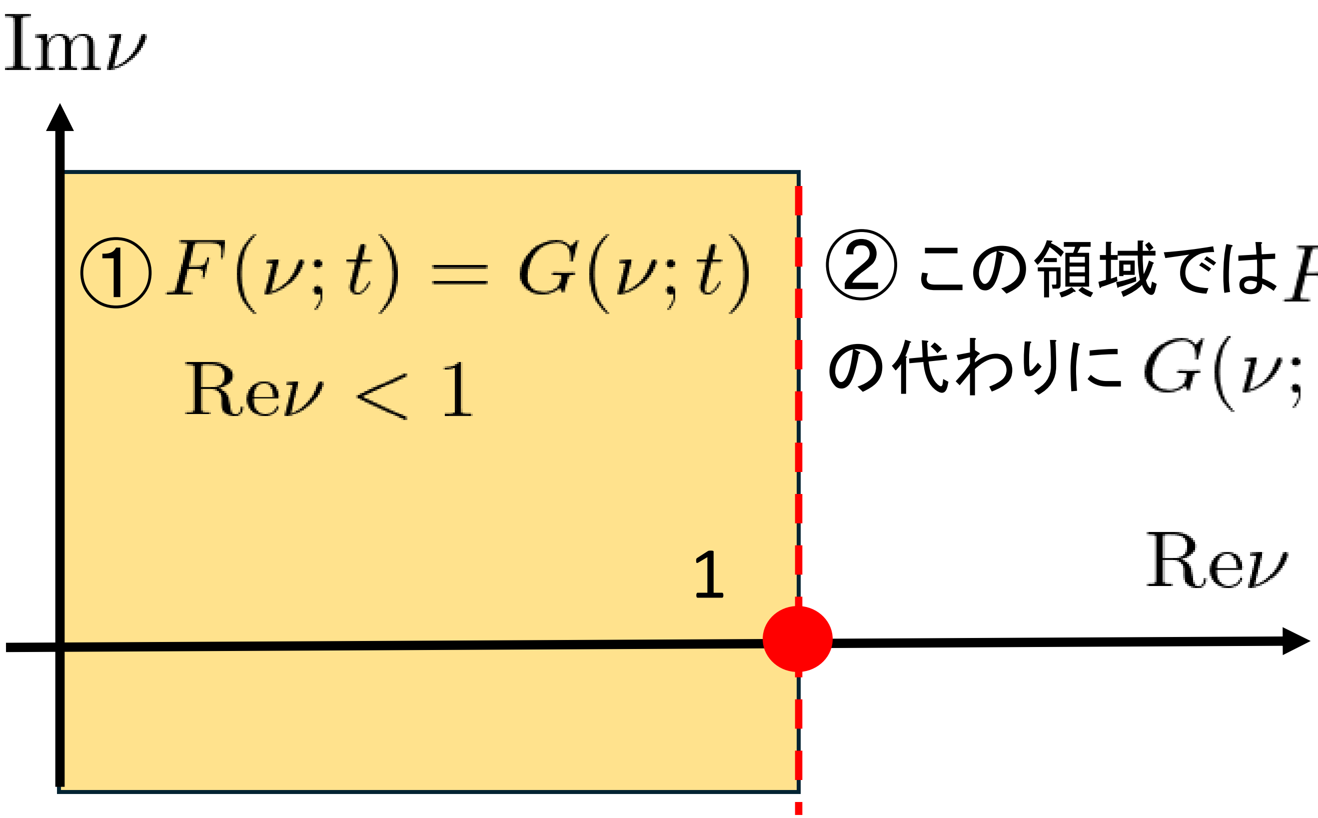
この手の“くりこみ”で発散を処理（ゼータ関数正規化的）

発散積分の解析接続

$$F(\nu;t) = \int_0^t \mathrm{d}\tau \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_\mathrm{S}\tau}}{(\mathrm{i}\omega_\mathrm{S}\tau)^\nu}$$

$$G(\nu;t) = \frac{1}{\mathrm{e}^{-2\pi\nu\mathrm{i}} - 1} \int_C \mathrm{d}\tau \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_\mathrm{S}\tau}}{(\mathrm{i}\omega_\mathrm{S}\tau)^\nu}$$





② この領域では $F(\nu;t)$ の代わりに $G(\nu;t)$ を使う

$$\boxed{G(\nu;t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_\mathrm{S}t_1)^{\ell+1-\nu}}{(\ell+1-\nu)\ell!}}$$

生存確率

$$\langle \mathrm{e}| \exp(-\mathrm{i}H_{\mathrm{tot}}t) |\mathrm{e}\rangle = 1 - \lambda^2\alpha \int_0^t \mathrm{d}t_1 \int_0^{t_1} \mathrm{d}t_2 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}} t_2}}{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}}t_2)^\nu} + \cdots$$

$$\boxed{G(\nu;t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}}t_1)^{\ell+1-\nu}}{(\ell+1-\nu)\ell!}}$$

$$= 1 - \lambda^2\alpha \int_0^t \mathrm{d}t_1 \left(\sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}}t)^{\ell+1-\nu}}{(\ell+1-\nu)\ell!} \right) + \cdots$$

$$= 1 - \lambda^2\alpha \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{(\mathrm{i}\omega_{\mathrm{S}}t)^{2-\nu}}{(\ell+2-\nu)(\ell+1-\nu)\ell!} + \cdots$$

$$\boxed{|\langle \mathrm{e}| \exp(-\mathrm{i}H_{\mathrm{tot}}t) |\mathrm{e}\rangle|^2 \simeq 1 - 2\lambda^2\alpha \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}(2-\nu)\right)}{(2-\nu)(1-\nu)} (\omega_{\mathrm{S}}t)^{2-\nu}}$$

第三部のまとめ

D : 環境系の空間次元　$\omega_{\boldsymbol{k}} = |\boldsymbol{k}|^{n}$: 環境系のエネルギー分散関係

$\nu = \dfrac{D}{n}$	$0 < \nu < 1$	$\nu = 1$	$1 < \nu < 2$
生存確率の短時間領域での振る舞い	$p(t) \simeq 1 - \alpha t^{2-\nu}$ 上に凸な減衰	$p(t) \simeq 1 - \alpha t$	$p(t) \simeq 1 - \alpha t^{2-\nu}$ 下に凸な減衰
連続測定下の量子ゼノ効果	ゼノ効果	おこらない	内因的反ゼノ効果

二つの点で従来の常識を破る発見

① 開放量子系では短時間での減衰が2次にならない場合があることを発見

②連続測定極限で生存確率が直ちにゼロになる

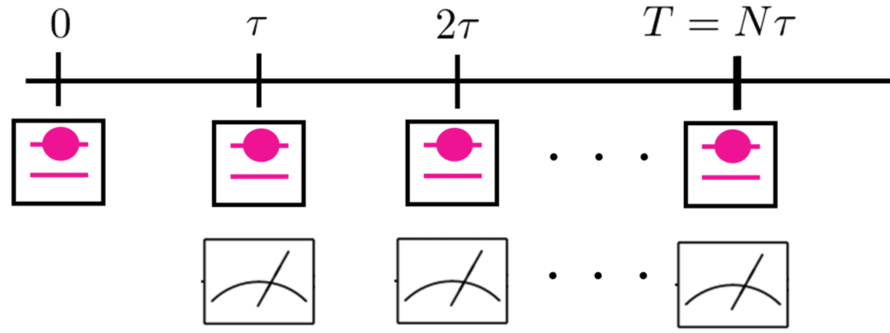
新しい量子反ゼノ効果（内因的量子反ゼノ効果）を発見

分数量子ゼノ効果

- 分数減衰の生存確率　$1-\alpha\tau^{2-\nu}$
- 短時間での繰り返し測定 (時刻 T まで $N(\gg 1)$ 回測定・測定間隔 $\tau = T/N$)

$$\left(1-\alpha\left(\frac{T}{N}\right)^{2-\nu}\right)^{N} = \left(1-\frac{\alpha T^{2-\nu}}{N^{1-\nu}}\frac{1}{N}\right)^{N}$$

$$\sim \exp\left(-\frac{\alpha T^{2-\nu}}{N^{1-\nu}}\right)$$



ゼノ効果

$$\xrightarrow[N\to\infty]{\text{連続測定極限}} \begin{cases} 1 & (0<\nu<1) \ \text{励起状態が基底状態に遷移しない} \\ \exp(-\alpha T) & (\nu = 1) \ \text{指数減衰} \\ 0 & (1<\nu<2) \ \text{励起状態が基底状態に直ちに遷移} \end{cases}$$

反ゼノ効果

内因的量子反ゼノ効果と外因的量子反ゼノ効果

- 従来の量子反ゼノ効果とは物理的起源が異なる別の現象
- 遷移レートに注目 $p(t) = \mathrm{e}^{-\Gamma(t)t}$ $P(T) \simeq \mathrm{e}^{-\gamma T}$
  - $\Gamma(\tau) < \gamma$ となる測定間隔τ→量子ゼノ効果
  - $\Gamma(\tau) > \gamma$ となる測定間隔τ →量子反ゼノ効果

$\Gamma(\tau) \sim \tau^{1-\nu}$

遷移レートの発散で

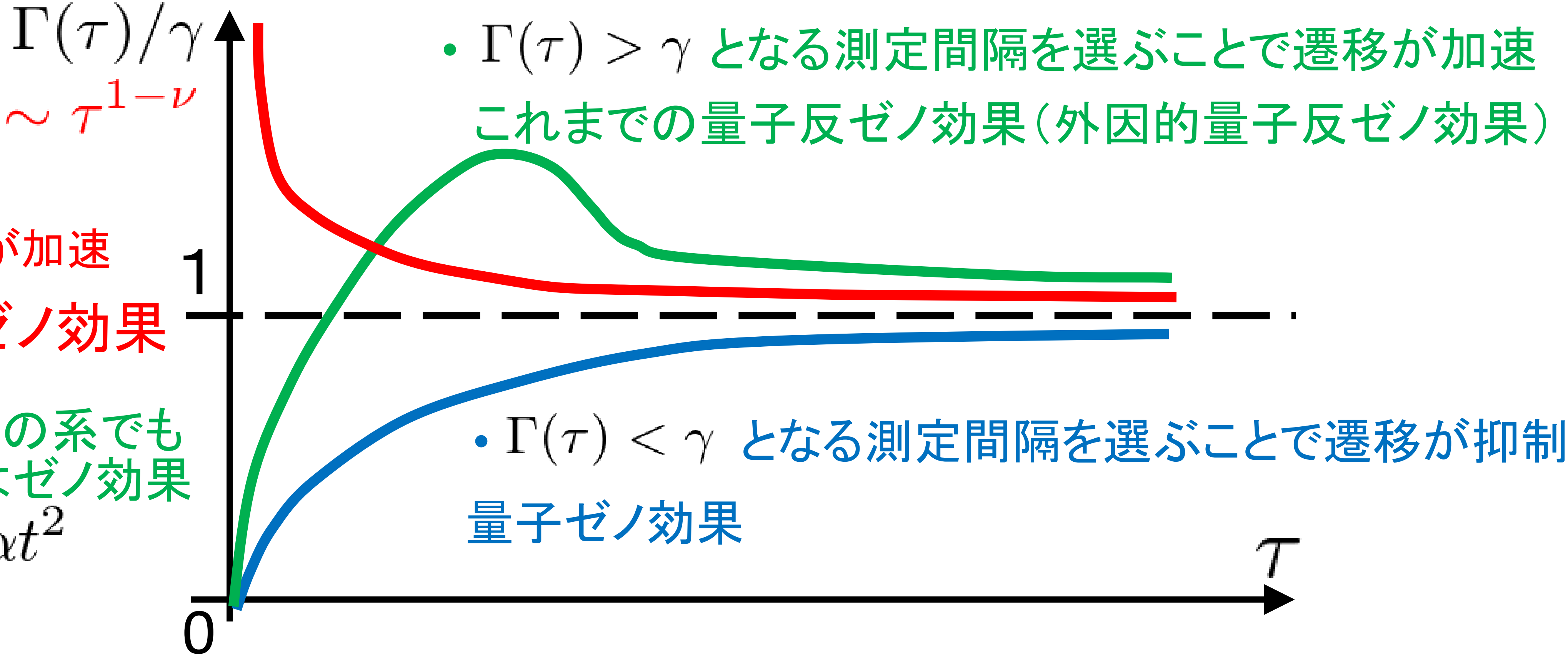
連続測定下で遷移が加速

内因的量子反ゼノ効果

外因的反ゼノ効果の系でも
連続測定極限ではゼノ効果

$p(t) \propto 1 - \alpha t^2$

$\Gamma(\tau) \sim \tau$



第三部のまとめ

D : 環境系の空間次元　$\omega_{\boldsymbol{k}} = |\boldsymbol{k}|^{n}$: 環境系のエネルギー分散関係

$\nu = \frac{D}{n}$	$0 < \nu < 1$	$\nu = 1$	$1 < \nu < 2$
生存確率の短時間領域での振る舞い	$p(t) \simeq 1 - \alpha t^{2-\nu}$ 上に凸な減衰	$p(t) \simeq 1 - \alpha t$	$p(t) \simeq 1 - \alpha t^{2-\nu}$ 下に凸な減衰
連続測定下の量子ゼノ効果	ゼノ効果	おこらない	内因的反ゼノ効果

二つの点で従来の常識を破る発見

①開放量子系では短時間での減衰が2次にならない場合があることを発見

②連続測定極限で生存確率が直ちにゼロになる

新しい量子反ゼノ効果（内因的量子反ゼノ効果）を発見