

# 素粒子物理と暗黒物質

山下 公子



---

茨城大学 学術研究院基礎科学野 物理学領域 素粒子論研究室

令和6年6月28日  
東京女子大学 理論物理研究室  
東京

# 概要

本セミナーでは素粒子物理や暗黒物質とは何か、またそれらの関連性について紹介する。

さらに最近の私の研究を抜粋し宇宙の暗黒物質、バリオン数生成、インフレーションといった現象に対する理論構築、高エネルギー理論への最近のアプローチ、素粒子実験や観測との関連性について述べたい。

# 目次

## 1. 導入

- ① 素粒子とは
- ② 素粒子標準理論とは
- ③ 理論拡張の必要性
- ④ 暗黒物質とは
- ⑤ バリオン数非対称性とは

## 2. 最近の研究から

- ① インフレーション後の暗黒物質生成
- ② 新たなバリオン数生成機構の提案
- ③ 正值性制限を用いた拡張理論へのアプローチ

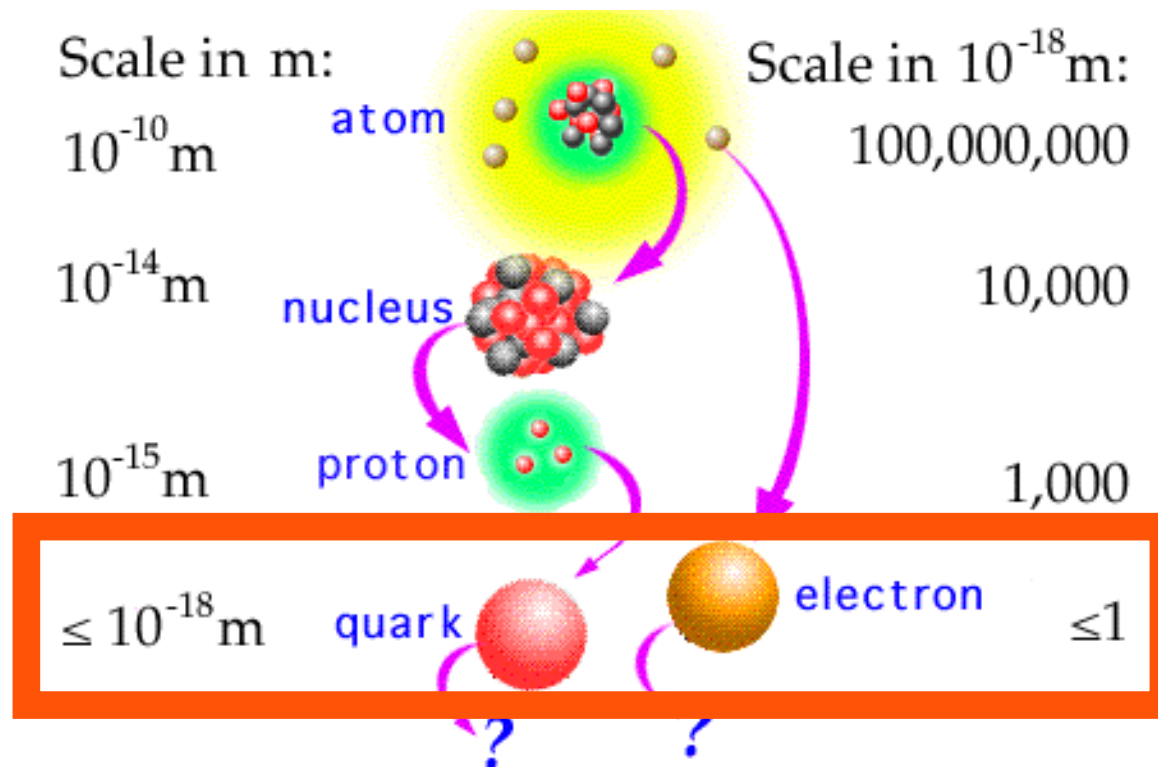
## 3. まとめ

# 導入

- ① 素粒子とは
- ② 素粒子標準理論とは
- ③ 理論拡張の必要性
- ④ 暗黒物質
- ⑤ バリオン数非対称性とは

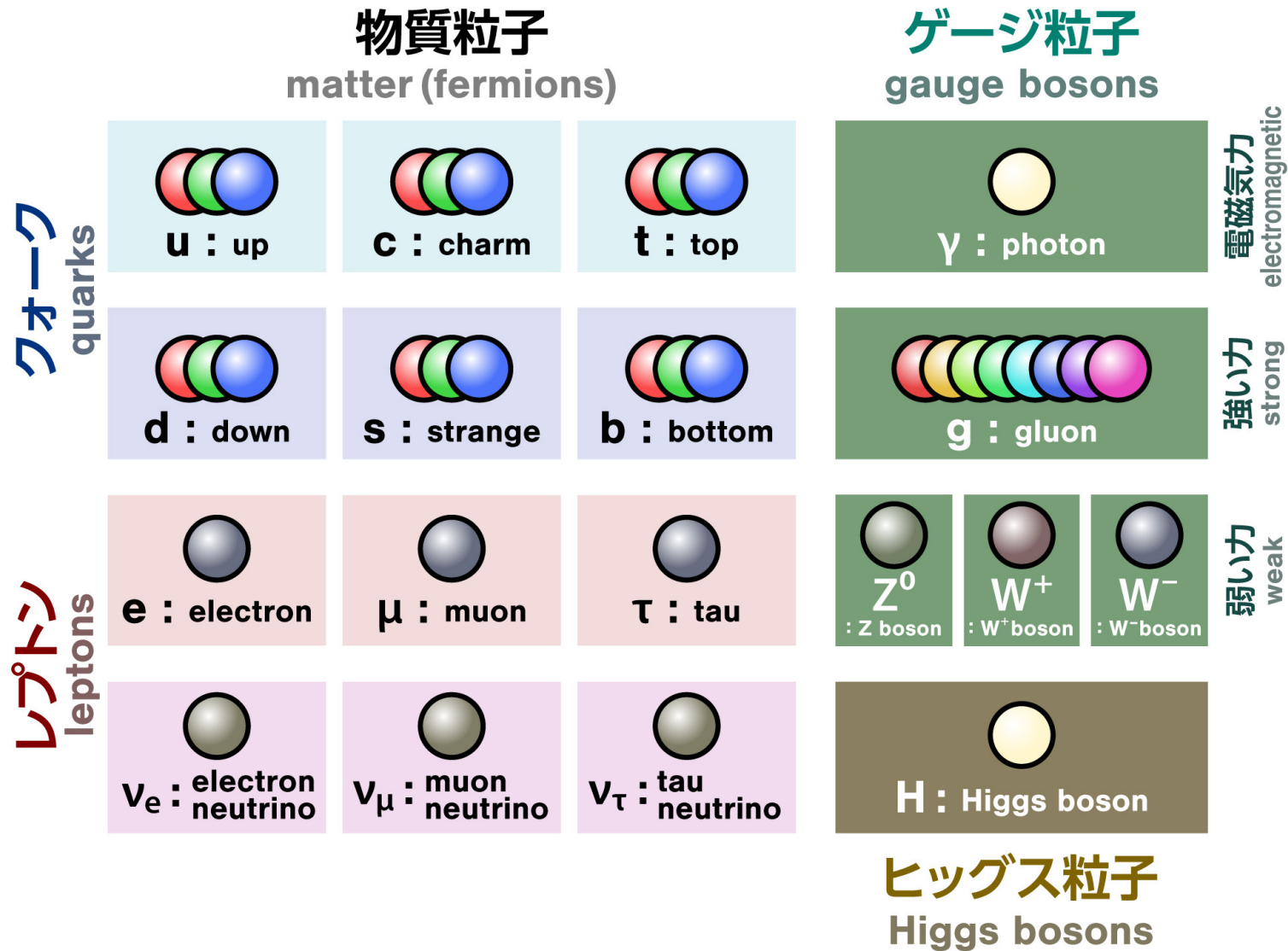
# 素粒子とは

- 素粒子…これ以上分割できないと考えられる粒子



<http://abyss.uoregon.edu/~js/ast123/lectures/lec07.html>

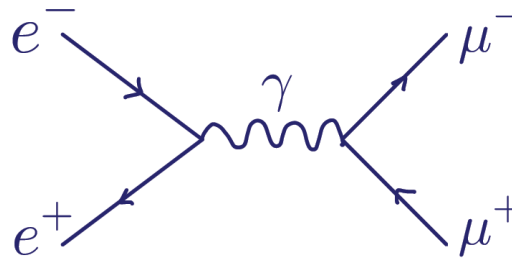
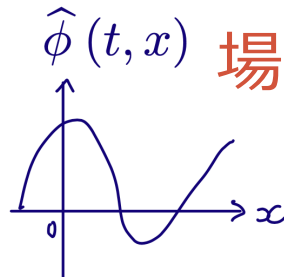
# 素粒子標準理論とは: 含まれる素粒子



# 素粒子標準理論とは: 概要 (1/2)

## • 相対論的場の量子論

場が演算子となり粒子の生成・消滅を記述



高エネルギー電子対の  
消滅からミュオン対を生成

## • ゲージ原理

局所的な不変性 (対称性) に基づき素粒子間の相互作用を決める

$$\psi(t, \vec{x}) \rightarrow \psi'(t, \vec{x}) = \exp(iq\chi(t, \vec{x}))\psi(t, \vec{x})$$

電磁相互作用を含んだシュレーディンガー方程式へ:

$$(1/2m)(-i\nabla - \underline{q\vec{A}})^2\psi = (i\partial/\partial t - \underline{qV})\psi$$

以下の変換に基づくゲージ場 (電磁場) が導入された:

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \nabla\chi(t, \vec{x}) \quad V \rightarrow V' = V - \partial_0\chi(t, \vec{x})$$

# 素粒子標準理論とは：概要 (2/2)

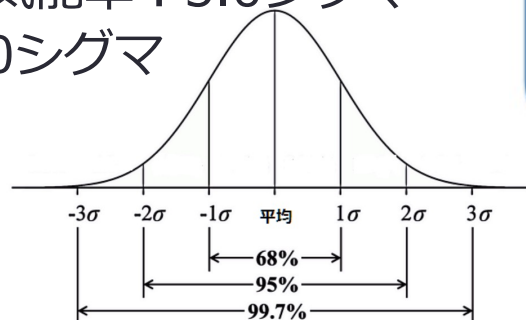
- 現在の素粒子モデルの骨格
- 電磁相互作用・弱い相互作用・強い相互作用を記述

少数の超過の報告を除いて実験結果と現在のところ無矛盾\*

\*

- ニュートリノ振動を説明するには右巻きニュートリノを導入した拡張が必要
- 少数の超過の報告例
  - ミューオン異常磁気能率：5.0シグマ
  - Wボソン質量：7.0シグマ

シグマ：標準偏差



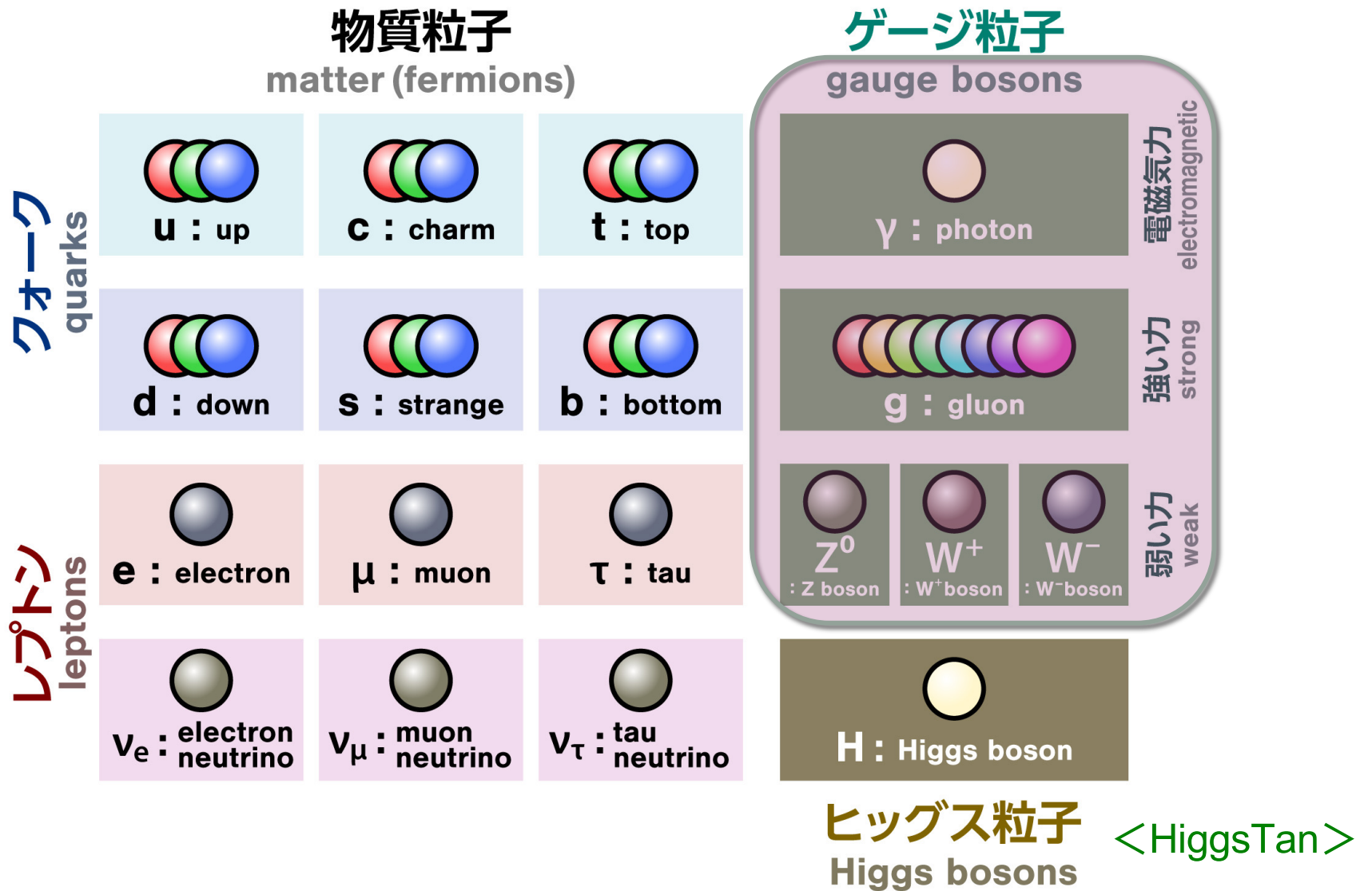
	フェルミオン			ボソン
クォーク	u	c	t	$\gamma$
	d	s	b	Z
レプトン	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	W
	e	$\mu$	$\tau$	g

素粒子標準理論  
の粒子

**H** 発見 (2012年)

# 素粒子標準理論とは: ゲージ粒子 (1/4)

電磁相互作用・弱い相互作用・強い相互作用



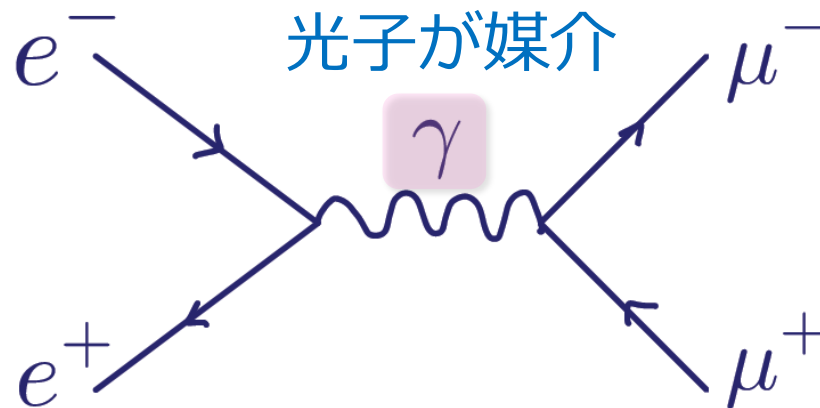
# 素粒子標準理論とは: ゲージ粒子 (2/4)

- ゲージ粒子

粒子間の力を媒介する粒子

光子

電磁相互作用・弱い相互作用・強い相互作用



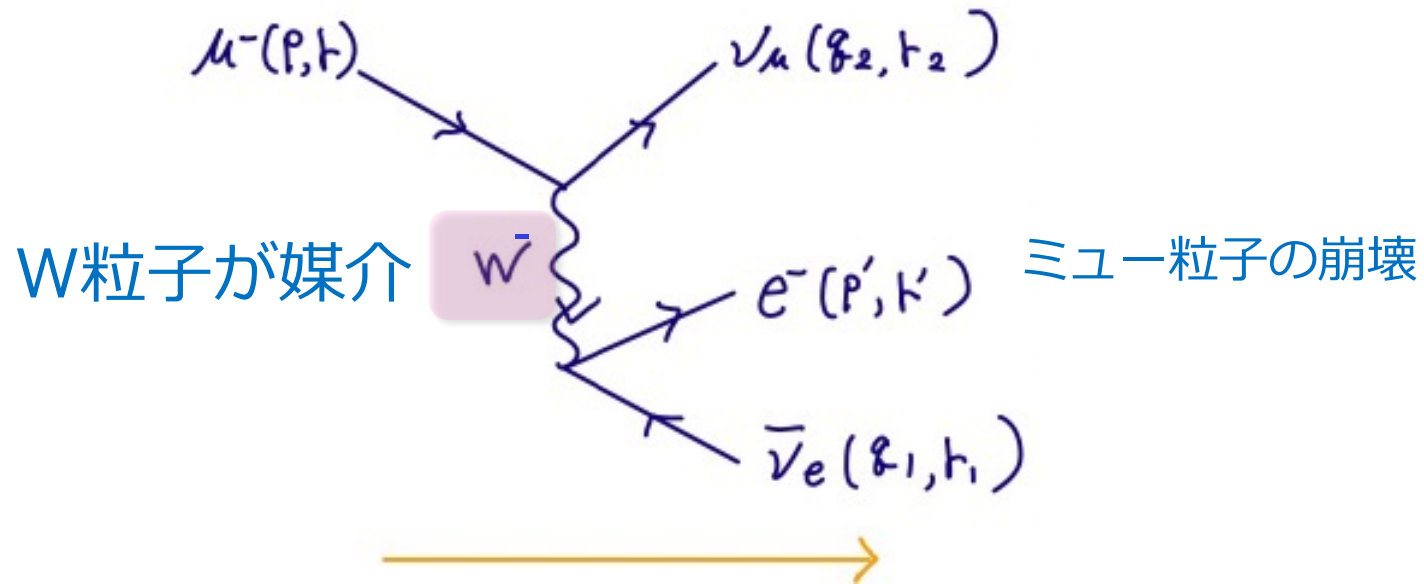
高エネルギー電子対の  
消滅からミュオン対を生成

光子: 質量零  $\rightarrow$  到達可能距離の限界なし

# 素粒子標準理論とは: ゲージ粒子 (3/4)

W粒子、Z粒子

電磁相互作用・弱い相互作用・強い相互作用

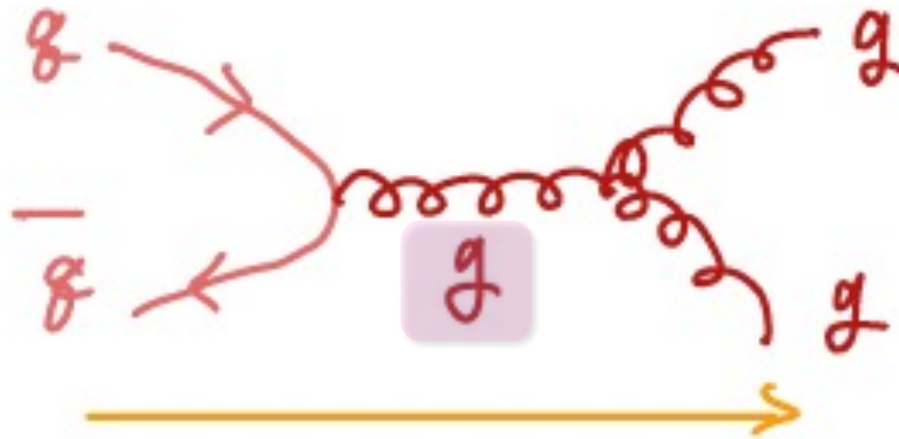


W粒子、Z粒子: 大きな質量 → 到達可能距離は小さい

# 素粒子標準理論とは: ゲージ粒子 (4/4)

グルーオン

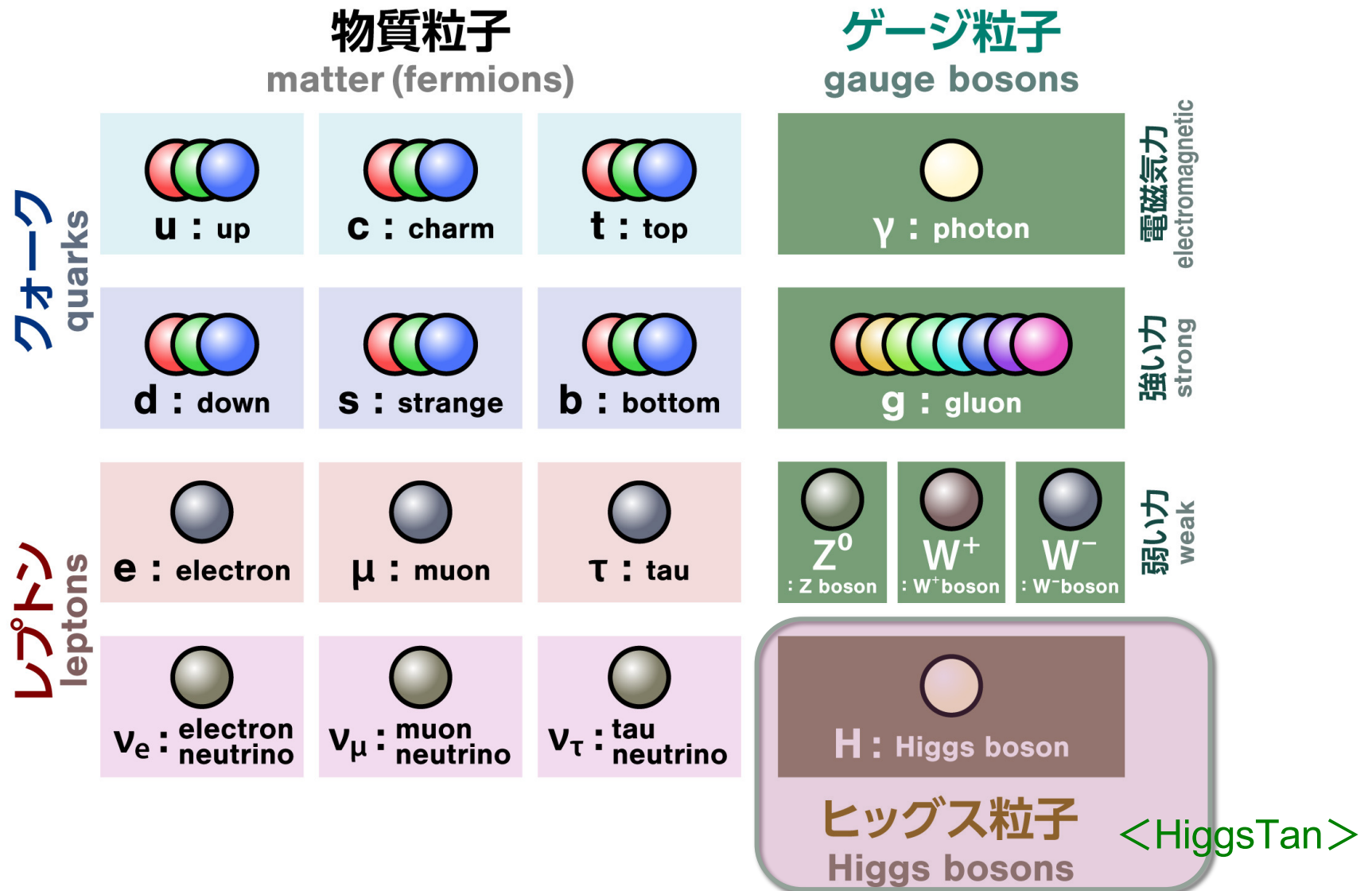
電磁相互作用・弱い相互作用・強い相互作用



高エネルギークォーク対の  
消滅からグルーオン対を生成

グルーオン: 質量零だが長距離(低エネルギー)で  
結合定数が大きくなり陽子の大きさ程度以上の距離に  
なるとグルーオン単体で存在できない→到達可能距離は小さい

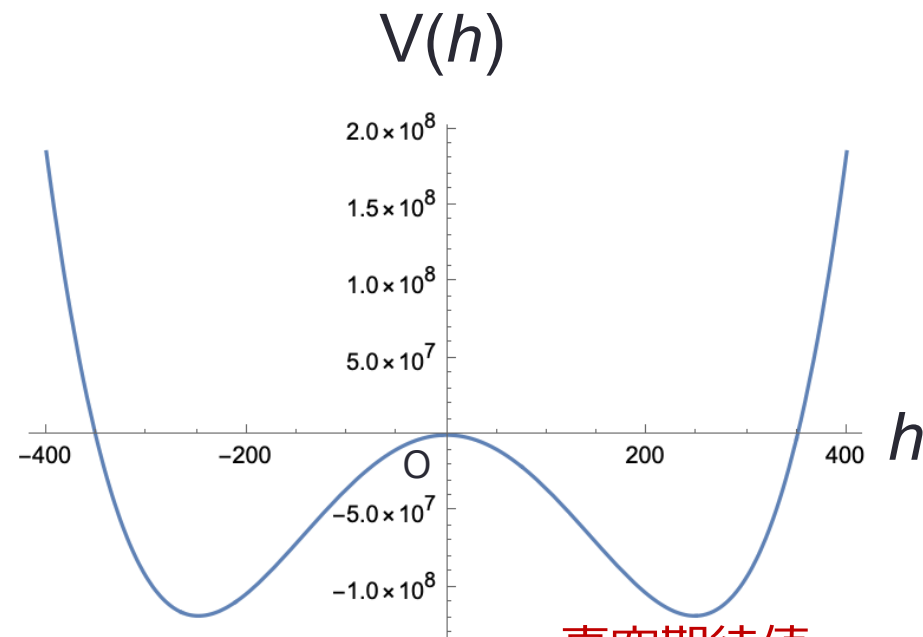
# 素粒子標準理論とは: ヒッグス粒子 (1/2)



## 素粒子標準理論とは: ヒッグス粒子 (2/2)

- 真空は空ではなくヒッグス場が満ちた状態  
→質量を与える※

※但しニュートリノの質量については標準理論では説明できない



真空期待値  
がゼロ以外で安定

# 理論拡張の必要性

宇宙に目を向けると・・・

- 物質の起源：
  1. 暗黒物質の存在
  2. バリオン数の非対称性
- 暗黒エネルギー
- 3. 宇宙初期の指数関数的加速膨張（インフレーション）

⇒ 素粒子標準理論を超えた根源的な枠組みが必要

本入門では物質の起源に関する研究紹介

1と2と3は影響しあう

⇒ 物質とその相互作用を記述する素粒子論と

インフラトンを含んだ宇宙論の融合的な枠組みが必要

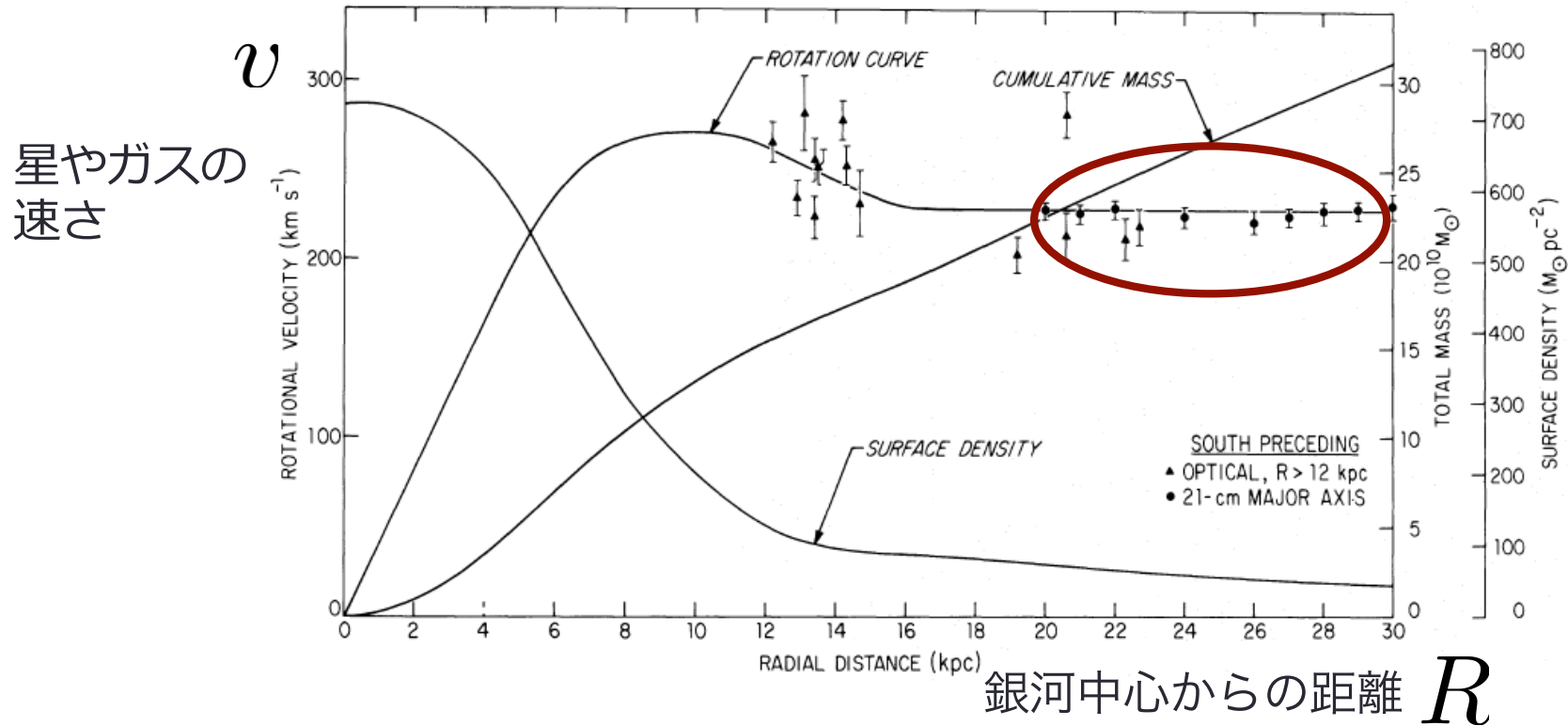
# 素粒子物理の研究手法例

- 仮説を立てる  
暗黒物質候補となる粒子、相互作用を対称性を使って導入することで理論を構築
- 暗黒物質理論としての可能性検証  
この理論で宇宙の暗黒物質の量を説明できるか
- 理論の検証可能性  
現行・将来実験(陽子・陽子衝突、電子・陽電子衝突等)や観測(暗黒物質の対消滅からの宇宙線、地球に飛来してくる暗黒物質の探索)から理論が検証可能か

# 暗黒物質とは (1/4)

## 銀河の回転曲線

V. C. Rubin W. K. Ford (1970)  
M. S. Roberts R. N. Whitehurst (1975)



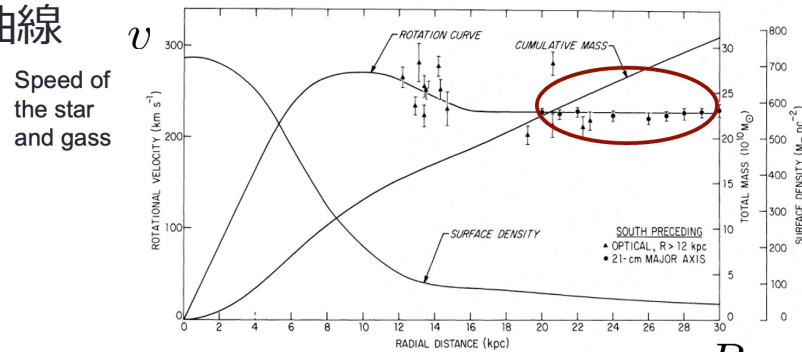
$$G \frac{mM(R)}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}$$

重力                      遠心力

# 暗黒物質とは (2/4)

銀河の Galaxy Rotation Curve  
回轉曲線

V. C. Rubin W. K. Ford (1970)  
M. S. Roberts R. N. Whitehurst (1975)



Distance from the Center of Galaxy  $R$

$$G \frac{mM(R)}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}$$

Gravitational Force      Centrifugal Force

Gravitational Lensing

Gravitational lensing system called SDSS J0928+2031 observed by Hubble telescope  
<<https://esahubble.org/images/potw1903a/>>

重力レンズ



弾丸 銀河団  
Bullet Cluster

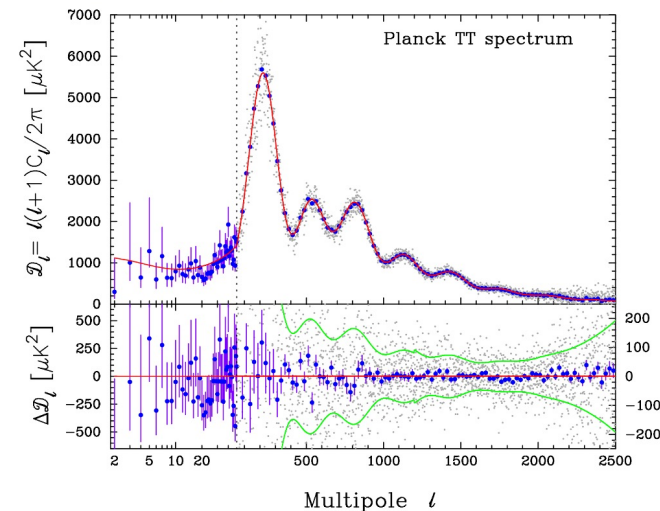
Bullet Cluster photo in X-ray (red) with the gravitational lensing (blue)  
<<https://chandra.harvard.edu/photo/2006/1e0657/>>



Cosmic Microwave Background (CMB)

P. A. R. Ade *et al.* [Planck], *Astron. Astrophys.* **571**, A16 (2014)

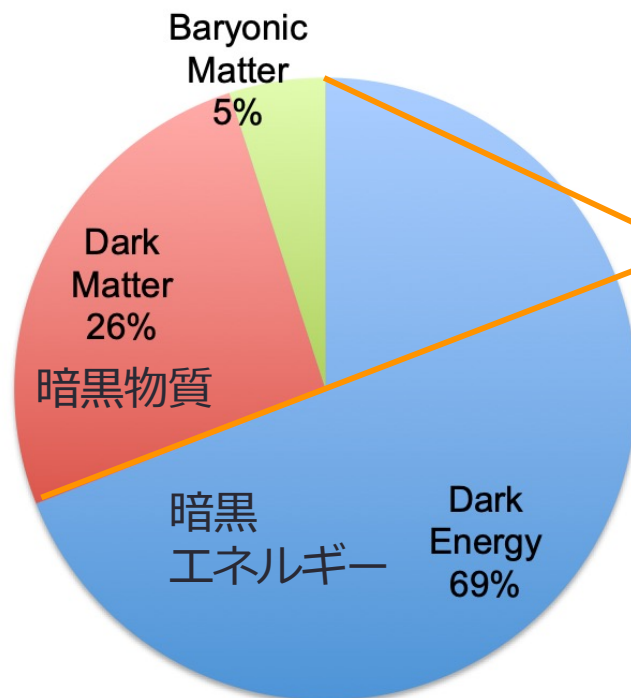
宇宙マイクロ波背景放射



# 暗黒物質とは (3/4)

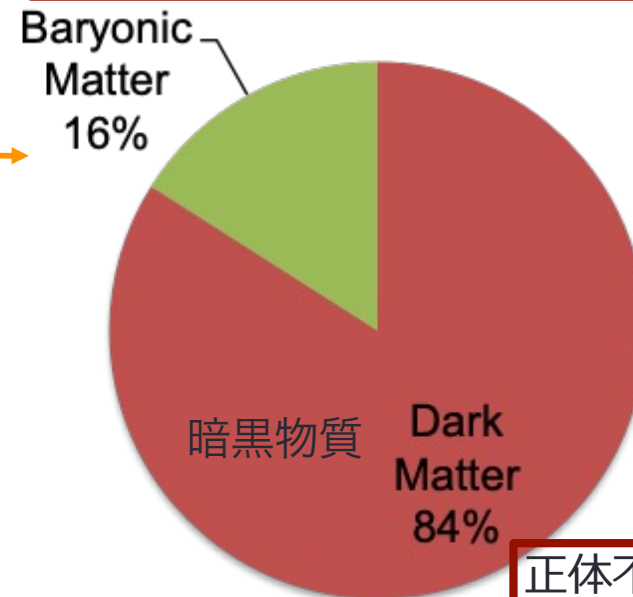
Particle Data Group, Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018)

## 宇宙の構成比



エネルギー密度比

よく知られている  
素粒子標準理論の粒子 16%



物質のエネルギー密度比

# 暗黒物質とは (4/4)

参考: 児玉英雄 著  
宇宙のダークマター(1992年)

## 既存の物理での可能性

- 宇宙初期における元素合成の理論・Planckの観測結果によりバリオンの総量で暗黒物質の総量を説明することは困難
- 天体物理的な考察のみではブラックホール等の可能性もあるが宇宙物質の大部分が死んだ天体になる自然なシナリオは困難※

標準理論を超えた暗黒物質  
もしくは全く新しい物質の存在を示唆

※最近の研究ではブラックホールの暗黒物質可能性を追及する研究も活発ですが今回は素粒子としての暗黒物質に焦点を当てます。

# バリオン数非対称性とは

バリオン数非対称性 **後ほど詳しく紹介**

- バリオンの粒子数と反バリオンの粒子数は宇宙においても等しくない
- 観測されたバリオン数非対称性の量

$$\eta = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} \sim 10^{-10}$$

**Nonzero**

$n_\gamma$ : 単位体積あたりの光子の数

$n_b$ : 単位体積あたりのバリオン数

$n_{\bar{b}}$ : 単位体積あたりの反バリオン数

暗黒物質やバリオン数非対称性を説明するためには  
拡張した理論が必要

# 目次

## 1. 導入

- ① 素粒子とは
- ② 素粒子標準理論とは
- ③ 理論拡張の必要性
- ④ 暗黒物質とは
- ⑤ バリオン数非対称性とは

## 2. 最近の研究から

- ① インフレーション後の暗黒物質生成
- ② 新たなバリオン数生成機構の提案
- ③ 正值性制限を用いた拡張理論へのアプローチ

## 3. まとめ・展望

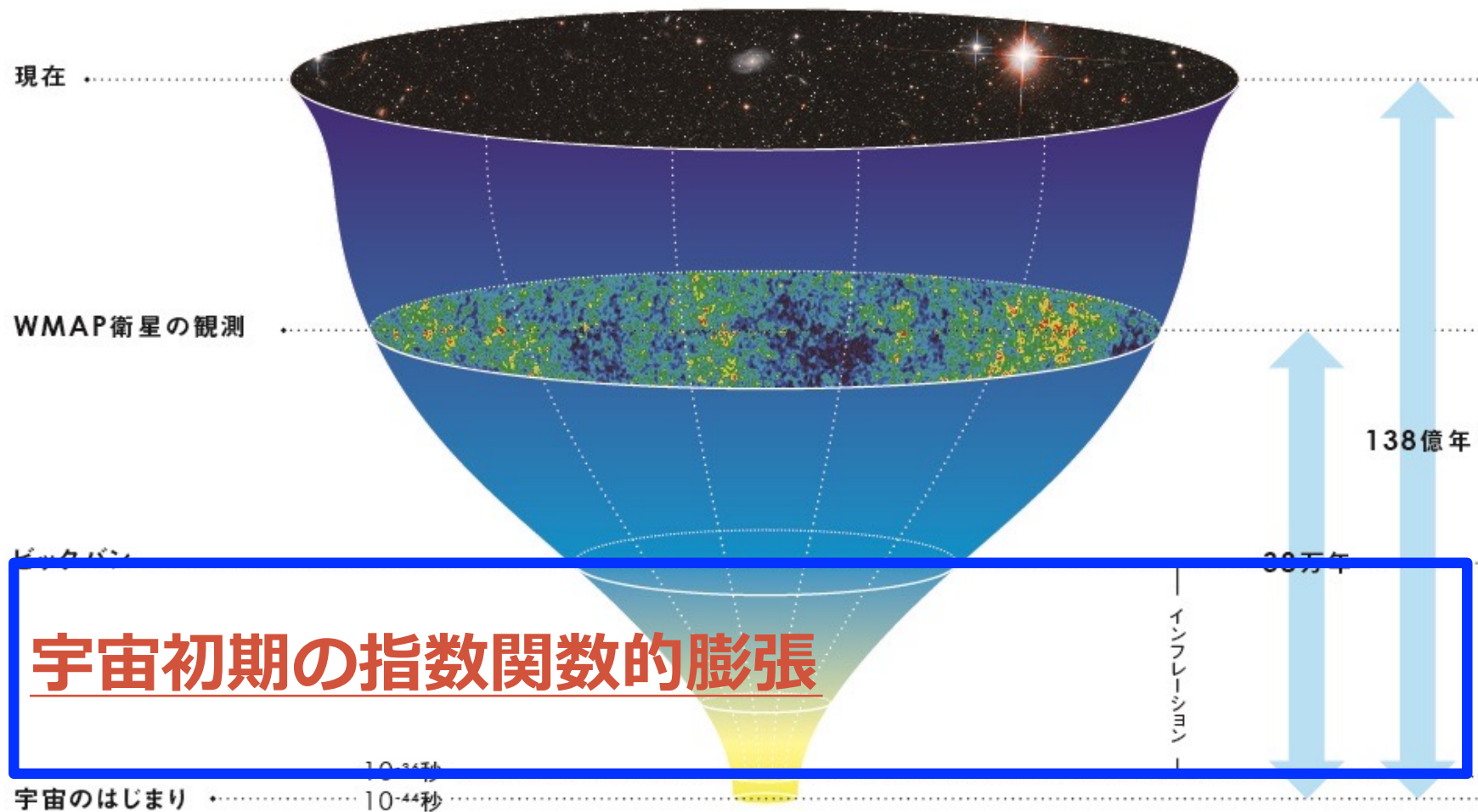
## 最近の研究から

- ① インフレーション後の暗黒物質生成
- ② 新たなバリオン数生成機構の提案
- ③ 正値性制限を用いた拡張理論へのアプローチ

# インフレーション後の 暗黒物質生成

S. Aoki, H. M. Lee, A. G. Menkara, [KY](#),  
“Reheating and dark matter freeze-in in the Higgs- $R^2$  inflation model,”  
JHEP **05**, 121 (2022)

# インフレーションとは



# インフレーション・再加熱の必要性

- 宇宙は平坦であること：平坦性問題
  - 遠方の点が同じ温度を持っていること：地平線問題
- インフレーションにより解決

しかし、インフレーションはその指数関数的膨張により  
粒子数密度も急激に薄める

→ インフレーション後の再加熱（粒子生成）が必要

暗黒物質やバリオン数が再加熱過程や  
再加熱過程直後に生成される場合

⇨ 素粒子論と宇宙論の融合的な枠組みが必要

# インフレーション後の暗黒物質生成 (1/3)

仮説

- ヒッグス場ともう一つのスカラー場がインフラトンとなるヒッグス・ $R^2$ インフレーションモデル

$$\mathcal{L}/\sqrt{-g_J} = \frac{1}{2}(M_{\text{Pl}}^2 + \xi \hat{h}^2) R_J - \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{h})^2 - \frac{\lambda}{4} \hat{h}^4 + \alpha R_J^2$$

十分なインフレーション  
のために必要

- 量子効果で現れる

A. Salvio, A. Mazumdar,  
Phys. Lett. B **750**, 194-200 (2015)

- ユニタリティーを回復

Y. Ema, K. Mukaida and J. van de Vis,  
JHEP **11**, 011 (2020)

- 再加熱過程時期とその後での  
実スカラー暗黒物質Xの生成を議論

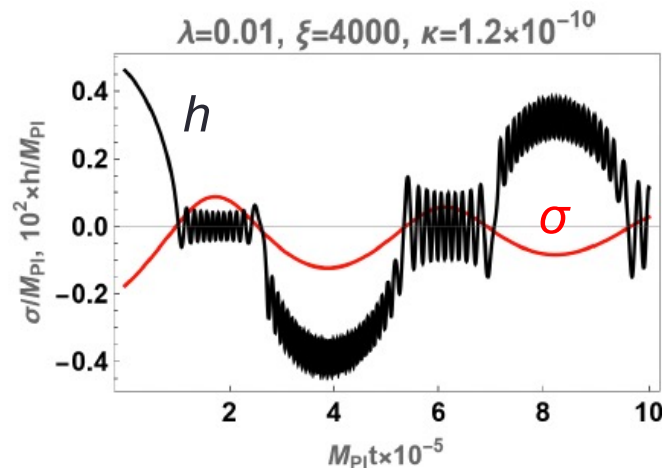
$$\mathcal{L}/\sqrt{-g_J} = \frac{1}{2}(M_{\text{Pl}}^2 + \xi \hat{h}^2 + \eta \hat{X}^2) R_J - \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{h})^2 - \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{X})^2 - \tilde{V}(\hat{h}, \hat{X}) + \alpha R_J^2 + \mathcal{L}_{\text{SM}}$$

$$\tilde{V}(\hat{h}, \hat{X}) = \frac{\lambda}{4} \hat{h}^4 + \frac{m_X^2}{2} \hat{X}^2 + \frac{\lambda_X}{4} \hat{X}^4 + \frac{\lambda_{hX}}{4} \hat{h}^2 \hat{X}^2$$

# インフレーション後の暗黒物質生成 (2/3)

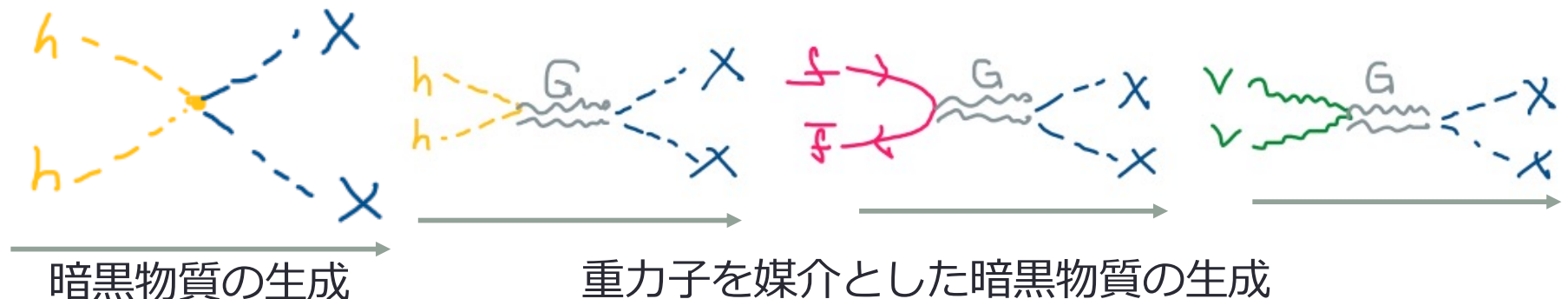
暗黒物質理論としての可能性検証

1. 再加熱期にポテンシャルの底で2つのインフラトンが振動  
標準理論の粒子と暗黒物質へ崩壊。

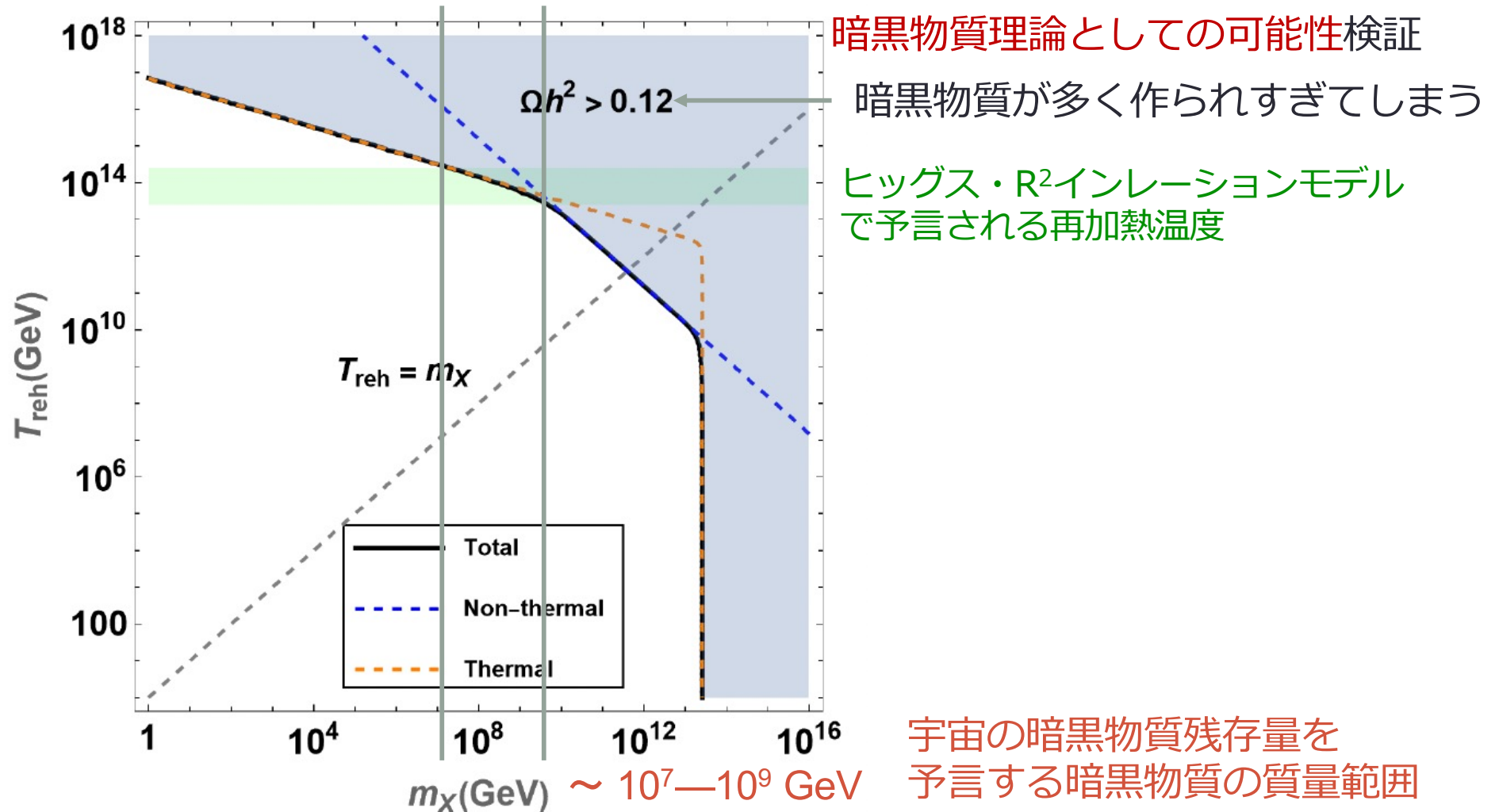


さらに作られた標準理論粒子も  
重力子を媒介として暗黒物質生成に寄与

2. 再加熱後に加熱された標準理論の粒子が暗黒物質を生成



# インフレーション後の暗黒物質生成 (3/3)



ヒッグス・ $R^2$ インフレーションでのスカラー暗黒物質生成機構を調べ、宇宙の暗黒物質残存量を説明できる質量範囲が分かった

## 新たなバリオン数生成機構の提案

- N.D. Barrie, A. Sugamoto, T. Takeuchi, [KY](#),  
“Higgs inflation, Vacuum Stability, and Leptogenesis,” JHEP **08**, 072 (2020)
- K. Bamba, N.D. Barrie, A. Sugamoto, T. Takeuchi, [KY](#),  
“Pendulum Leptogenesis,” PLB **785**, 184-190 (2018)
- K. Bamba, N.D. Barrie, A. Sugamoto, T. Takeuchi, [KY](#),  
“Ratchet baryogenesis and an analogy with the forced pendulum,”  
MPLA **33**, no.17, 1850097 (2018)

# バリオンとは (1/2)

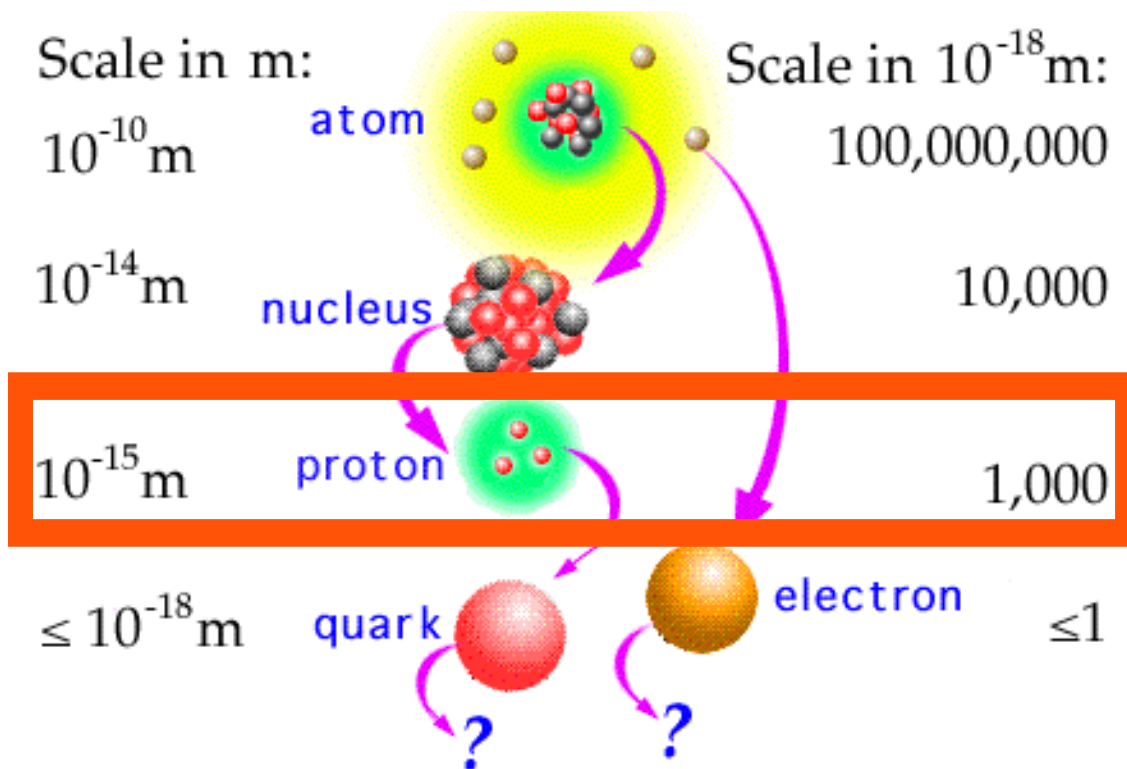
基本的な力：電磁気力、弱い力、**強い力**、重力

バリオン\*：

- 強い相互作用をする  
3つのクォークの  
束縛状態

例：陽子・中性子

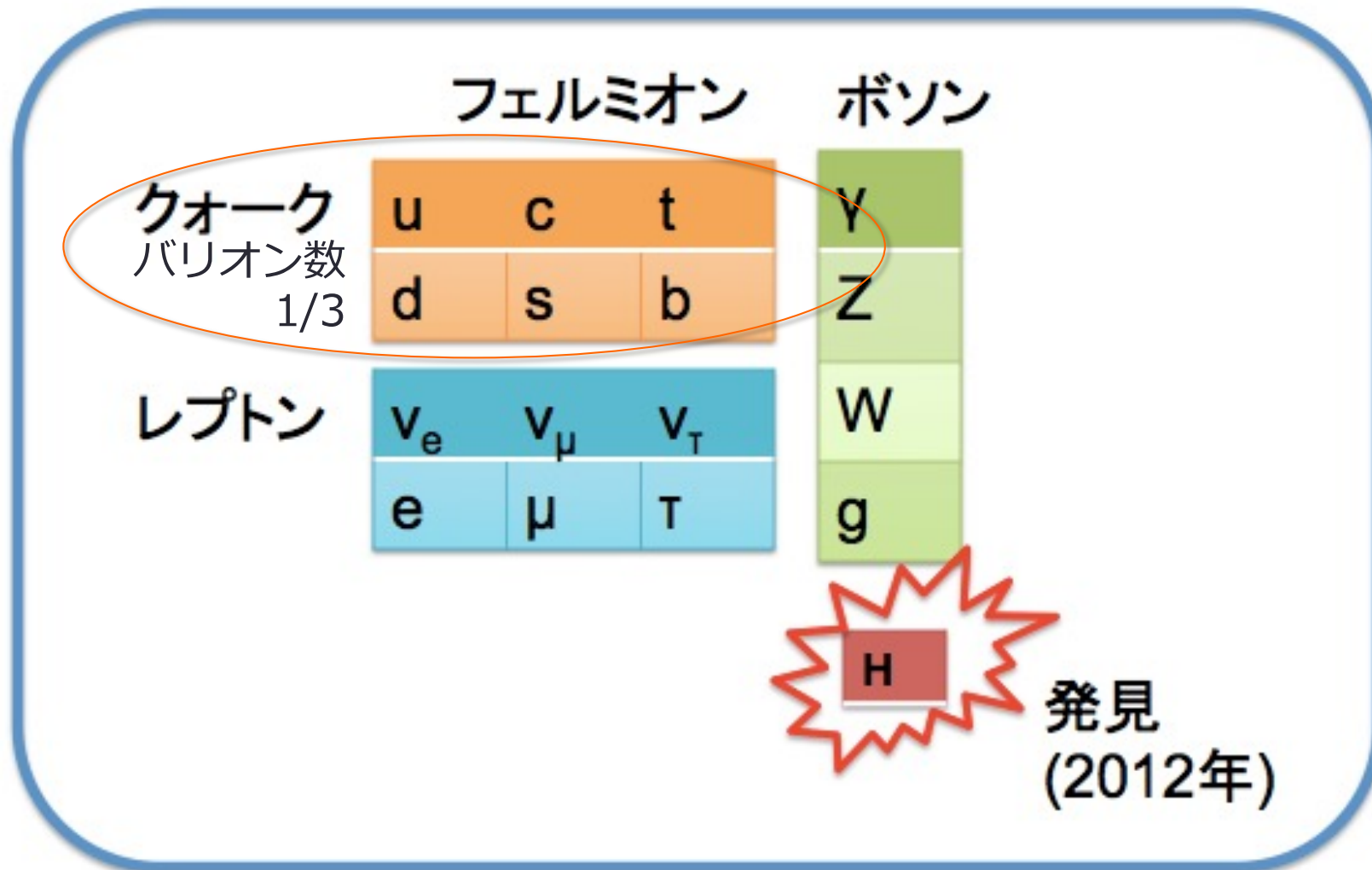
\*ギリシア語の  
 $\beta\alpha\rho\nu\prime\varsigma$ (barys, 重い)に  
由来



<http://abyss.uoregon.edu/~js/ast123/lectures/lec07.html>

# バリオンとは (2/2)

## バリオン数を持った素粒子



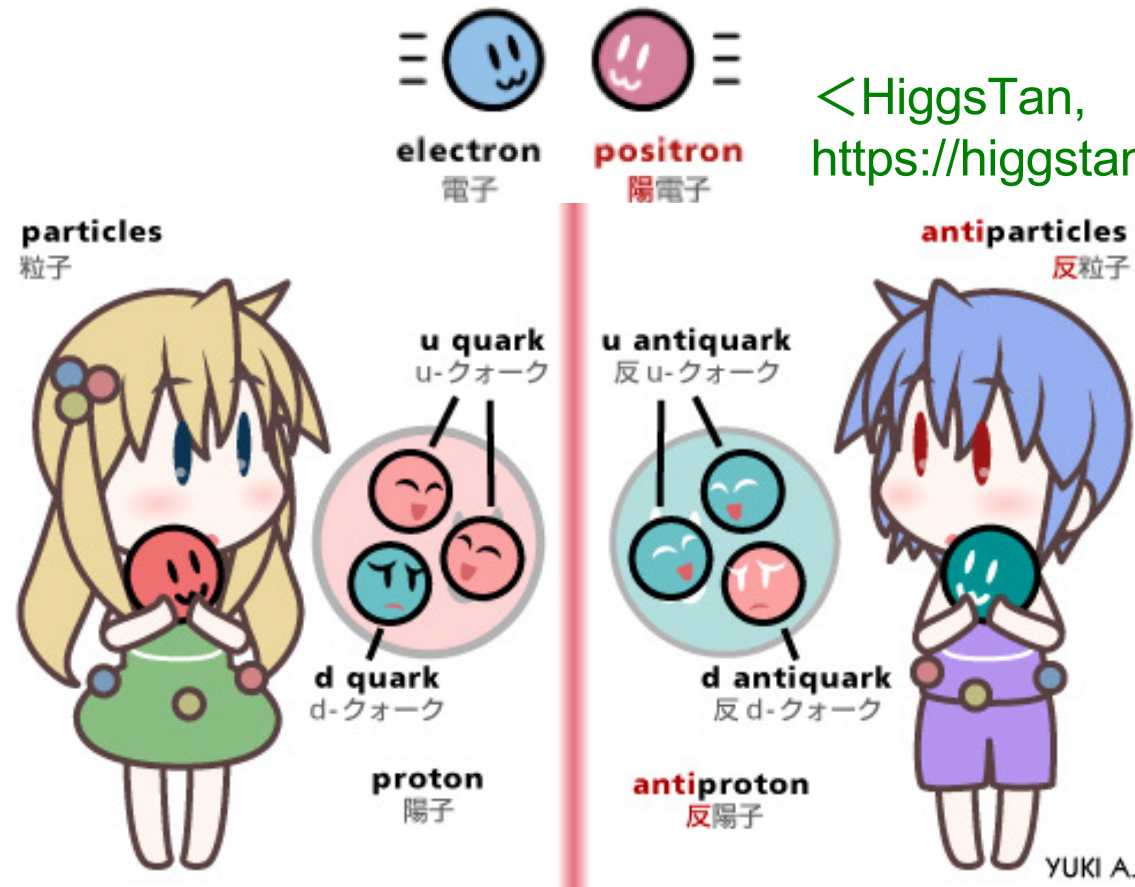
# 反粒子とは (1/4)

- 粒子があれば反粒子が存在
- 質量は同じ
- 電荷は正反対

## CPT定理:

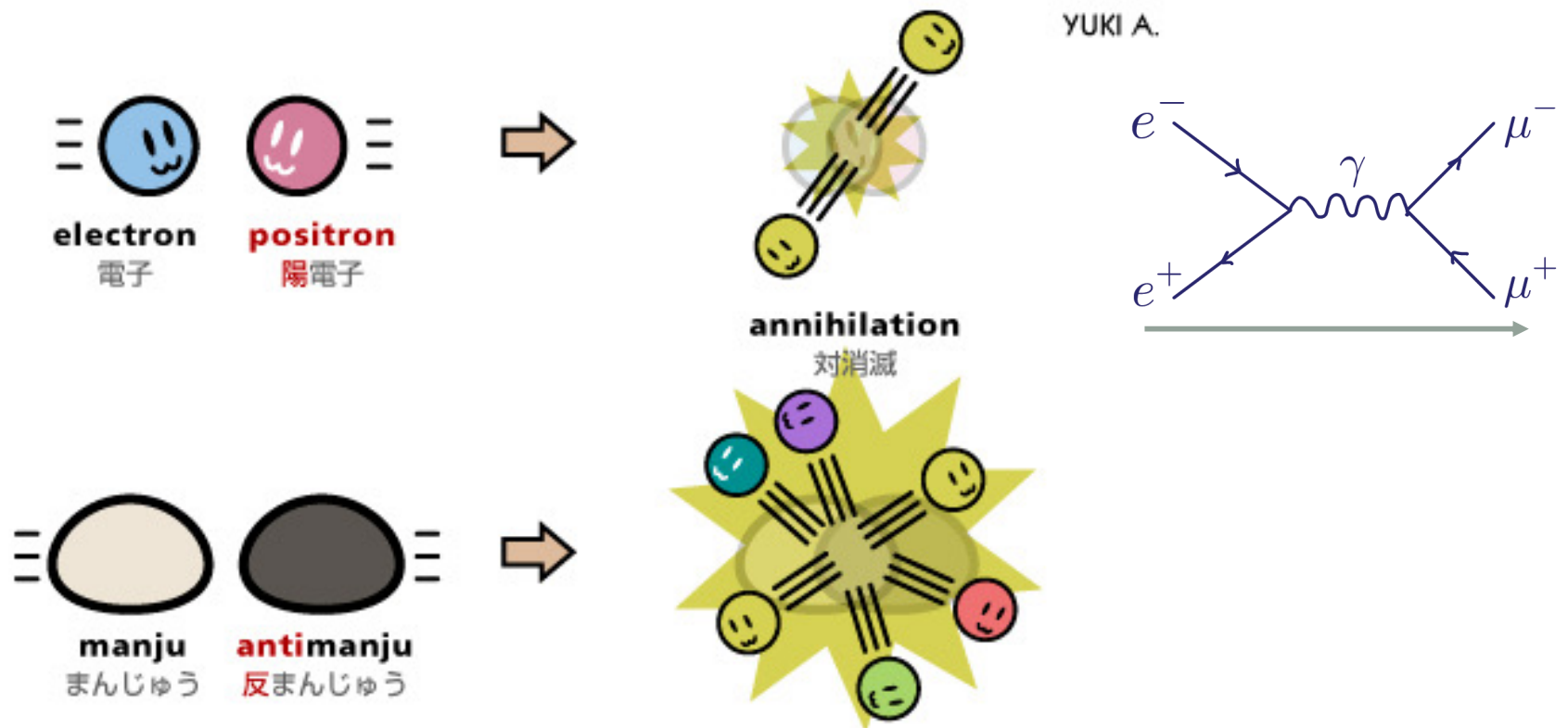
Luders G., Mat.-Fis. Medd., 28 (1954) 5.  
 Pauli W., Phys. Rev., 58 (1940) 716;  
 Pauli W., in Niels Bohr and the development of physics (Pergamon Press, London) 1955.

<HiggsTan,  
<https://higgstan.com>>



# 反粒子とは (2/4)


- 粒子 + 反粒子 → 消滅 + 他の粒子 (エネルギー)



<HiggsTan>


# 反粒子とは (3/4)

## バリオン数を持った素粒子

	フェルミオン			ボソン
クォーク バリオン数 1/3	u	c	t	$\gamma$
	d	s	b	Z
レプトン	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	$W^-$
	$e^-$	$\mu^-$	$\tau^-$	g
粒子				 H 発見 (2012年)

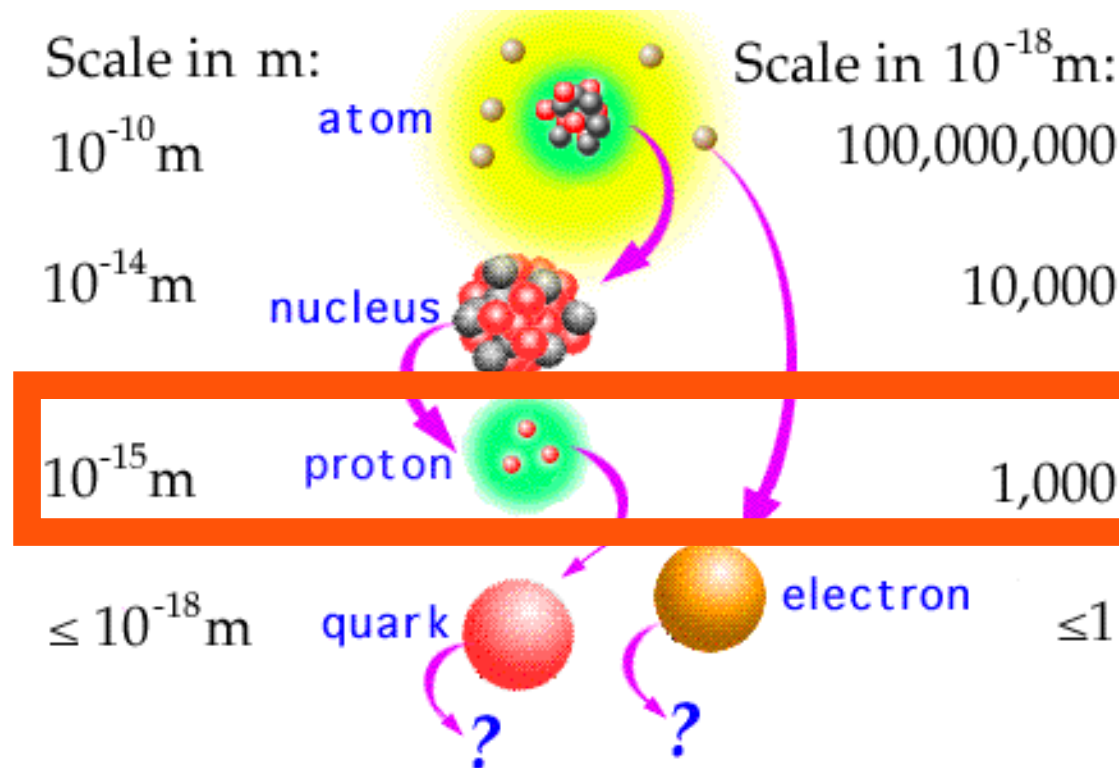
# 反粒子とは (4/4)

## バリオン数を持った素粒子

	フェルミオン			ボソン
反クォーク バリオン数 -1/3	$\bar{u}$	$\bar{c}$	$\bar{t}$	$\gamma$
	$\bar{d}$	$\bar{s}$	$\bar{b}$	$Z$
反レプトン	$\bar{\nu}_e$	$\bar{\nu}_\mu$	$\bar{\nu}_\tau$	$W^+$
	$e^+$	$\mu^+$	$\tau^+$	$g$
反粒子				 発見 (2012年)

# バリオン数非対称性とは (1/3)

反原子の不在→バリオン数非対称性



私たちの体は原子から  
できている。  
身の回りの物も同様。

# バリオン数非対称性とは (2/3)

## バリオン数非対称性

- バリオンの粒子数と反バリオンの粒子数は宇宙においても等しくない
- 観測されたバリオン数非対称性の量

$$\eta = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} \sim 10^{-10}$$

Nonzero

$n_\gamma$ : 単位体積あたりの光子の数

$n_b$ : 単位体積あたりのバリオン数

$n_{\bar{b}}$ : 単位体積あたりの反バリオン数

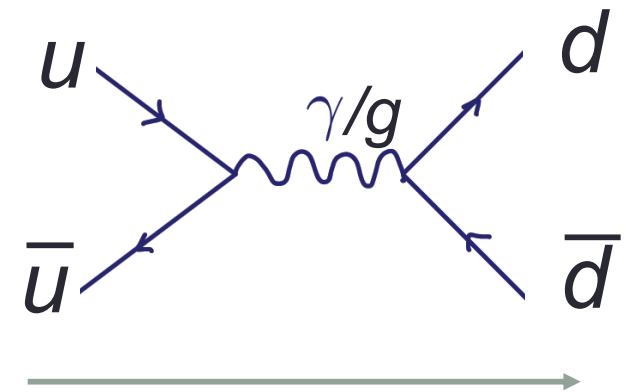
# バリオン数非対称性とは (3/3)

## 素粒子標準理論

- 粒子と反粒子は反応して対消滅
- 粒子と反粒子は対生成する

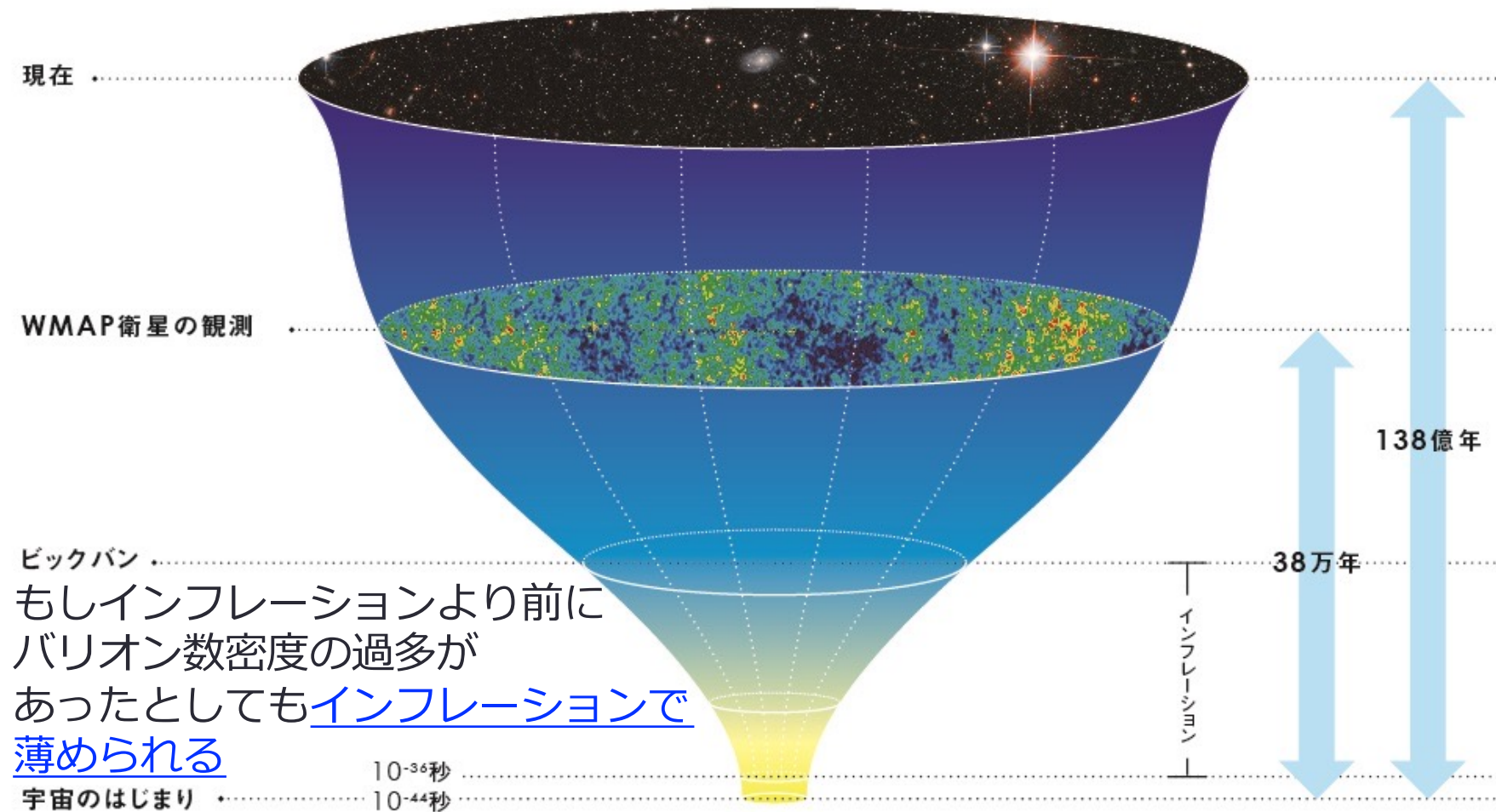
→

同じ量から変わらないはず



# バリオン数生成機構とは (1/3)

<東京大学・理学系研究科・理学部 FEATURES>



宇宙の指数関数的加速膨張である インフレーションより後に粒子 (バリオン)  
が反粒子 (反バリオン) よりも多く作られた と考える → バリオン数生成機構が必要

# バリオン数生成機構とは (2/3)

A. D. Sakharov, JETP Lett. 5, 24(1967)

サハロフの条件 (バリオン数生成機構の条件)

1. バリオン数の非保存
2. CとCPの破れ
3. 熱平衡状態からの逸脱

C: 荷電共役変換 (粒子と反粒子を変換)

P: 鏡像変換

# バリオン数生成機構とは (3/3)

素粒子標準理論



電弱バリオン数生成というものが考えられるが

- サハロフの条件2つ目のCPの破れは小さい
- サハロフの条件3つ目を満たさない



十分な量のバリオン数非対称性を作り出せない

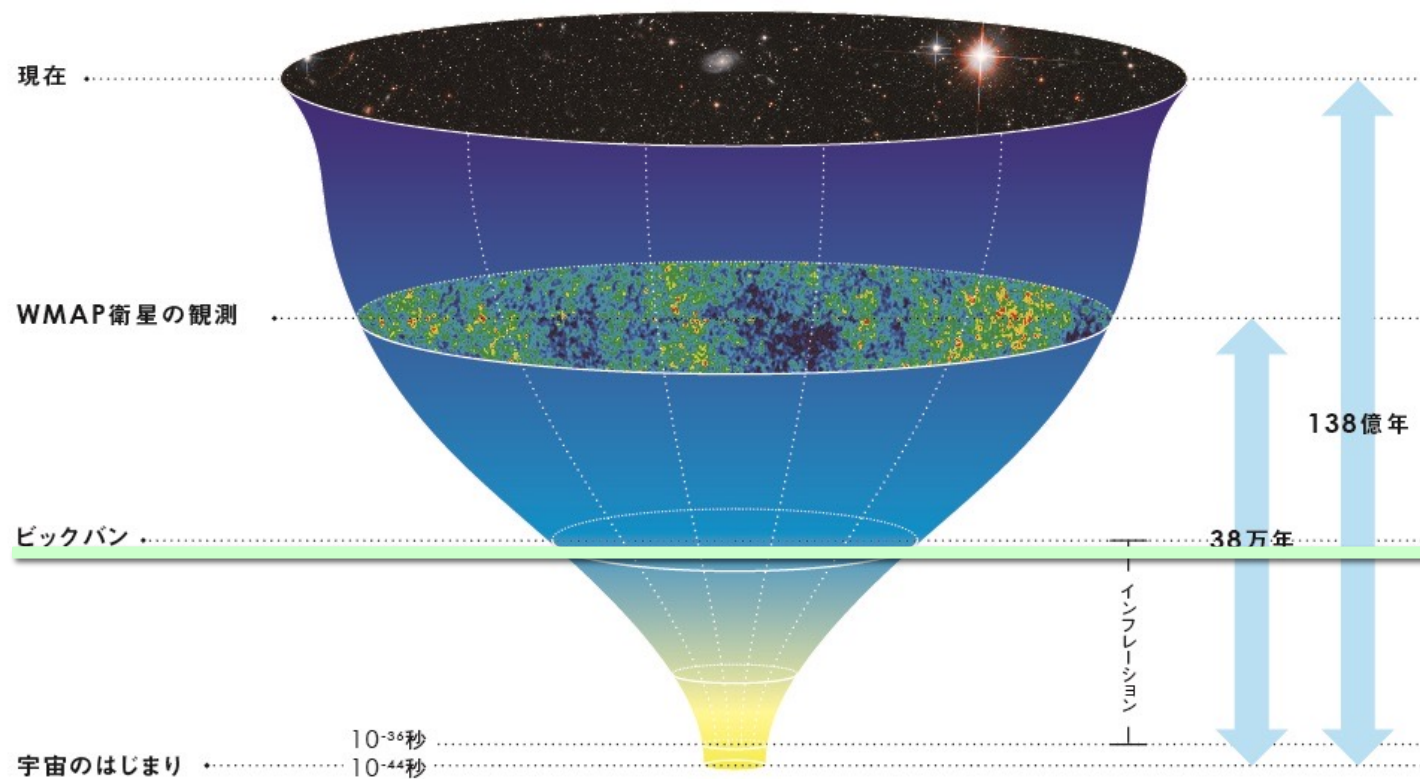


素粒子標準理論を超えた物理が必要

物質に関する宇宙の大きな謎の一つ

# 私たちの研究： 新たなバリオン数生成機構を提案

インフレーション後の再加熱過程における  
バリオン数生成



# モデル

仮説

バリオン数を持つ複素スカラー場

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi^* - V_0(\phi, \phi^*) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - U(\Phi) + \frac{i}{\Lambda} g^{\mu\nu} \left( \phi \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi^* \right) \partial_\nu \Phi \right]$$

インフラトン

微分結合

実スカラー

$$V_0(\phi, \phi^*) = \lambda \phi^* \phi (\phi - \phi^*) (\phi^* - \phi) + \dots$$

# バリオン数密度

大局的U(1)変換:

バリオン数が2の時、

$$\begin{aligned}
 (\phi, \phi^*) &\rightarrow (e^{-2i\alpha} \phi, e^{2i\alpha} \phi^*) \\
 \theta(t, \vec{x}) &\rightarrow \theta(t, \vec{x}) - 2\alpha
 \end{aligned}$$

$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \phi_r e^{i\theta}$

U(1)電荷:  
バリオン数

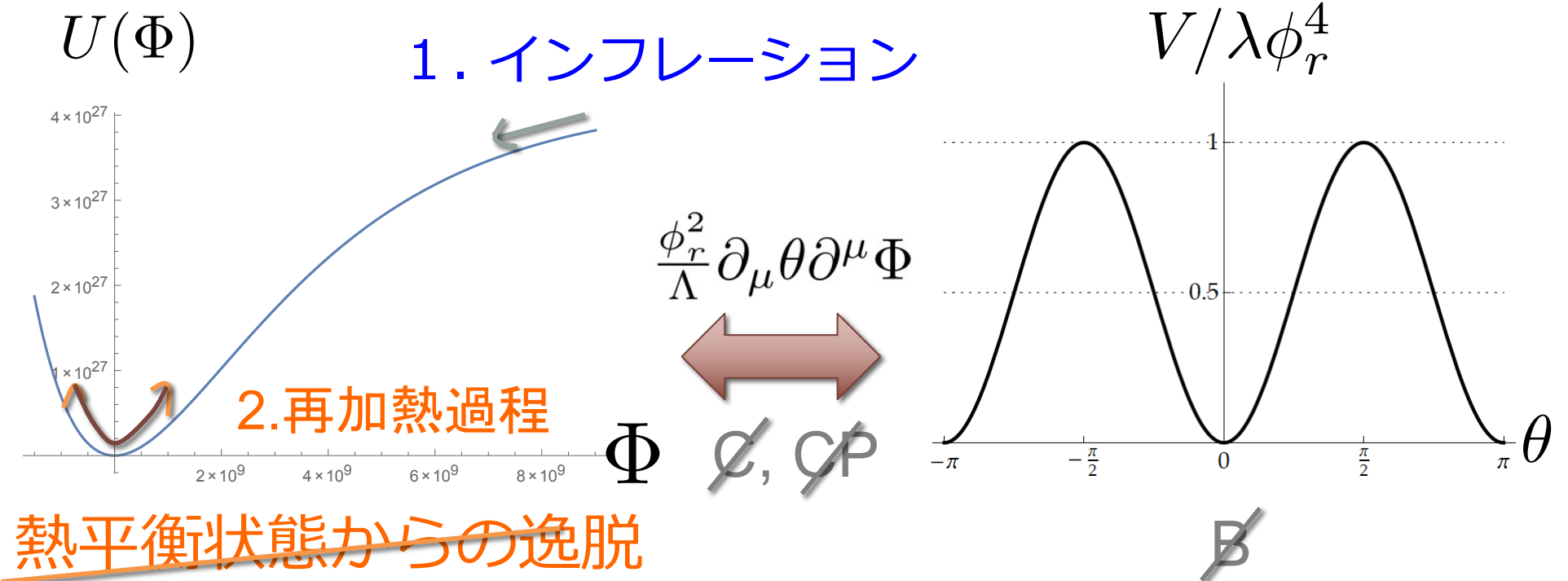
ラグランジアンが不変な時、保存則が存在し

ネーター流:  $j_B^\mu = -2i(\phi \partial^\mu \phi^* - \phi^* \partial^\mu \phi)$

バリオン数密度:  $n_b = j^0 = -2\phi_r^2 \dot{\theta}$

ゼロでないバリオン数密度を作るには $\theta$ 方向の速さが必要!

# サハロフの条件との対応



$$U(\Phi) = \frac{3\mu^2 \bar{M}_{Pl}^2}{4} (1 - e^{-\sqrt{2/3}\Phi/\bar{M}_{Pl}})^2 \quad V(\phi_r, \theta) = \lambda\phi_r^4 \sin^2 \theta$$

Starobinsky (1980), Magnano, *et al.*(1987)

## 近似した運動方程式

- インフラトン

$$\ddot{\Phi} + (3H + \Gamma)\dot{\Phi} + \mu^2\Phi = 0$$

- 再加熱期にインフラトンポテンシャルは  $\frac{1}{2} \mu^2 \Phi^2$  に近づく
- 近似的に物質優勢期と同じ宇宙膨張の仕方をする  
( $a \propto t^{2/3}$ )

- $\theta$

$$\ddot{\theta} + 3H\dot{\theta} + p \sin(2\theta) = -q(t) \cos[\mu(t - t_i)]$$

自己相互作用ポテンシャルからの力

インフラトンからの力

where  $p = \lambda\phi_r^2$ ,  $q(t) = \frac{\mu^2\Phi_i}{\Lambda} \left(\frac{t_i}{t}\right)$

## 回転する強制振り子との対応 (1/3)

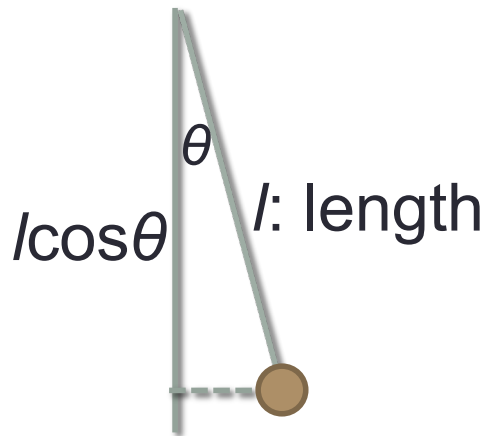
- Our model

$$\ddot{\theta} + 3H\dot{\theta} + p \sin(2\theta) = -q(t) \cos[\mu(t - t_i)]$$

自己相互作用ポテンシ  
ャルからの力

インフラトンからの力

- 
- Swing with forced oscillation カ学との類推



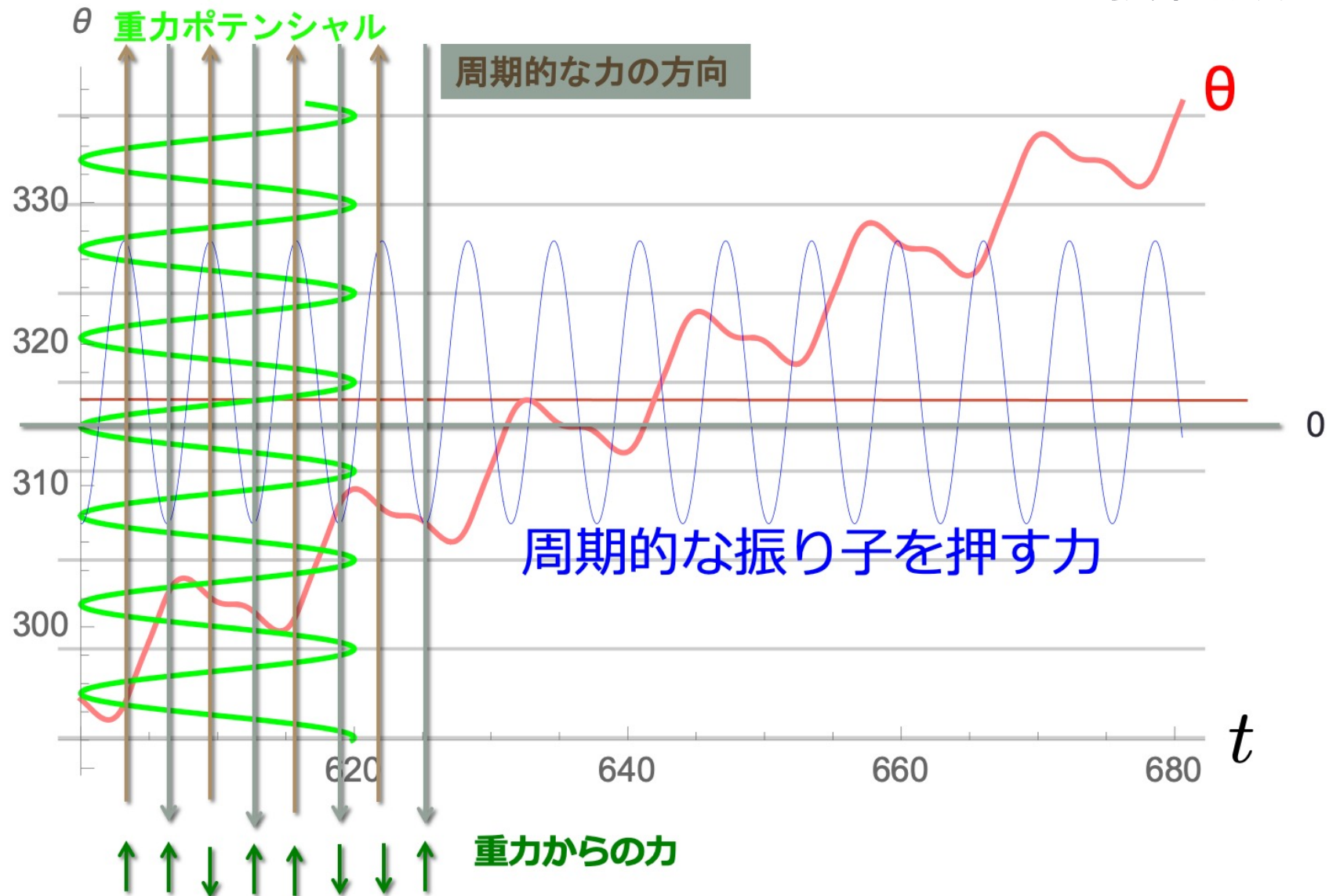
$$ml^2\ddot{\theta} = -mgl \sin \theta + A \cos \omega t$$

自己相互作用  
ポテンシ  
ャル  
に似ている

インフラトンから  
の力に似ている

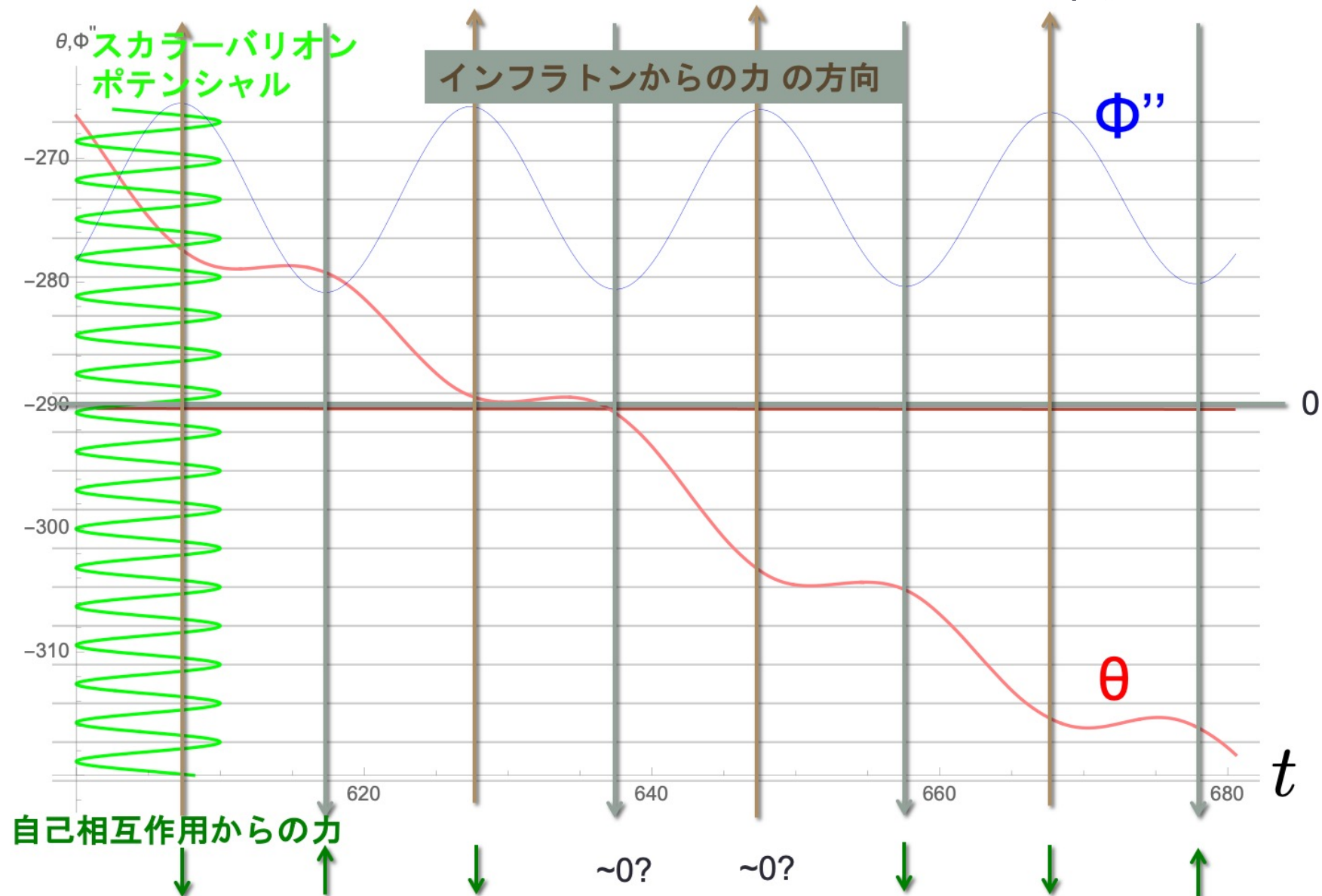
# 回転する強制振り子との対応 (2/3)

- 強制振り子



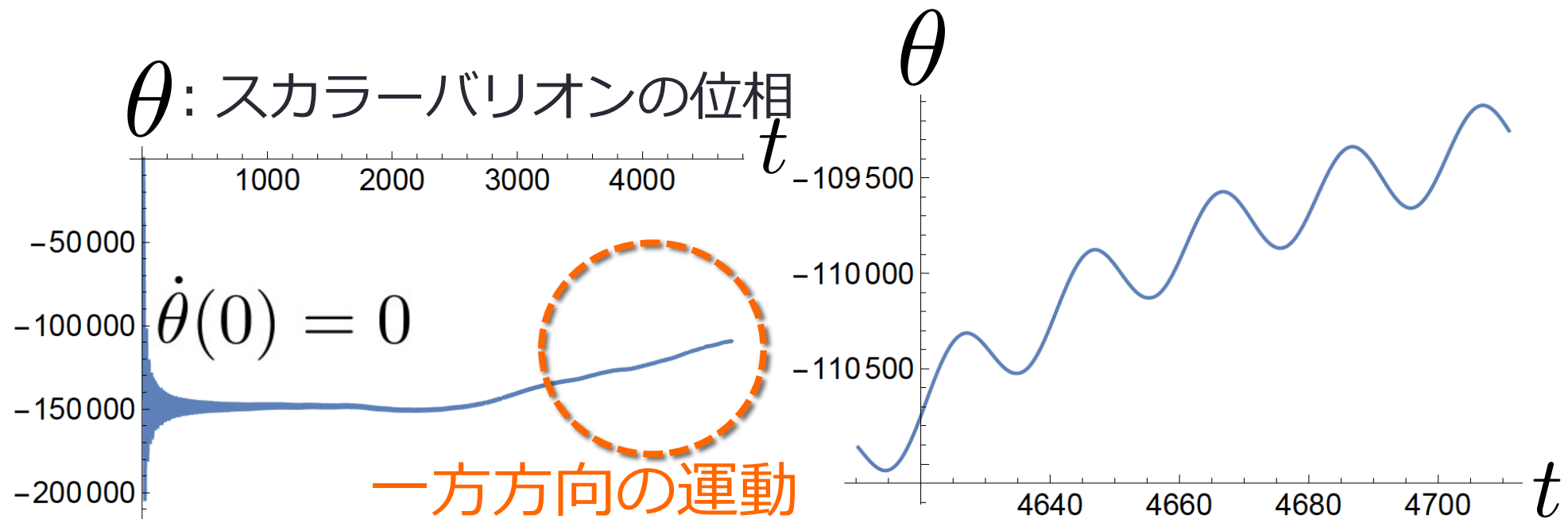
# 回転する強制振り子との対応 (3/3)

- 私達のモデル



# 結果

バリオン数生成理論としての可能性検証



ゼロ以外の値を持つ  $n_B = -2\phi_r^2 \dot{\theta}$   
 バリオン数密度

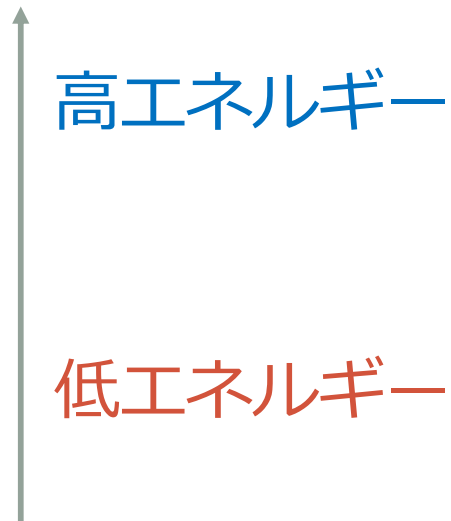
インフラトンとの相互作用でバリオン数生成を起こすモデルを提案  
その成功メカニズムをサハロフの条件・ダイナミクスから明らかにした

## 正值性制限を用いた拡張理論へのアプローチ

- KY, C. Zhang, S.Y. Zhou, “Elastic positivity vs extremal positivity bounds in SMEFT: a case study in transversal electroweak gauge-boson scattering,” JHEP **01**, 095 (2021)
- X. Li, K. Mimasu, KY, C. Yang, C. Zhang, S. Y. Zhou, “Moments for positivity: using Drell-Yan data to test positivity bounds and reverse-engineer new physics,” JHEP **10**, 107 (2022)
- S. S. Kim, H. M. Lee, KY, “Positivity bounds on Higgs-Portal dark matter,” JHEP **06**, 124 (2023)
- S. S. Kim, H. M. Lee, KY, “Positivity bounds on Higgs-portal freeze-in dark matter,” JHEP **11**, 119 (2023)

# 拡張された理論へのアプローチ (1/2)

- **トップ・ダウン的**：新粒子（暗黒物質、レプトン数を持った新粒子、右巻きニュートリノ等）を導入し相互作用を作る



- **ボトム・アップ的**：重い新粒子はあらわに相互作用には現れないとし、より一般的な有効相互作用を作る

## 拡張された理論へのアプローチ (2/2)

- トップ・ダウン的：新粒子（暗黒物質、レプトン数を持った新粒子、右巻きニュートリノ等）を導入し相互作用を作る

相対論的場の量子論的性質：  
特殊相対性、確率保存、因果律

↑  
高エネルギー

↓  
A. Adams, N. Arkani-Hamed,  
S. Dubovsky, A. Nicolis, R. Rattazzi,  
JHEP **0610**, 014(2006)

↑  
係数の空間の場所から  
重い新粒子を特定

低エネルギー

正值性制限：  
有効理論の係数の組み合わせが正  
C. Zhang, S-Y. Zhou, PRL 125, 201601 (2020)

- ボトム・アップ的：重い新粒子はあらわに相互作用には現れないとし、より一般的な有効相互作用を作る

# 有効場の理論

- 有効場の理論
  - 重い粒子の場は相互作用に入らない
  - 重い粒子と比較して  
小さい運動量/長距離のスケール
- 有効場の理論の相互作用:

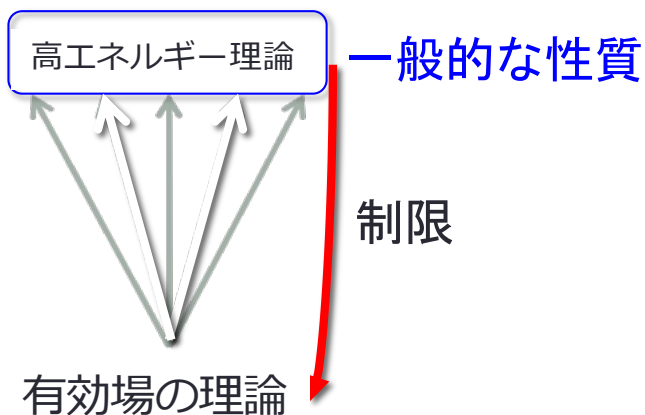
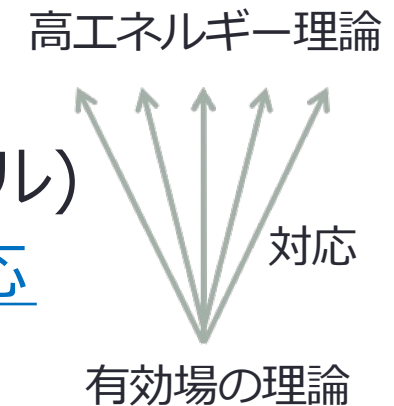
$$\mathcal{L}^{(5)} + \mathcal{L}^{(6)} + \mathcal{L}^{(7)} + \mathcal{L}^{(8)} + \dots$$

ウィルソン係数

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{n_d} \frac{c_i^5}{\Lambda} \mathcal{O}_i^{(5)} + \frac{c_i^6}{\Lambda^2} \mathcal{O}_i^{(6)} + \frac{c_i^7}{\Lambda^3} \mathcal{O}_i^{(7)} + \frac{c_i^8}{\Lambda^4} \mathcal{O}_i^{(8)} + \dots$$

# 正值性制限 (1/3)

- 有効場の理論のエネルギースケール  
 $E \ll \Lambda$  (高エネルギー理論の典型的なスケール)
- 複数の高エネルギー理論が有効場の理論に対応
- 高エネルギー理論の一般的な性質から  
 有効場の理論の係数に制限を与えられるか？



高エネルギー理論の一般的な性質として  
 局所的場の量子論に基づくとしたら

1. 特殊相対論 → ローレンツ不変性
2. 確率の保存 → ユニタリー性
3. 因果律 → 解析性

## 正值性制限 (2/3)

高エネルギー理論の一般的な性質から  
有効場の理論の係数に制限を与えられるか？

- 1つの方法として正值性制限

A. Adams, N. Arkani-Hamed, S. Dubovsky, A. Nicolis, R. Rattazzi, JHEP **0610**, 014(2006)

- 正值性制限**: 有効場の理論の演算子の係数の組み合わせが正であるように制限

例  $W^4$ 演算子:

$$\begin{aligned} \frac{F_{T,0}}{\Lambda^4} \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu}] \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\beta} \hat{W}^{\alpha\beta}] & \quad \frac{F_{T,1}}{\Lambda^4} \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\nu} \hat{W}^{\mu\beta}] \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\beta} \hat{W}^{\alpha\nu}] \\ \frac{F_{T,2}}{\Lambda^4} \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\mu} \hat{W}^{\mu\beta}] \text{Tr}[\hat{W}_{\beta\nu} \hat{W}^{\nu\alpha}] & \quad \frac{F_{T,10}}{\Lambda^4} \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu} \tilde{W}^{\mu\nu}] \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\beta} \tilde{W}^{\alpha\beta}] \\ \hat{W}^{\mu\nu} \equiv ig \frac{\sigma^I}{2} W^{I,\mu\nu} & \quad \tilde{W}^{\mu\nu} \equiv ig \frac{\sigma^I}{2} \left( \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} W^{I,\rho\sigma} \right) \end{aligned}$$

正值性制限として例えば：

$$\underline{\underline{2F_{T,0} + 2F_{T,1} + F_{T,2} \geq 0}}$$

# 正值性制限 (3/3)

## • 場の強さの演算子への正值性制限 (最近の仕事)

- **WWWW** KY, C. Zhang, S.Y. Zhou, JHEP **01**, 095 (2021) 仮説

$$O_{T,0} = \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu}\hat{W}^{\mu\nu}]\text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\beta}\hat{W}^{\alpha\beta}] \quad O_{T,1} = \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\nu}\hat{W}^{\mu\beta}]\text{Tr}[\hat{W}_{\mu\beta}\hat{W}^{\alpha\nu}]$$

$$O_{T,2} = \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\mu}\hat{W}^{\mu\beta}]\text{Tr}[\hat{W}_{\beta\nu}\hat{W}^{\nu\alpha}] \quad O_{T,10} = \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu}\tilde{W}^{\mu\nu}]\text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\beta}\tilde{W}^{\alpha\beta}]$$

- **WWBB**

$$O_{T,5} = \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu}\hat{W}^{\mu\nu}]\hat{B}_{\alpha\beta}\hat{B}^{\alpha\beta} \quad O_{T,6} = \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\nu}\hat{W}^{\mu\beta}]\hat{B}_{\mu\beta}\hat{B}^{\alpha\nu}$$

$$O_{T,7} = \text{Tr}[\hat{W}_{\alpha\mu}\hat{W}^{\mu\beta}]\hat{B}_{\beta\nu}\hat{B}^{\nu\alpha} \quad O_{T,11} = \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu}\tilde{W}^{\mu\nu}]\hat{B}_{\alpha\beta}\tilde{B}^{\alpha\beta}$$

- **BBBB**

$$O_{T,8} = \hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}\hat{B}_{\alpha\beta}\hat{B}^{\alpha\beta} \quad O_{T,9} = \hat{B}_{\alpha\mu}\hat{B}^{\mu\beta}\hat{B}_{\beta\nu}\hat{B}^{\nu\alpha}$$

$$\hat{W}^{\mu\nu} \equiv ig\frac{\sigma^I}{2}W^{I,\mu\nu}, \quad \hat{B}^{\mu\nu} \equiv ig'\frac{1}{2}B^{\mu\nu}$$

$$\tilde{W}_{\mu\nu} \equiv ig\frac{\sigma^I}{2}\left(\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}W^{I,\rho\sigma}\right), \quad \tilde{B}_{\mu\nu} \equiv ig'\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}B^{\rho\sigma}\right)$$

# より一般化された正値性制限 (結果)

- 全ての可能な重ね合わせを考慮:

$$W_x^1, W_y^1, W_x^2, W_y^2, W_x^3, W_y^3, B_x, B_y$$

- 得られた有効場の理論の係数への制限 (正値性制限)

bounds	channel ( $ 1\rangle +  2\rangle \rightarrow  1\rangle +  2\rangle$ )
$F_{T,2} \geq 0,$	$ 1\rangle =  W_x^1\rangle,  2\rangle =  W_y^2\rangle$
$4F_{T,1} + F_{T,2} \geq 0,$	$ 1\rangle =  W_x^1\rangle,  2\rangle =  W_x^2\rangle$
$F_{T,2} + 8F_{T,10} \geq 0,$	$ 1\rangle =  W_x^1\rangle +  W_y^2\rangle,  2\rangle =  W_y^1\rangle -  W_x^2\rangle$
$8F_{T,0} + 4F_{T,1} + 3F_{T,2} \geq 0,$	$ 1\rangle =  W_x^1\rangle +  W_y^2\rangle,  2\rangle =  W_x^1\rangle +  W_y^2\rangle$
$2F_{T,8} + F_{T,9} \geq 0,$	$ 1\rangle =  B_x\rangle,  2\rangle =  B_x\rangle$
$F_{T,9} \geq 0,$	$ 1\rangle =  B_x\rangle,  2\rangle =  B_y\rangle$
$4F_{T,6} + F_{T,7} \geq 0,$	$ 1\rangle =  B_x\rangle,  2\rangle =  W_x^1\rangle$
$F_{T,7} \geq 0,$	$ 1\rangle =  B_x\rangle,  2\rangle =  W_y^1\rangle$

他の重ね合わせの  
散乱は制限を  
更新しない

- 他に係数の2次、3次を含んだ制限
- 係数の空間は~0.7%にまで (理論的に) 制限



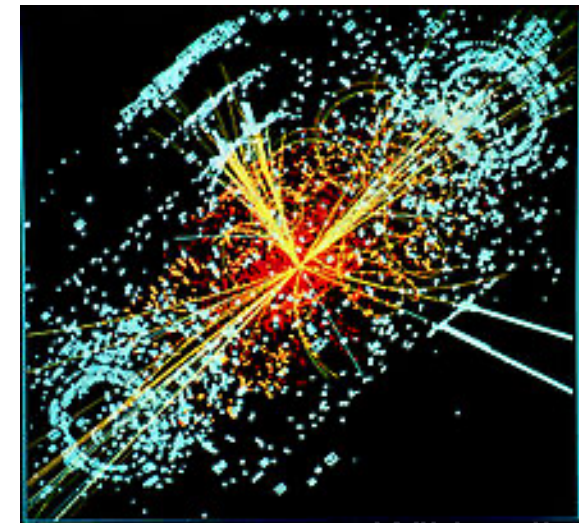
# 拡張された理論の探索

理論の検証可能性

- LHCとは
  - 大型ハドロン衝突型加速器  
(the Large Hadron Collider)
  - 世界で一番大きくて高いエネルギーの衝突型加速器
  - 陽子と陽子の衝突

山手線

円周27km



Wikipedia

[http://en.wikipedia.org/wiki/Large\\_Hadron\\_Collider](http://en.wikipedia.org/wiki/Large_Hadron_Collider)

# 将来実験と正值性制限

X. Li, K. Mimasu, KY, C. Yang, C. Zhang, S. Y. Zhou, JHEP **10**, 107 (2022)

トップ・ダウン的モデル 重い新粒子

$C_1 : (\bar{e}\gamma_\mu e) \partial^2 (\bar{e}\gamma^\mu e)$   
 $C_2 : (\bar{e}\gamma_\mu e) \partial^2 (\bar{u}\gamma^\mu u)$   
 $C_3 : (\bar{e}\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu e)(\bar{u}\gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu u)$   
 $C_4 : (\bar{u}\gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu u)(\bar{u}\gamma^\mu \overleftrightarrow{D}^\nu u)$   
 $C_5 : (\bar{u}\gamma_\mu u) \partial^2 (\bar{u}\gamma^\mu u)$

UV interaction	$(SU(3), SU(2))_{U(1)}^{\text{spin}}$	dim-8 EFT coefficients ( $\vec{c}_X$ )	ER?
$\bar{e}^c e \mathcal{S}_2 + h.c.$	$\mathcal{S}_2: (1, 1)_2^0$	$(1, 0, 0, 0, 0)$	✓
$\frac{1}{M_{UV}} \bar{u}^c_i \overleftrightarrow{D}^\mu u_j \epsilon_{ijk} \mathcal{U}_{4\mu}^{\dagger k} + h.c.$	$\mathcal{U}_{4\mu}^k: (\bar{3}, 1)_{4/3}^1$	$(0, 0, 0, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$	✓
$(\bar{u}^c_i u_j \Omega_4^{\dagger ij} + sym.) + h.c.$	$\Omega_4^{ij}: (6, 1)_{4/3}^0$	$(0, 0, 0, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$	✗
$\bar{e}^c u_i \omega_1^{\dagger i} + h.c.$	$\omega_1^i: (3, 1)_{1/3}^0$	$(0, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0)$	✓
$\bar{e}\gamma_\mu u_i \mathcal{U}_5^{\dagger i\mu} + h.c.$	$\mathcal{U}_5^{i\mu}: (3, 1)_{5/3}^1$	$(0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0, 0)$	✗
$(\sin\theta \bar{e}\gamma_\mu e + \cos\theta \bar{u}_i \gamma_\mu u_i) \mathcal{B}^\mu$	$\mathcal{B}^\mu: (1, 1)_0^1$	$(\sin^2\theta, 2\cos\theta\sin\theta, 0, 0, \cos^2\theta)$	✓
$\bar{u}_i \gamma_\mu u_j T_{ij}^a \mathcal{G}^{\dagger a\mu}$	$\mathcal{G}^{a\mu}: (8, 1)_0^1$	$(0, 0, 0, -\frac{1}{4}, -\frac{5}{12})$	✗
$\frac{1}{M_{UV}} i \bar{e}^c \overleftrightarrow{D}^\mu u^i \mathcal{U}_{1\mu}^{\dagger i} + h.c.$	$\mathcal{U}_{1\mu}^i: (3, 1)_{1/3}^1$	$(0, -\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0)$	✓

ボトム・アップ的モデル  
(有効場の理論、  
重い粒子は顕に現れていない)

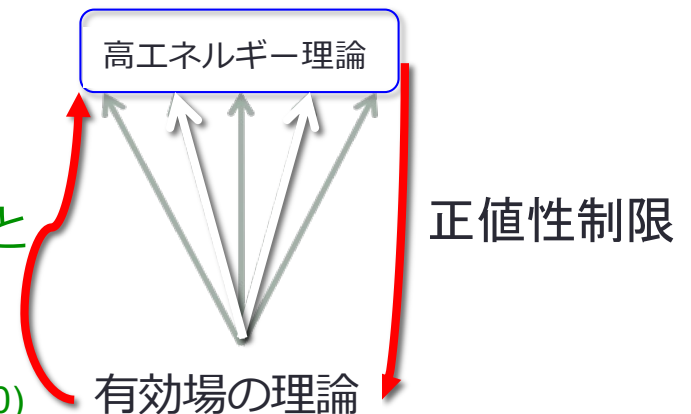
UV particle $H$	$\frac{M_H}{\sqrt{g_H}}$ [TeV]
$\mathcal{S}_2$	$\geq 5.1$
$\mathcal{U}_4$	$\infty$
$\Omega_4$	$\infty$
$\omega_1$	$\geq 1.8$
$\mathcal{U}_5$	$\geq 2.2$
$\mathcal{B}$	$\infty$
$\mathcal{G}$	$\infty$
$\mathcal{U}_1$	$\geq 2.1$

実験が素粒子標準模型を  
精度良く支持した場合、  
いくつかの新粒子の可能性を  
排除できることを示した。

正值性制限を群の表現と  
幾何学の観点から精査

C. Zhang, S-Y. Zhou,  
PRL 125, 201601 (2020)

理論と実験を組み合わせた  
新粒子の探索可能性



# 暗黒物質を含んだ理論へ正值性制限を適用

S. S. Kim, H. M. Lee, KY, JHEP **06**, 124 (2023), JHEP **11**, 119 (2023)

仮説:

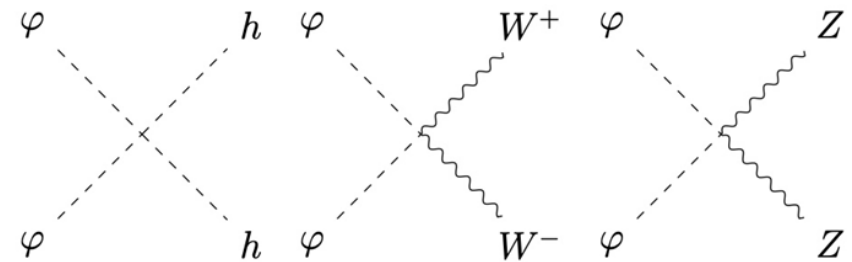
暗黒物質  $\phi$  とヒッグス場  $H$  のラグランジアン  $\rightarrow$  暗黒物質  $\phi$  の対消滅過程

$$\mathcal{L} = \frac{C_{H^2\phi^2}^{(1)}}{\Lambda^4} \mathcal{O}_{H^2\phi^2}^{(1)} + \frac{C_{H^2\phi^2}^{(2)}}{\Lambda^4} \mathcal{O}_{H^2\phi^2}^{(2)}$$

$$\mathcal{O}_{H^2\phi^2}^{(1)} = (D_\mu H^\dagger D_\nu H)(\partial^\mu \phi \partial^\nu \phi)$$

$$\mathcal{O}_{H^2\phi^2}^{(2)} = (D_\mu H^\dagger D^\mu H)(\partial_\nu \phi \partial^\nu \phi)$$

正值性制限を適用することで  
より高エネルギーでの基本理論と  
モデル(上記仮説)との関係性が分かる。



こういった散乱過程について計算して  
暗黒物質残存量の説明可能性や  
観測・実験からの制限・探索可能性を  
議論することができる。

理論と現象との組み合わせを使って  
暗黒物質の特性にアプローチするための第一歩となる試み

## まとめ

- 暗黒物質やバリオン数生成を説明するためには素粒子標準理論を超えた理論が必要

### 研究例

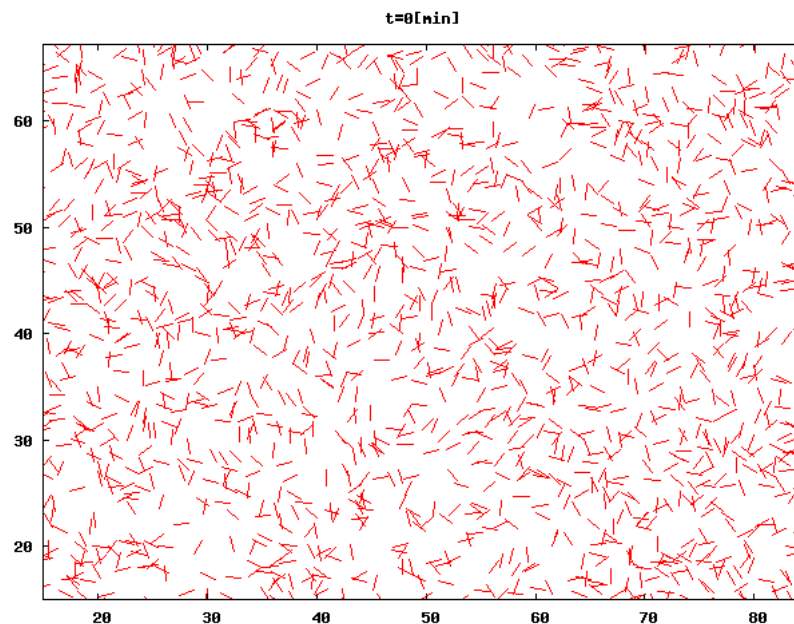
- インフレーション後の再加熱過程の時期やその後の暗黒物質やバリオン数を持った粒子の生成について、インフラトンとの相互作用を含めて議論した
- 拡張された理論に対するアプローチとして相対論的場の量子論の公理を用いた議論(正值性制限)をした。さらに暗黒物質を含んだ理論にそのアプローチ(正值性制限)を適用。

## 他：学際的研究

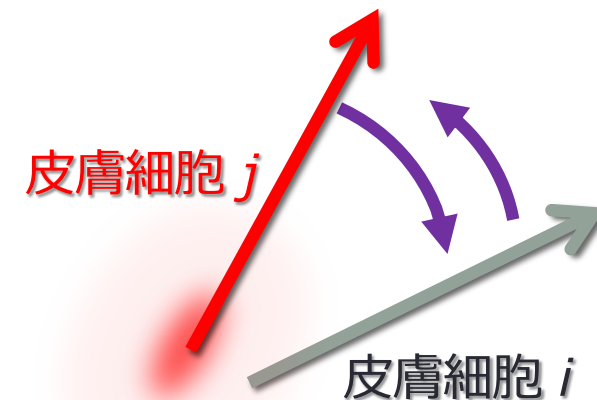
- 数値解析技術を適用して皮膚細胞のシミュレーションの学際的研究も経験しました。数理物理であれば対象を広く研究をすることができるようになります。

関連する研究経験：

- K. Hashimoto, KY, K. Enoyoshi, D. Xavier, T. Takeuchi, H. Kori and M. Gotoh, “The effects of coating culture dishes with collagen on fibroblast cell shape and swirling pattern formation,” Journal of Biological Physics (2020)



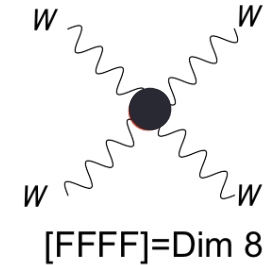
細胞集団のシミュレーション



$$\frac{d\theta_i}{dt} = \frac{K}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{-\frac{r_{ij}^2}{2\lambda^2}} \sum_{j \neq i} \frac{\sin 2(\theta_j - \theta_i)}{\text{同期}}$$

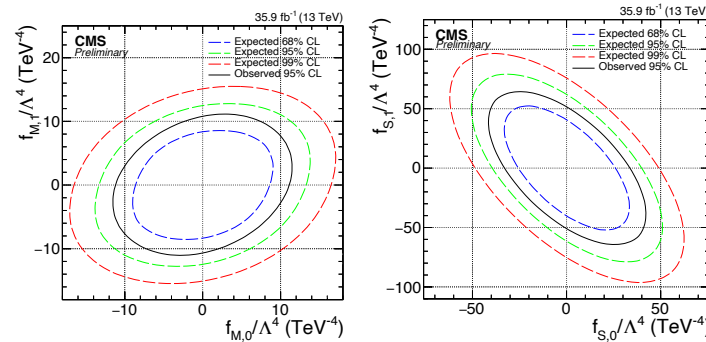
# バックアップ (正値性制限について。専門家向け)

# Positivity Bounds (1/9)



- Positivity bounds can apply for dim-8 operators in tree-level  $\leftarrow$  Froissart Bound ( $\Leftrightarrow$  Analyticity, etc.)
- Dim-8 operators are more suppressed by  $\Lambda$  than lower dimensional ones, however, for dim-8 aQGC operators, LHC experimentalists have been and currently working on constraining them

CMS-PAS-SMP-18-001



- In the future, more dim-8 effects may become accessible (e.g. new observable proposed for DY process: Alioli, Boughezal, Mereghetti, Petriello, Phys. Lett. B **809**, 135703 (2020), X. Li, K. Mimasu, [KY](#), C. Yang, C. Zhang, S. Y. Zhou, JHEP10(2022)107)

## Positivity Bounds (2/9)

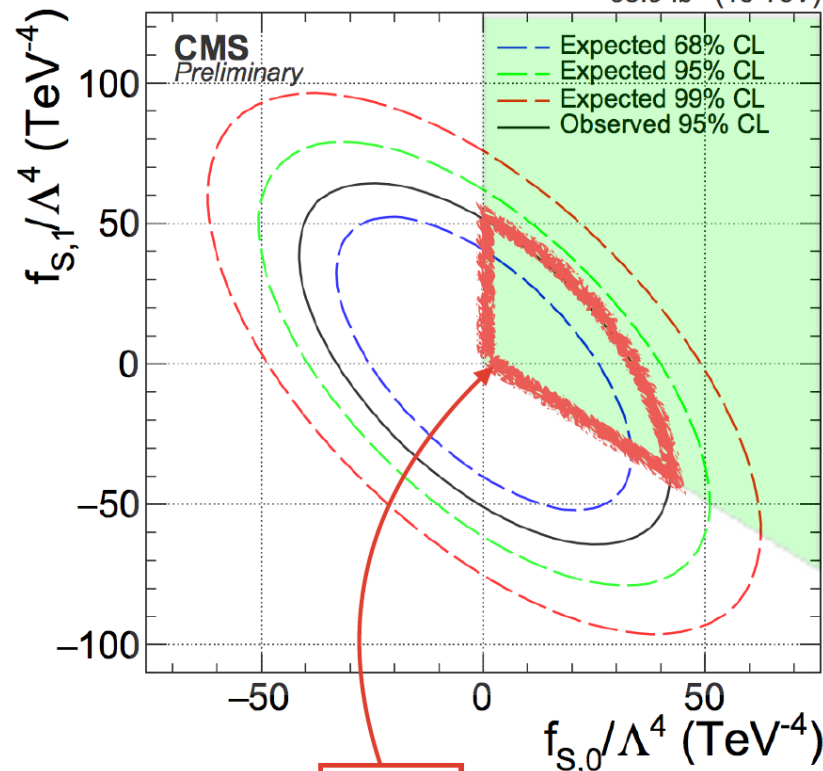
Positivity bounds are important as they offer complementary bounds to the experiments

Q. Bi, C. Zhang, S.-Y. Zhou JHEP **1906** (2019) 137

E.g. WZjj (CMS-PAS-SMP-18-001)

$$O_{S,1} = [(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi][(D_\nu \Phi)^\dagger D^\nu \Phi]$$

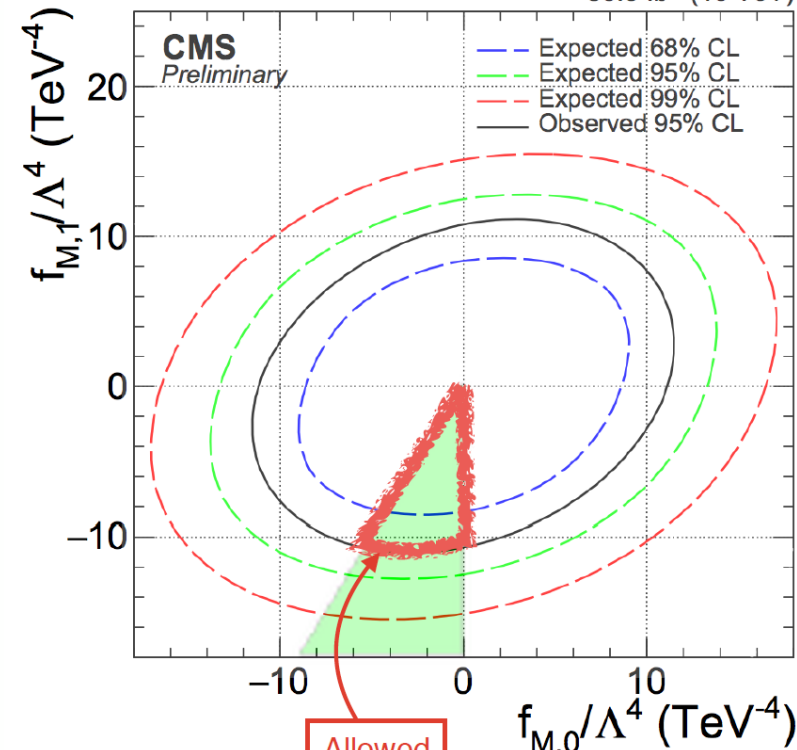
35.9 fb<sup>-1</sup> (13 TeV)



Allowed  $O_{S,0} = [(D_\mu \Phi)^\dagger D_\nu \Phi][(D^\mu \Phi)^\dagger D^\nu \Phi]$

$$O_{M,1} = \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\beta}][(D_\beta \Phi)^\dagger D^\mu \Phi]$$

35.9 fb<sup>-1</sup> (13 TeV)



Allowed  $O_{M,0} = \text{Tr}[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu}][(D_\beta \Phi)^\dagger D^\beta \Phi]$

Positivity restricts the directions in which SM deviation is possible

T. N. Pham, T. N. Truong, Phys. Rev. D **31**, 3027 (1985)

B. Ananthanarayan, D. Toublan, G. Wanders, Phys. Rev. D **51**, 1093-1100 (1995)

A. Adams, N. Arkani-Hamed, S. Dubovsky, A. Nicolis, R. Rattazzi, JHEP **0610**, 014 (2006)

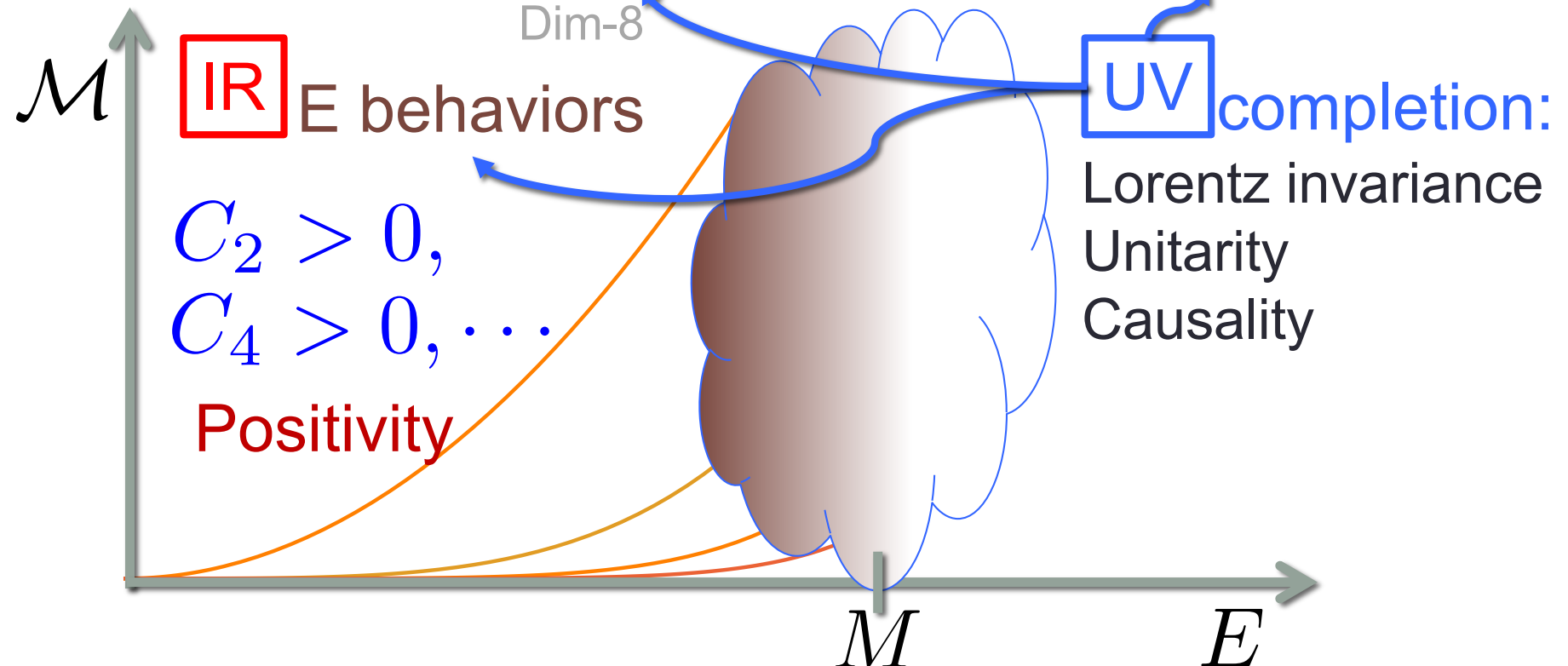
## Positivity Bounds (3/9)

Ref: Slides by [Francesco Riva](#)

- Effective Theory Forward Amplitude (**IR**):

For  $D \geq 8$  Wilson Coefficients

$$\mathcal{M} = C_0 + C_1 \frac{s}{M^2} + \underbrace{C_2}_{\text{Dim-8}} \frac{s^2}{M^4} + C_3 \frac{s^3}{M^6} + \underbrace{C_4}_{\text{Dim-12}} \frac{s^4}{M^8} + \dots$$

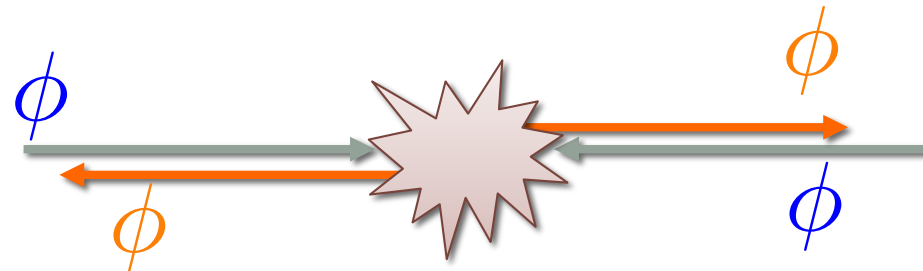


## Positivity Bounds (4/9)

$$\mathcal{M} = C_0 + C_1 \frac{s}{M^2} + \underbrace{C_2}_{>0} \frac{s^2}{M^4} + C_3 \frac{s^3}{M^6} + C_4 \frac{s^4}{M^8} + \dots$$

massless scalar 2-2 forward elastic scattering:

forward:  $t=0$



$|+|| \rightarrow |+||$

elastic

Let us consider the amplitude of this:  $\frac{\mathcal{M}(s, 0)}{s^3}$

## Positivity Bounds (5/9)

Forward limit positivity bounds are from:

1. Lorentz Invariance
2. Unitarity  $\Rightarrow$  Optical theorem:  
e.g., elastic case,

$$\text{Im}\mathcal{M}(k_1, k_2 \rightarrow k_1, k_2) = \underline{\underline{s\sigma_{\text{tot}}(k_1, k_2 \rightarrow \text{anything})}}$$

Positive

1. Analyticity\*  $\Rightarrow$  Froissart Bound:

$$|\mathcal{M}(s, \underline{\underline{\cos \theta = 1}})| < \text{Const. } s(\ln s)^2$$

forward Froissart, Martin 1960's  
(for real  $s \rightarrow \infty$ )

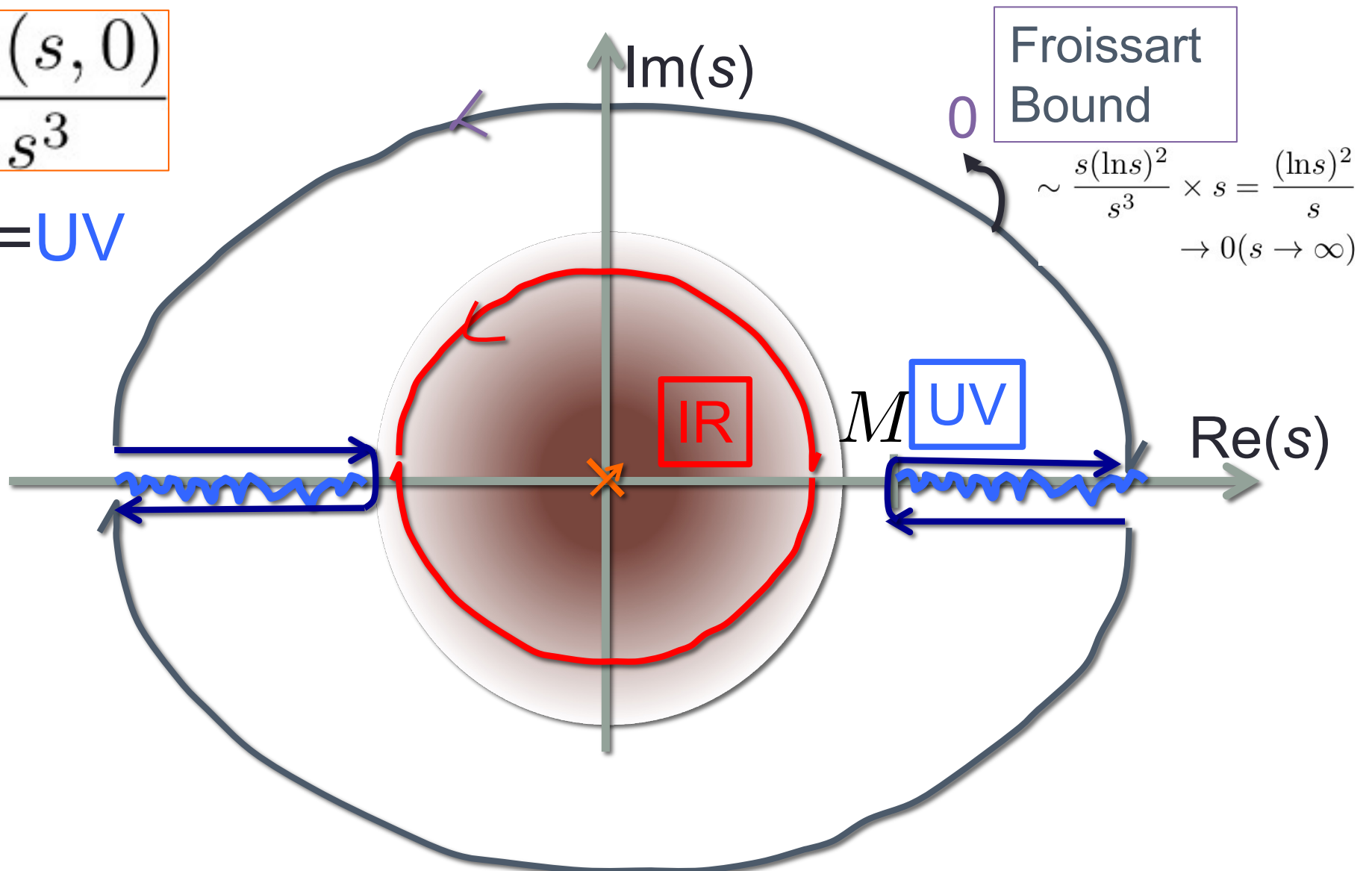
\*Analyticity of the amplitude besides poles and branch cuts on real axis

## Positivity Bounds (6/9)

massless scalar 2-2 forward elastic scattering amplitude:

$$\frac{\mathcal{M}(s, 0)}{s^3}$$

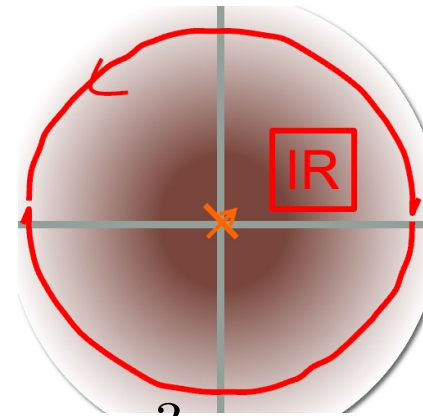
IR=UV



## Positivity Bounds (7/9)

IR

$$\frac{1}{2\pi i} \oint ds \frac{\mathcal{M}(s, 0)}{s^3} = \frac{C_2}{M^4}$$



$$\mathcal{M} = C_0 + C_1 \frac{s}{M^2} + C_2 \frac{s^2}{M^4} + C_3 \frac{s^3}{M^6} + C_4 \frac{s^4}{M^8} + \dots$$

# Positivity Bounds (8/9)

UV



$$\frac{1}{2\pi i} \int_M^\infty ds \frac{\underline{\underline{M(s + i\epsilon, 0) - M(s - i\epsilon, 0)}}}{s^3} \quad \begin{array}{l} \text{2)\&3)} \\ = (2i)\text{Im } M(s,0) \\ = (2i)s \sigma_{\text{tot}}(s) \end{array}$$

$$+ \frac{1}{2\pi i} \int_M^\infty ds \frac{\underline{\underline{M(-s - i\epsilon, 0) - M(-s + i\epsilon, 0)}}}{s^3} \quad \begin{array}{l} \text{|| 1)} \\ \text{crossing sym. } \downarrow \quad \downarrow s+t+u = 0 \text{ \& } t=0 \end{array}$$

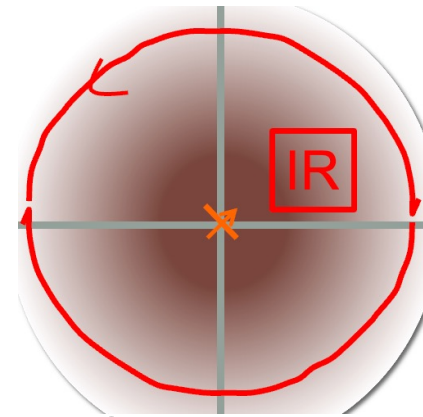
1. Crossing Symmetry:  $M(s,0) = M(u,0) = M(-s,0)$ ,
2. Schwarz reflection principle:  $M(s^*,0) = M(s,0)^*$
3. Optical theorem:  $\text{Im } M(s,0) = s \sigma_{\text{tot}}(s)$

$$= \frac{2}{\pi} \int_M^\infty ds \frac{s \sigma_{\text{tot}}(s)}{s^3} > 0$$

## Positivity Bounds (9/9)

IR

$$\frac{1}{2\pi i} \oint ds \frac{\mathcal{M}(s, 0)}{s^3} = C_2$$



$$\mathcal{M} = C_0 + C_1 \frac{s}{M^2} + C_2 \frac{s^2}{M^4} + C_3 \frac{s^3}{M^6} + C_4 \frac{s^4}{M^8} + \dots$$

$$\frac{1}{2\pi i} \oint M_{\text{IR}}/s^3 (=C_2/M^4) \dots \text{IR}$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \oint M_{\text{UV}}/s^3 > 0 \dots \text{UV}$$

$$\frac{\mathcal{M}(s, 0)}{s^3}$$

$$\text{IR} = \text{UV}$$

$$\rightarrow C_2 > 0 \dots \text{IR}$$

