

2026/1/13 東京女子大学セミナー

重力による量子もつれ生成の検証

— ミクロな世界の重力を探ろう —

後半：不安定性を用いた重力による量子もつれ生成の増幅

郭 優佳 (神戸大学)

自己紹介

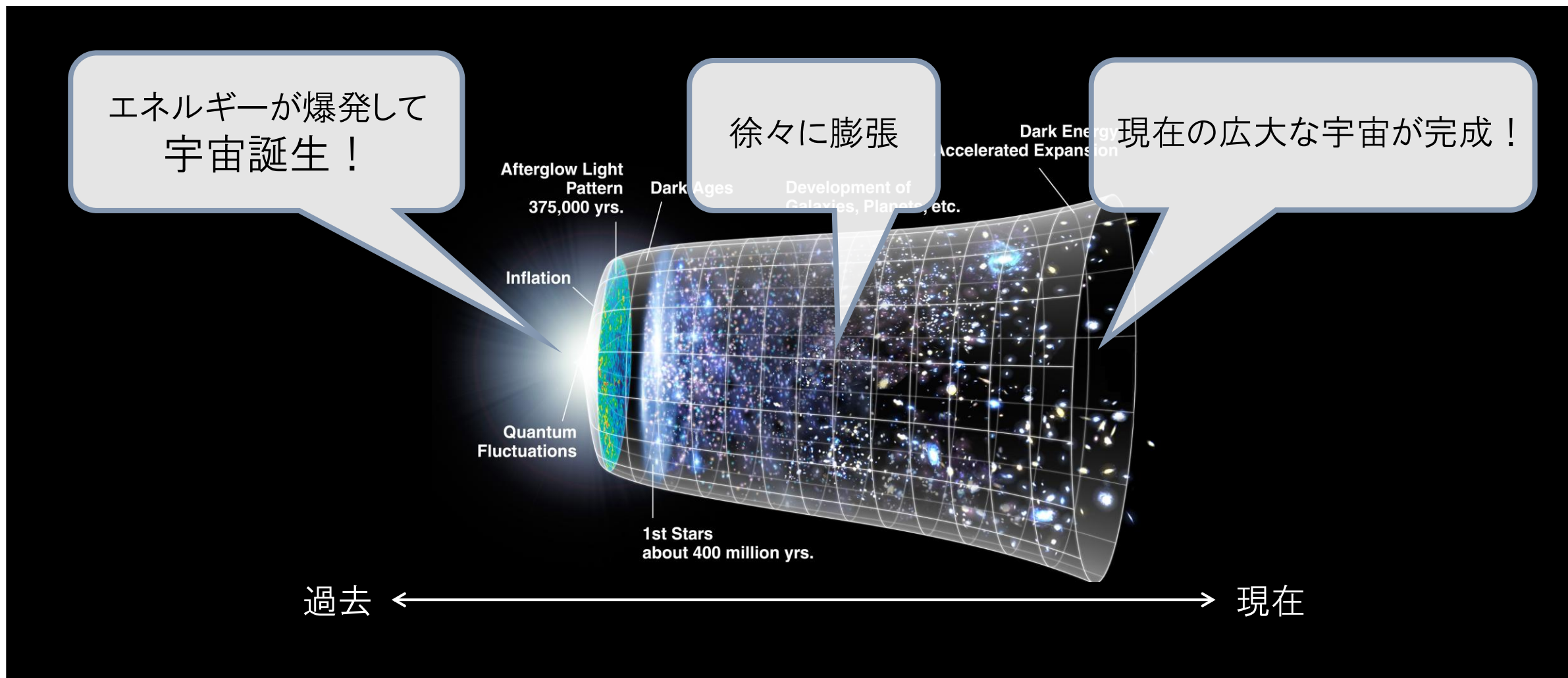
- **名前** 郭 優佳 (かく ゆうか)
- **出身** 愛知県名古屋市
- **経歴**

-2016.3	南山高校女子部
2016.4-2020.3	名古屋大学(学部)
2020.4-2025.3	名古屋大学(博士課程)
現在	神戸大学でポスドク1年目
- **趣味** カメラ、天体観測、茶道、あつ森 etc...
- **研究** 「ミクロな世界における重力」が知りたい！
 - ▶ なぜこの分野が面白いのか？



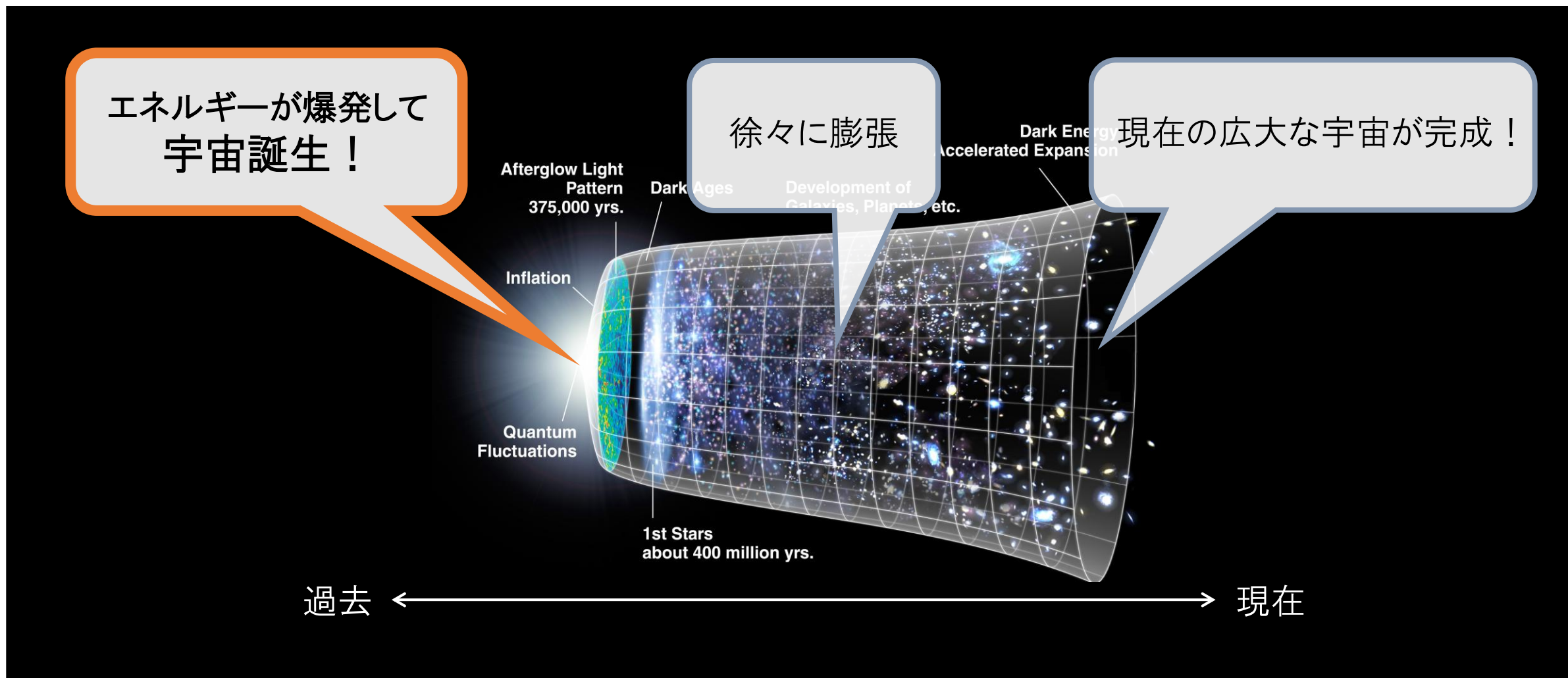
宇宙の始まり

- 現在わかっている宇宙の歴史



宇宙の始まり

- 現在わかっている宇宙の歴史



宇宙の始まり

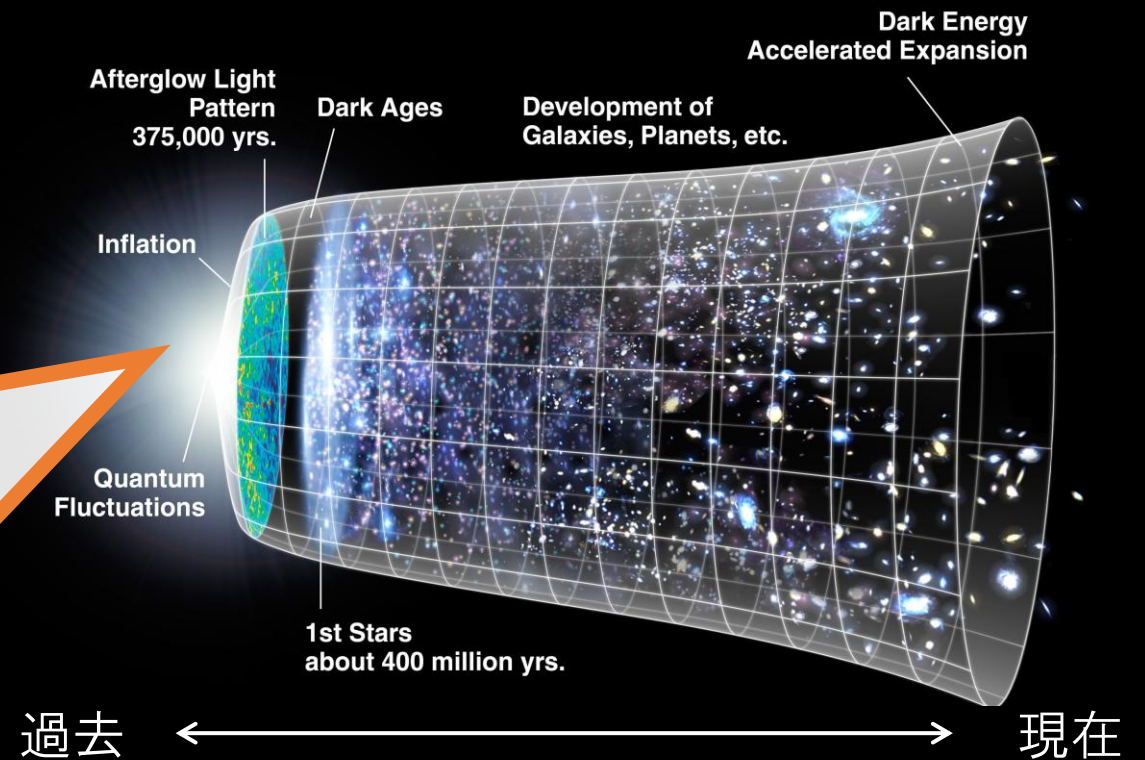
- 宇宙の始まりでは何が起きていた？

宇宙誕生！

宇宙の始まりでは、
星・銀河を作るほどの膨大なエネルギーが
マイクロな領域に圧縮されている。

このような高エネルギー・マイクロな世界では
様々な不思議な現象が起こる！

→ 量子力学、場の量子論、etc...



ミクロな世界における力学：量子力学

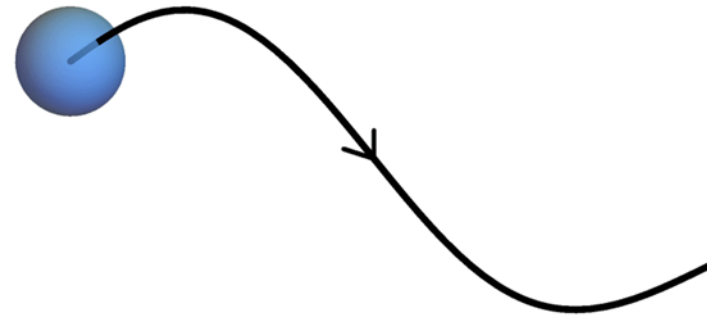
- 力学とは・・・物体の運動の法則を立てて、動きを予測する学問

私たちが住むマクロな世界では・・・

高校物理で習う力学で説明できる

▶ 古典力学

物体の運動は一つに定まる。



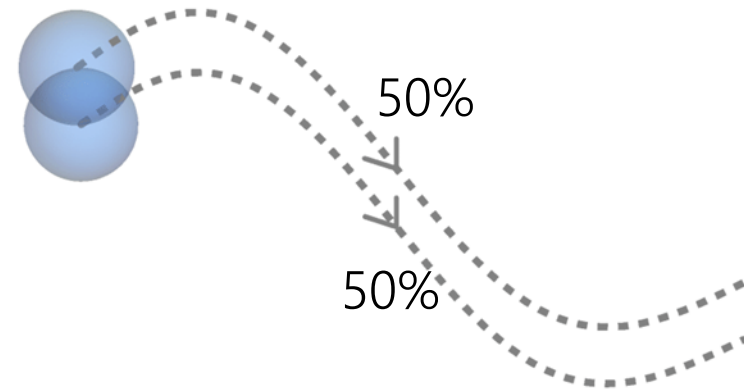
宇宙の始まりなどのミクロな世界では・・・

物体の位置が一つに定まらずに「ぼやける」！

▶ 不確定性の原理

物体の運動も確率論的にしか決まらない

▶ 確率論的な力学：量子力学



ミクロな世界における力学：量子力学

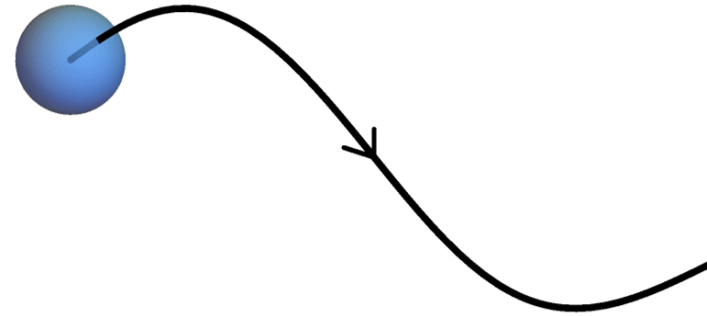
- 力学とは・・・物体の運動の法則を立てて、動きを予測する学問

私たちが住むマクロな世界では・・・

高校物理で習う力学で説明できる

▶ 古典力学

物体の運動は一つに定まる。



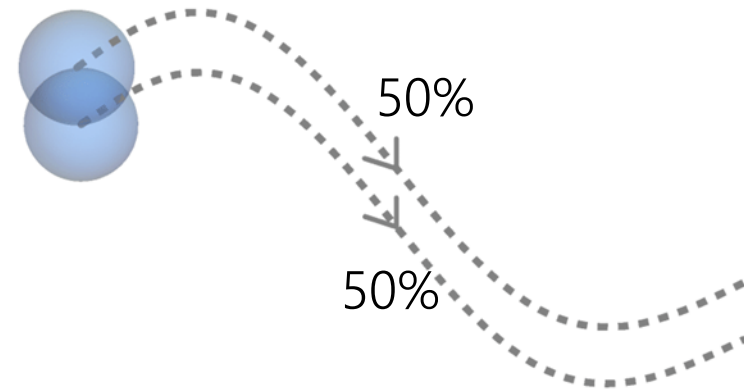
宇宙の始まりなどのミクロな世界では・・・

物体の位置が一つに定まらずに「ぼやける」！

▶ 不確定性の原理

物体の運動も確率論的にしか決まらない

▶ 確率論的な力学：量子力学



ミクロな世界における力学：量子力学

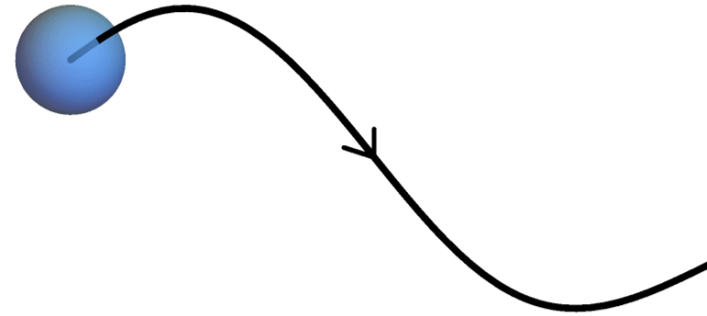
- 力学とは・・・物体の運動の法則を立てて、動きを予測する学問

私たちが住むマクロな世界では・・・

高校物理で習う力学で説明できる

▶ 古典力学

物体の運動は一つに定まる。



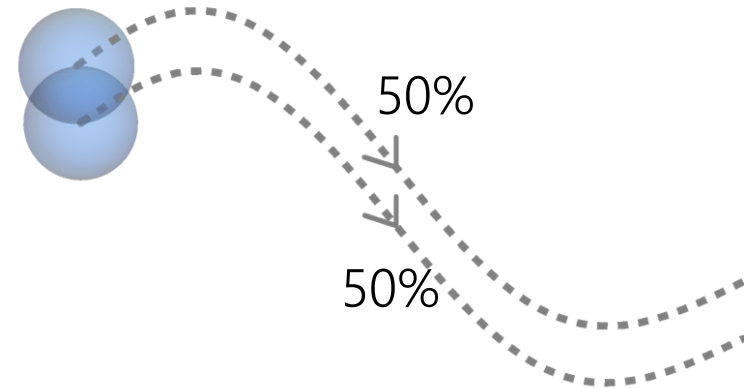
宇宙の始まりなどのミクロな世界では・・・

物体の位置が一つに定まらずに「ぼやける」！

▶ 不確定性の原理

物体の運動も確率論的にしか決まらない

▶ 確率論的な力学：量子力学

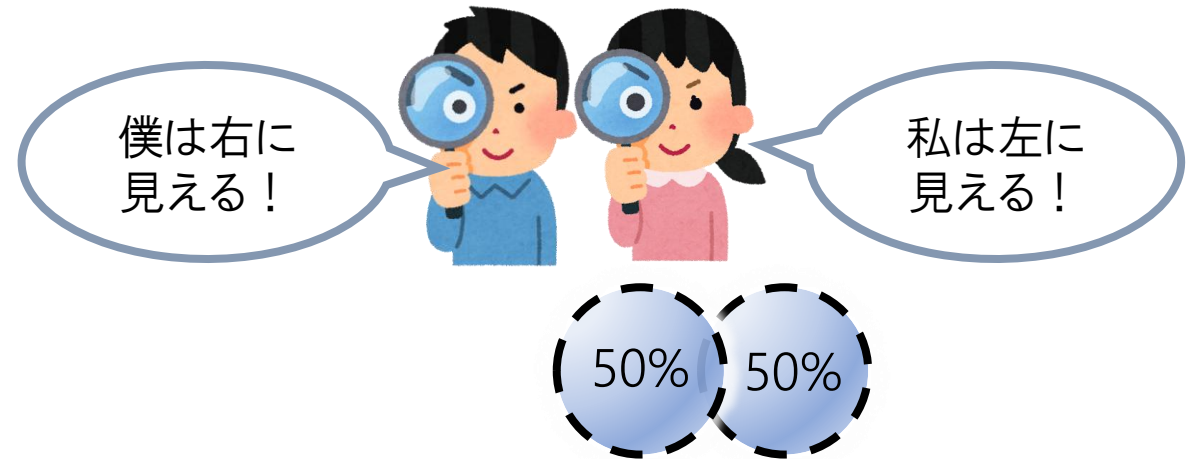


ミクロな世界における力学：量子力学

- ミクロな世界で現れる不思議なあれこれ

例1) 重ね合わせ状態

物体の位置や運動量がぼやけて、
観測するごとに違う結果が出る状態



例2) 量子もつれ・・・量子力学特有の相関

物体がぼやけた分だけ情報量が増えて、
古典力学よりも多い情報量を共有できる!



宇宙の始まりを解明するには、量子力学に基づいてあらゆる物理を再解釈すべし

特に、量子力学+**重力**が謎だらけ!

私の研究分野: ミクロな世界における重力

- 現代物理学の未解決問題 「ミクロな世界において、重力はどのように振る舞うのか？」

現在わかっている2つの理論

- ミクロな世界の力学: 量子力学
- マクロな世界の重力理論: 一般相対性理論 by アインシュタイン



- ▶ これらを融合した量子重力理論を考えると、
あらゆる物理量が発散してしまい何も予言できない・・・

- 「ミクロな世界における重力」の解明に向けた研究

1. 予言能力のある量子重力理論を作ろう！

例) 超弦理論、ループ量子重力理論 etc...

2. **ミクロな世界の重力を実験で検証しよう←私の研究**

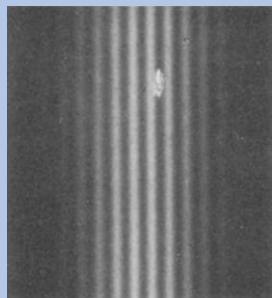
実験事実が積み上げられれば、量子重力理論を構築するヒントが得られるはず！

私の研究分野: ミクロな世界における重力

- 量子力学、重力に関連するこれまでの実験

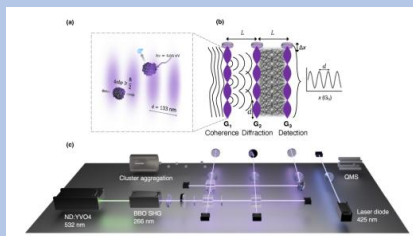
ミクロスケール: 量子力学の検証

- ▶ 物体の重ね合わせ状態を作る実験

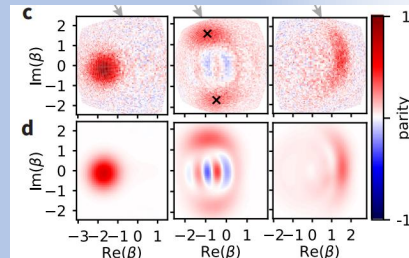


Jönsson (1974) 電子
Pedalino+ (2025) Naの塊

10^{-30}



10^{-22}



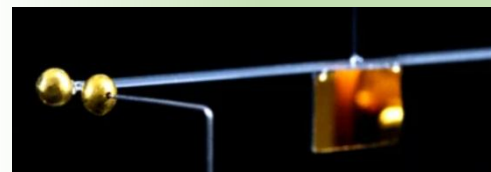
Bild+ (2022)
石英結晶中の音波

10^{-9}



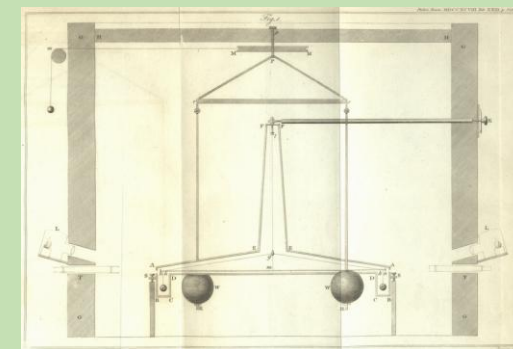
マクロスケール: ニュートン重力の検証

- ▶ 重力定数の測定



Westpal+ (2020)
ねじれ振り子

10^{-4}



Cavendish (1798)
ねじれ振り子

$1 - 10^2$
実験対象の質量(kg)

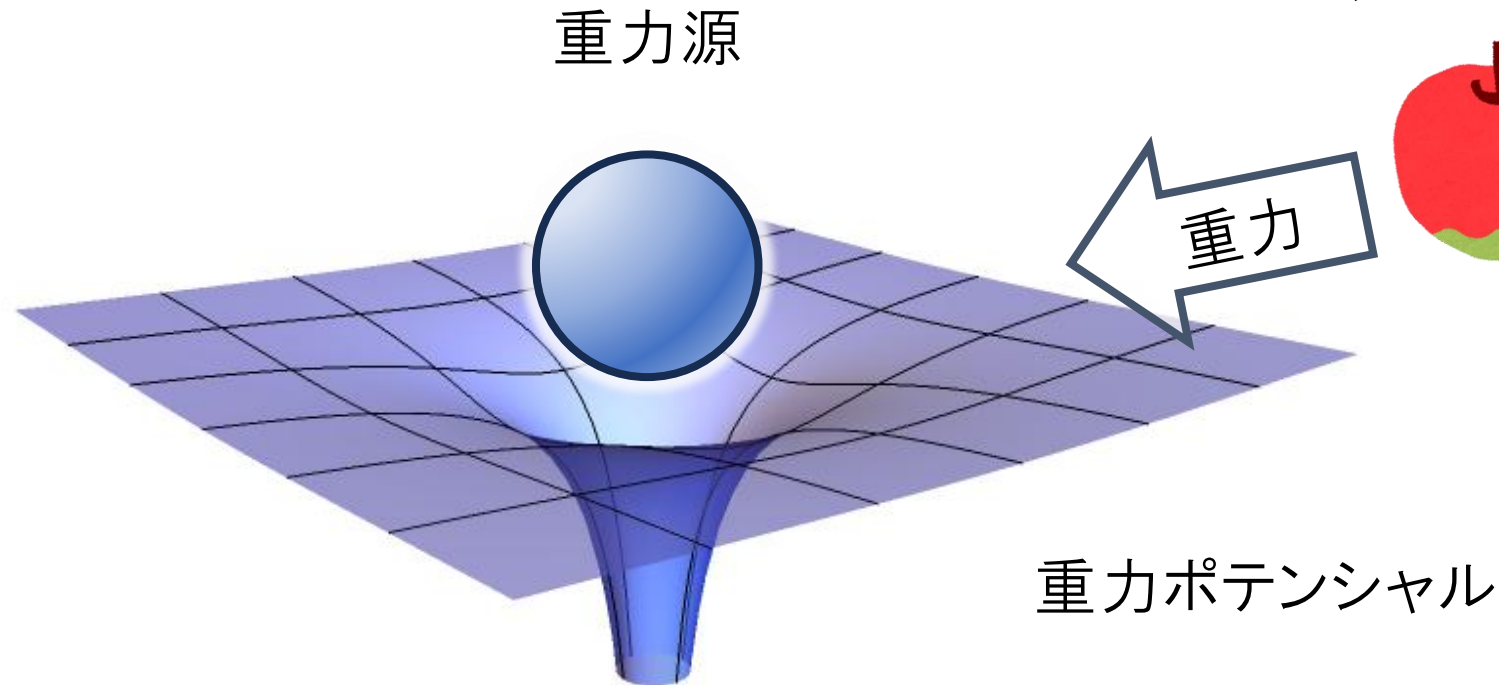
今後、この間のスケールで重ね合わせ状態の物体が作るニュートン重力が見えるかも！

私の研究分野: ミクロな世界における重力

- ミクロな世界の重力をどうやって検証するか？

まず、マクロな世界では…

重力に引っ張られて
リンゴが落ちる



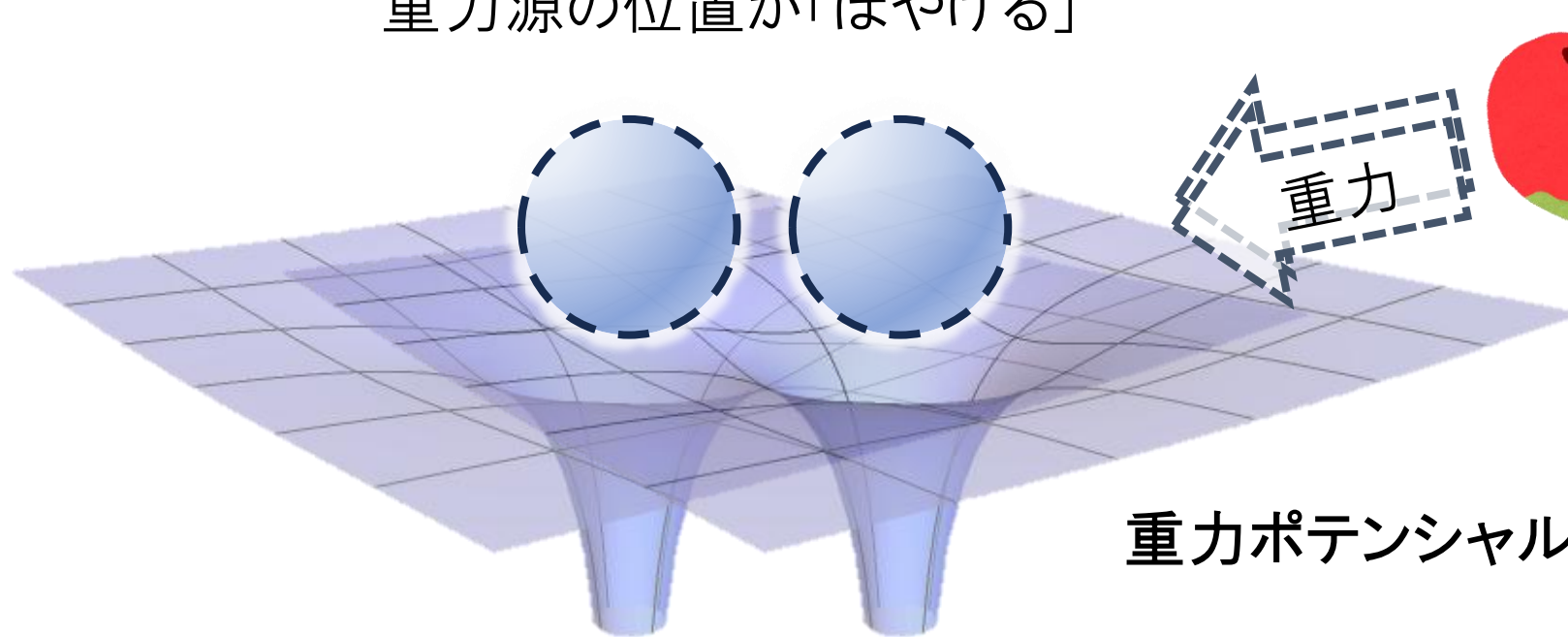
私の研究分野: ミクロな世界における重力

- ミクロな世界の重力をどうやって検証するか？

一方、ミクロな世界では...

重力源の位置が「ぼやける」

リンゴが感じる
重力も「ぼやける」？



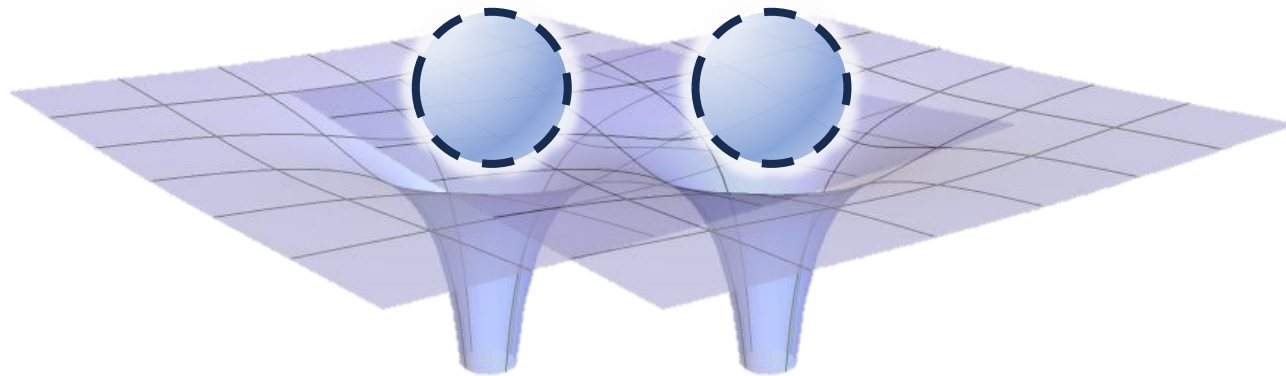
重力ポテンシャルも「ぼやける」？

「重力自身も量子力学に従ってぼやけるのか？」を実験で確かめよう！

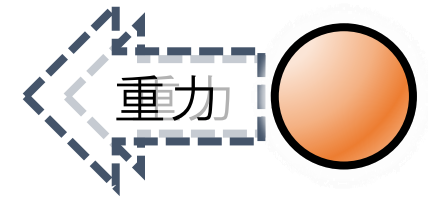
私の研究分野: ミクロな世界における重力

- Bose, Marletto, Vedralらによる実験提案 (2017)

重ね合わせ状態の粒子A



重力に引っ張られる粒子B



重力自身も量子力学に従ってぼやけると・・・

粒子Bの運動には粒子Aのぼやけ具合が反映され、AB間に相関が生まれる。

▶ 重力による量子もつれ生成

もしこれが確かめられれば、世界で初めてミクロな世界の重力が明らかにされる

このような検証実験を積み上げて、量子重力理論を完成させるヒントを集めよう！

まとめ

- 宇宙の始まりでは何が起きていたか？

- ▶ エネルギーが圧縮された高エネルギー・マイクロな世界
- ▶ ミクロな世界では物体が「ぼやける」(量子力学)
- ▶ ミクロな世界における重力を解明したい
- ▶ 量子力学+重力を実験的に検証しよう

- 後半:不安定性を用いた重力による量子もつれ生成の増幅

Boseらが提案した「重力による量子もつれ生成」は、まだ検証に至っていない。
なぜなら、重力は他の相互作用に比べて非常に弱くて測定が難しいから。

- ▶ 不安定な粒子を用いて、シグナルを大幅に増やす方法を議論しよう

2026/1/13 東京女子大学セミナー

重力による量子もつれ生成の検証

—不安定性を用いた重力による量子もつれ生成の増幅—

前半： ミクロな世界の重力を探ろう

郭 優佳 (神戸大学)

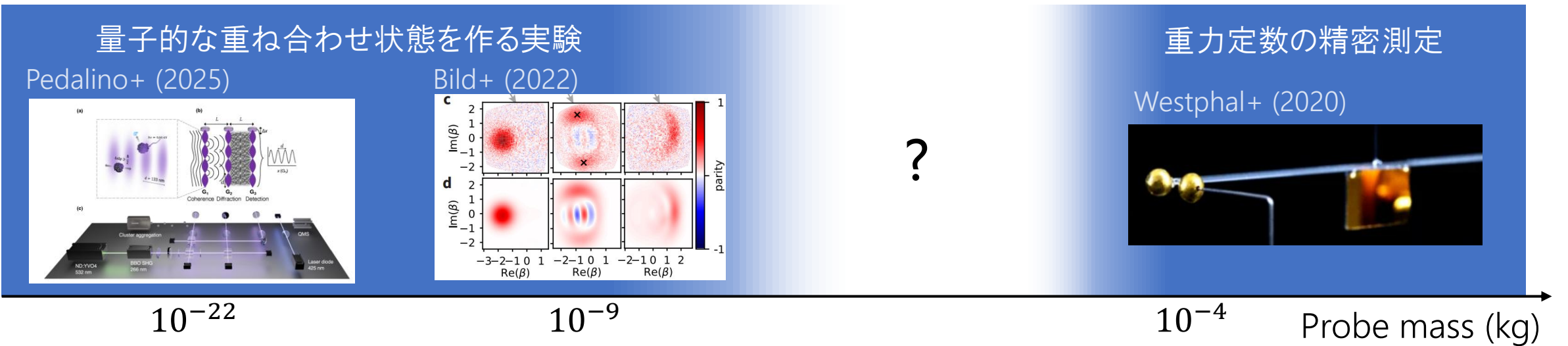
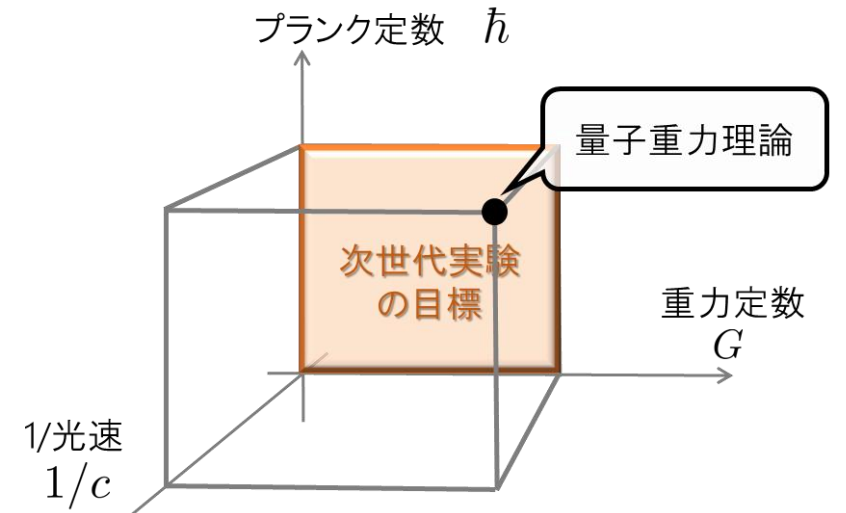
共同研究者: 塩松裕華, 藤田智弘, 松村央, 道村唯太

Based on

Class.Quant.Grav. 42 (2025) 16, 165003, arXiv: 2511.09169

量子と重力

- 量子重力理論を構築するには実験事実が不可欠
- 量子重力理論 \Rightarrow 量子力学 + ニュートン重力
次世代実験の目標
- マクロなスケールにおける量子実験、ミクロなスケールにおけるニュートン重力測定の実験が進展
 \Rightarrow 近い将来、量子系が作るニュートン重力が測定できるかも？



非相対論的なスケールで、重力の量子効果を実験的に検証しよう！

量子力学とニュートン重力

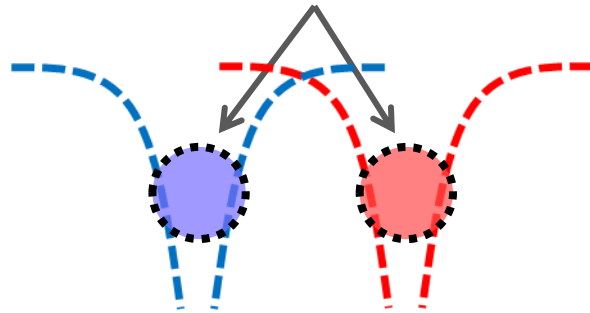
Feynman (1957)
Zeh (2008)
Bahrami+ (2014)
Anastopoulos+ (2014)

「重力源の量子的な重ね合わせ状態は、重力場に反映されるか？」

by Feynman

● 「YES」 の場合

重ね合わせ状態の重力源 M, \hat{X}



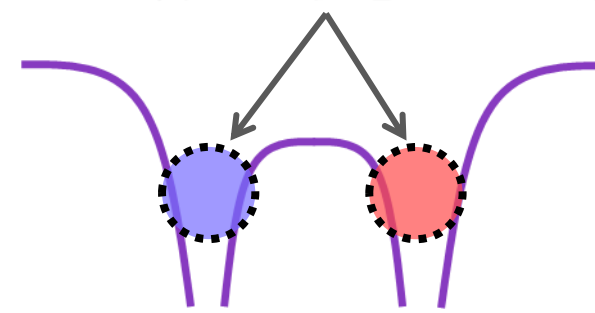
重力ポテンシャル: 重力源の演算子に依存

$$\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$

→ 第一量子化された重力理論 (QG)

● 「NO」 の場合

重ね合わせ状態の重力源 M, \hat{X}



重力ポテンシャル: 重力源の期待値にのみ依存

$$\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}(\hat{X})}$$

→ 準古典的なSchrödinger-Newton重力理論 (SN)

QG, SNモデルのどちらが妥当かを実験的に検証しよう → BMV実験提案

BMV実験提案 by Bose, Marletto, Vedral

- 目的 「ニュートン重力によって量子もつれは生成されるか？」を検証する

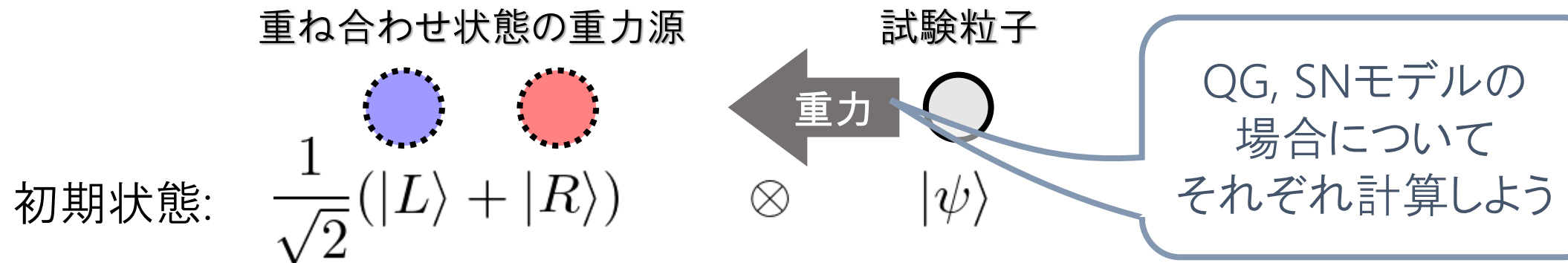
量子もつれとは？・・・量子系特有の相関 (局所相互作用と古典通信では生成できない相関)

- (例) 2つのスピンAとBの状態

$$\begin{cases} |\Psi\rangle_{AB} = (|\uparrow\rangle_A + |\downarrow\rangle_A) \otimes (|\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_B)/2 & \text{直積で書ける状態} = \text{セパラブル状態} \\ |\Psi\rangle_{AB} = (|\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B)/2 & \text{直積でない状態} = \text{量子もつれ状態} \end{cases}$$

スピンAが上(下)向きであると観測されると、スピンBは下(上)向きであると分かる。
→スピンAとBが相関をもっている！

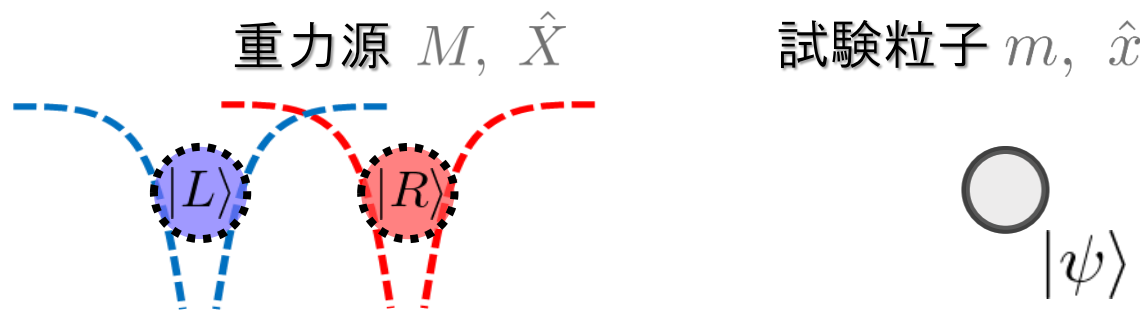
- 方法 2つの粒子間(セパラブル)にニュートン重力が働くとき、量子もつれは生成するか？



BMV実験提案

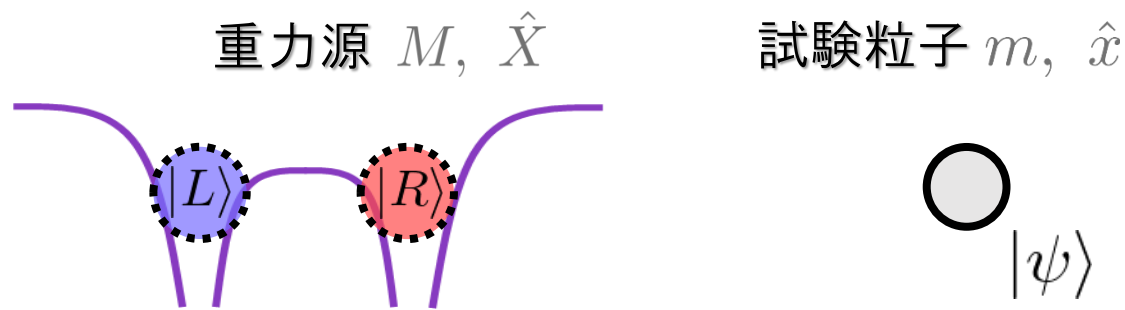
Bose+ (2017)
Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



$$\underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t}}_{\text{時間発展演算子}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle}_{\text{初期状態}}$$

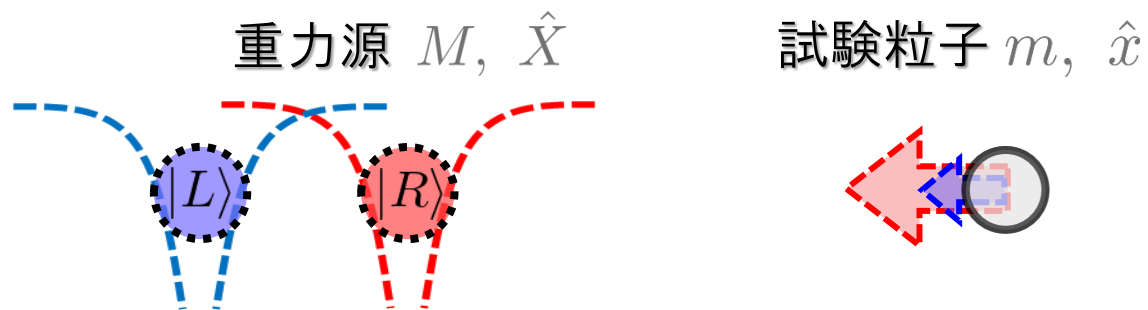
● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



BMV実験提案

Bose+ (2017)
Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

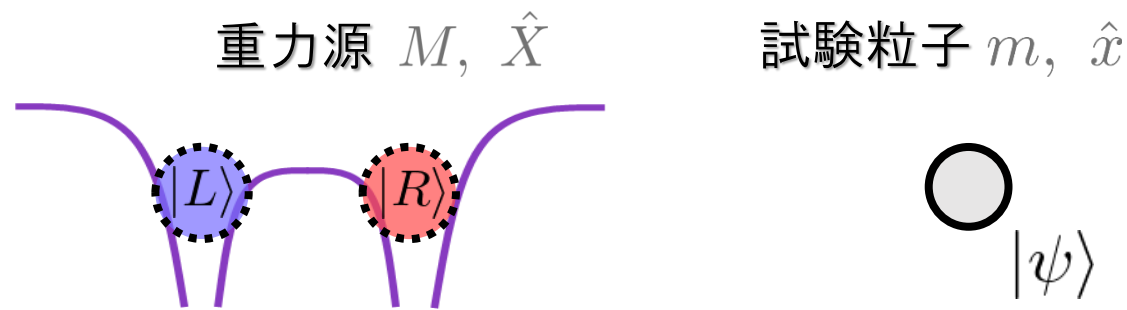
● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

$$\phi_{L,R} = -m \Phi^{(QG)}(L, R) t / \hbar$$

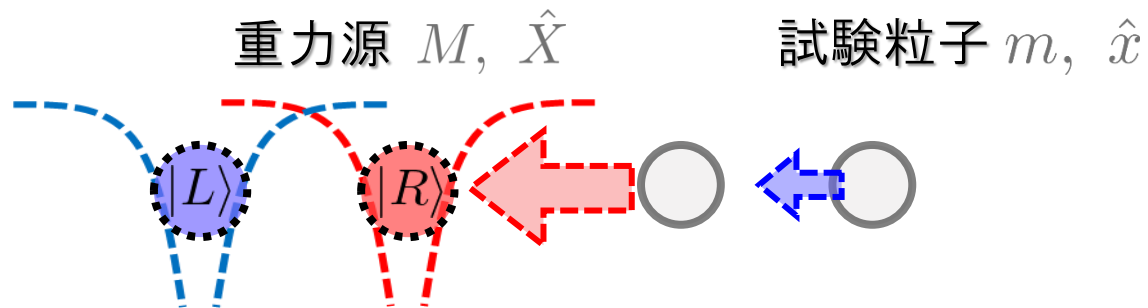
● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



BMV実験提案

Bose+ (2017)
Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

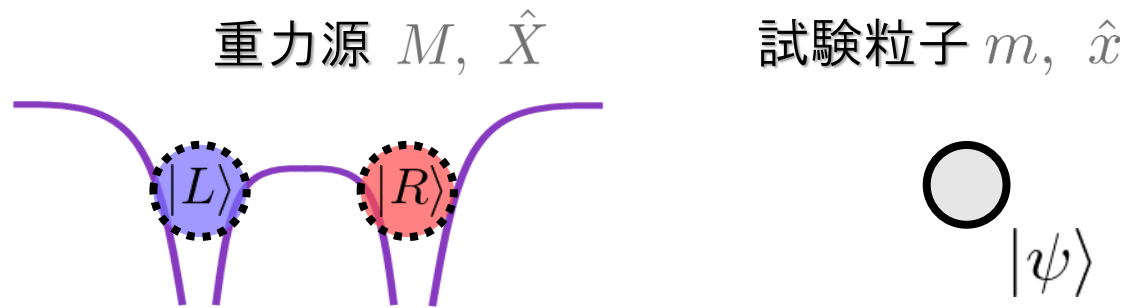
● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展
⇒ 量子もつれ状態へ発展

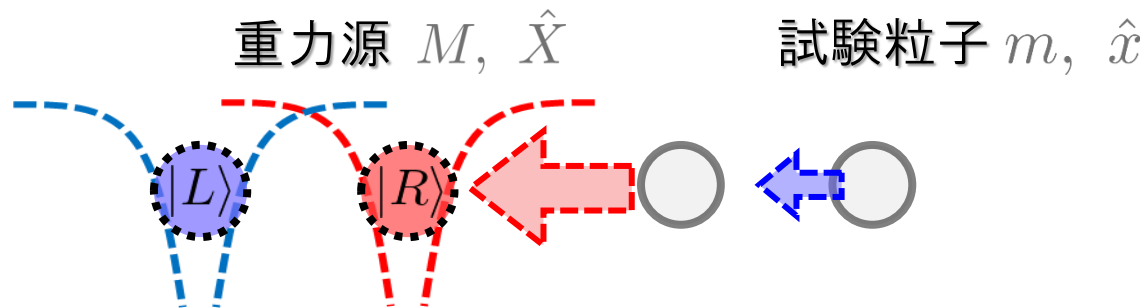
● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



BMV実験提案

Bose+ (2017)
 Marletto, Vedral (2017)
 Carney, Muller, Taylor (2021)

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$

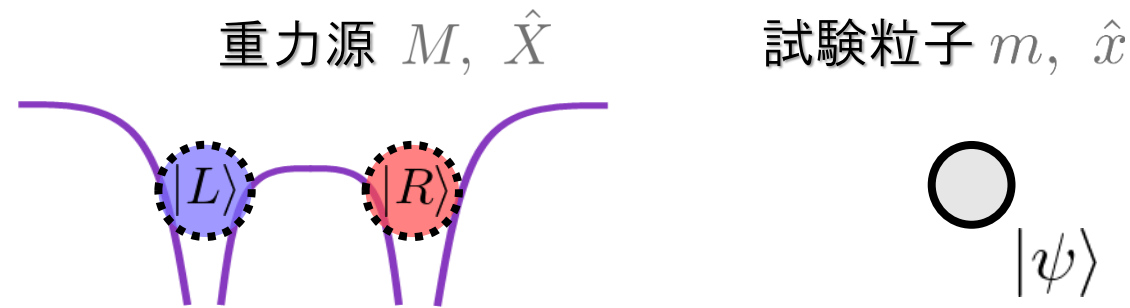


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展
 ⇒ 量子もつれ状態へ発展

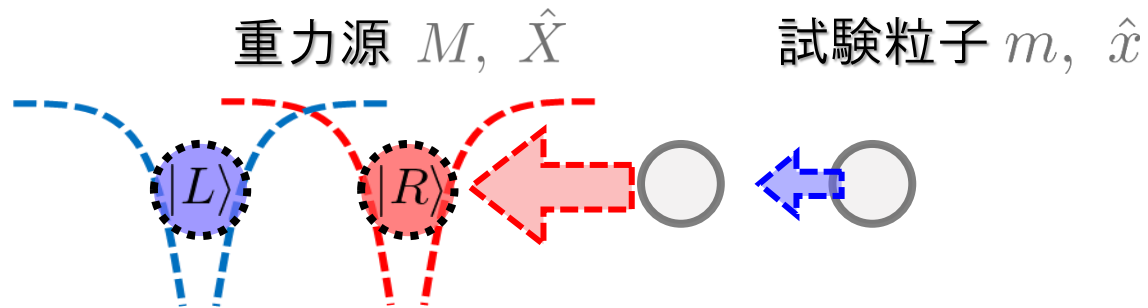
● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



$$\underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t}}_{\text{時間発展演算子}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle}_{\text{初期状態}}$$

BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



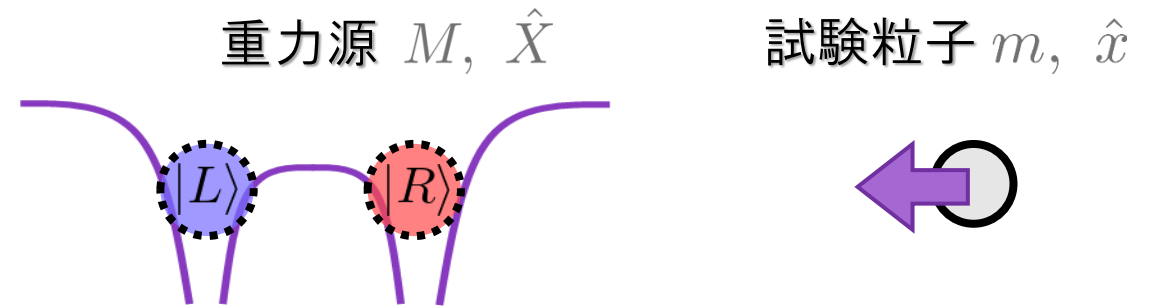
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展

⇒ 量子もつれ状態へ発展

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$

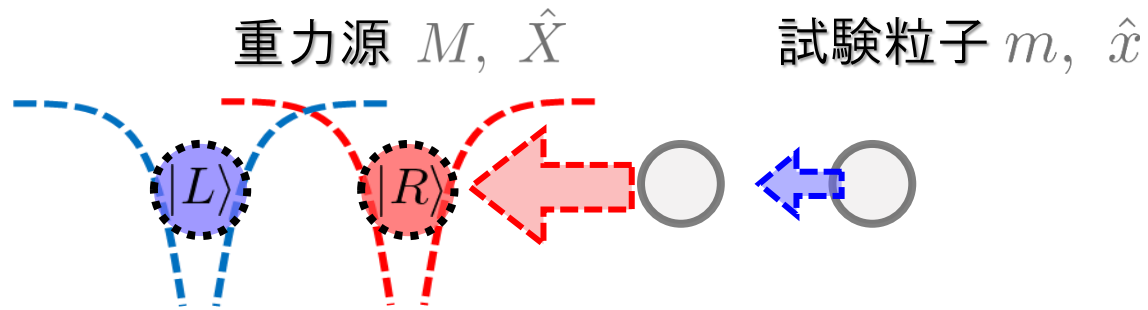


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} |\psi\rangle$$

BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$

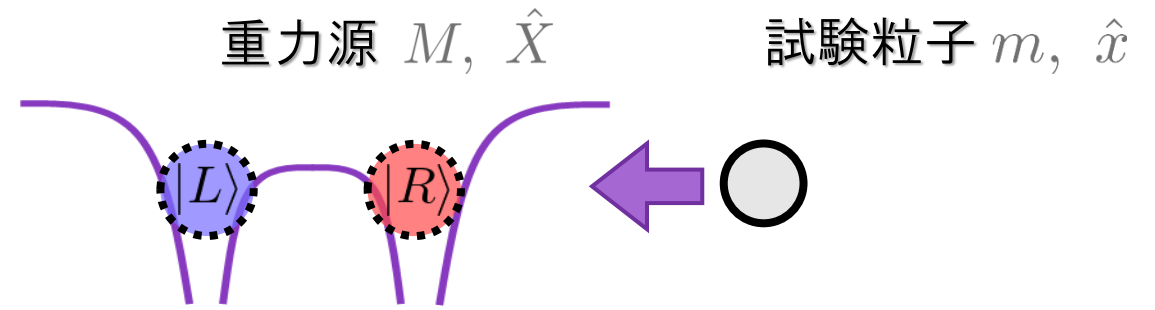


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展
⇒ 量子もつれ状態へ発展

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} |\psi\rangle$$

重力源の位置によらず、粒子は単一の時間発展
⇒ セパラブル状態が保たれる

重力を介した量子もつれが生成する/しないによって QG/SNモデルが判別可能

BMV実験提案

Bose+ (2017)
Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

● QGの場合

$$\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$

● SNの場合

$$\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle$$

重力源

BMV提案の課題: **重力は弱すぎる!**

重力が弱いので、十分な量子もつれを作るのに時間がかかる。
時間がかかった分だけ、外界からのノイズを受けてデコヒーレンス

今回の話: **短い時間スケールで急速に量子もつれを作りたい!**

- ▶ 拳動が不安定な粒子を使って、量子もつれを急速に生成しよう
e.g. 反バネポテンシャル、パラメトリック増幅
- ※ 以降は、量子もつれを生成するQGモデルを仮定

重力を介した量子もつれが生成する/しない によって QG/SNモデルが判別可能

**Inverted oscillators
for testing
gravity-induced quantum entanglement**

w/ T. Fujita, A. Matsumura, Y. Michimura
Class.Quant.Grav. 42 (2025) 16, 165003

概要

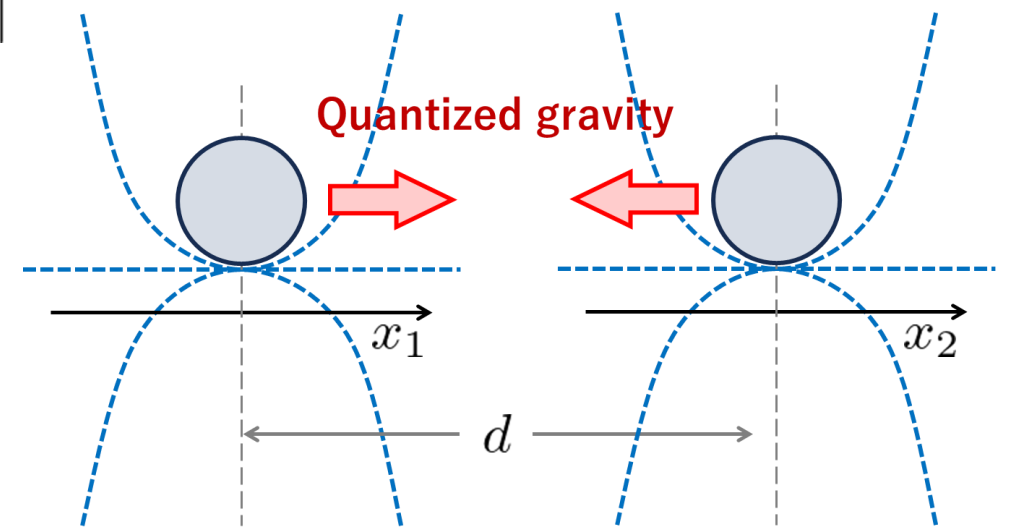
- 第1量子化したニュートン重力を介して、2つの粒子が相互作用することを考える

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}k_1\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k_2\hat{x}_2^2 - \frac{Gm^2}{|d + (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)|}$$

- 粒子のポテンシャルを3種類考える:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{調和振動子} (k_i > 0) \\ \text{自由粒子} (k_i = 0) \\ \text{反バネ} (k_i < 0) \end{array} \right.$$

- ホワイトノイズによるデコヒーレンスも考える。



- 両方とも反バネポテンシャルにあるとき ($k_1 < 0, k_2 < 0$)、
重力による量子もつれが一番急速に生成する！

セットアップ

- Hamiltonian

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}k_1\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k_2\hat{x}_2^2 - \frac{Gm^2}{|d + (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)|} \\ &\sim \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}k_1\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k_2\hat{x}_2^2 - \frac{Gm^2}{d^3}(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2 \\ &= \frac{\omega}{2} \left[\hat{P}_1^2 + \lambda_1 \hat{X}_1^2 + \hat{P}_2^2 + \lambda_2 \hat{X}_2^2 - \eta (\hat{X}_1 - \hat{X}_2)^2 \right] \end{aligned}$$

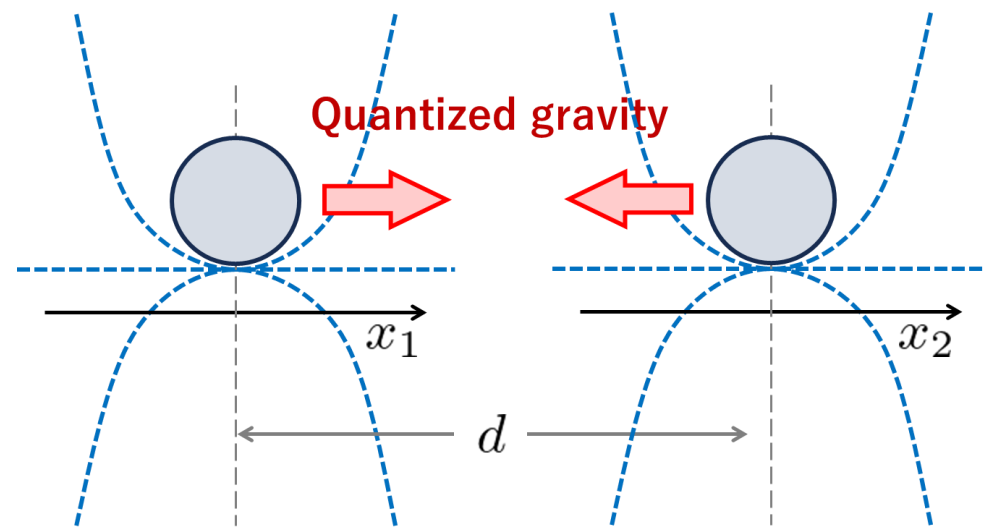
Assume $d \gg |x_1|, |x_2|$
and redefine variables
as $\hat{x}_i \rightarrow \hat{x}_i + \text{const.}$

ただし、

$$\hat{P}_i := \frac{\hat{p}_i}{\sqrt{\hbar m \omega}}, \quad \hat{X}_i := \sqrt{\frac{m \omega}{\hbar}} \hat{x}_i, \quad \lambda_i := \frac{k_i}{m \omega^2}$$

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

Dimensionless constant of gravity



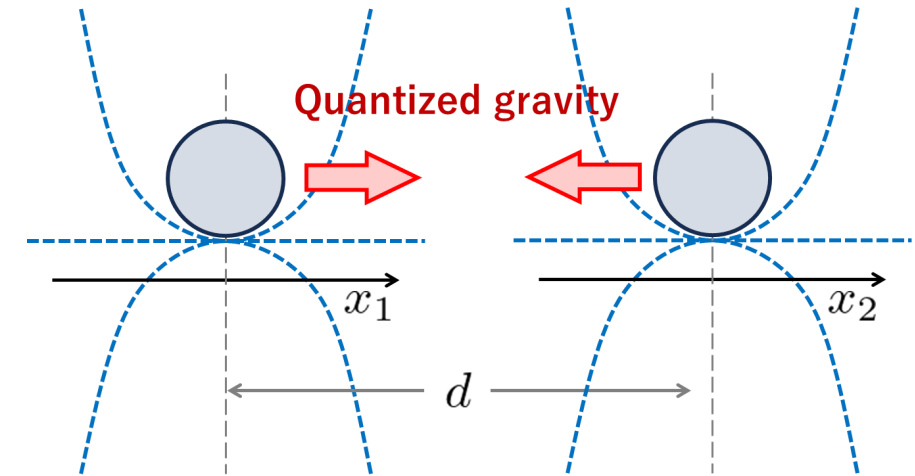
セットアップ

- Hamiltonian

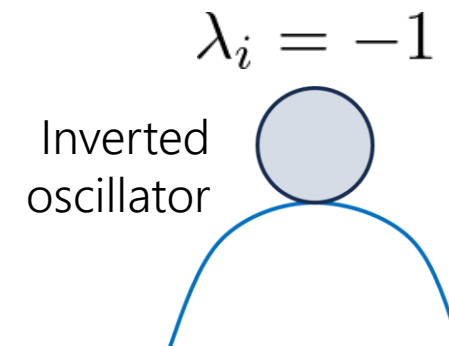
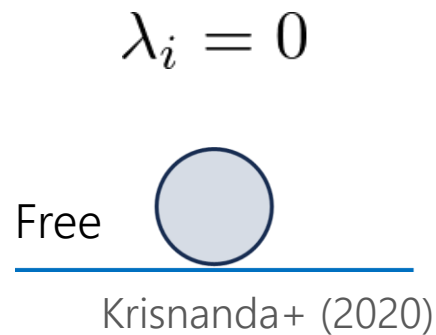
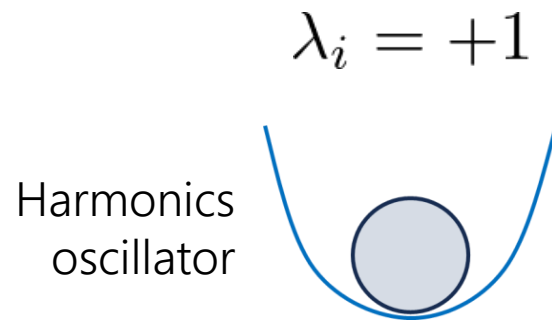
$$\hat{H} = \frac{\omega}{2} \left[\hat{P}_1^2 + \lambda_1 \hat{X}_1^2 + P_2^2 + \lambda_2 \hat{X}_2^2 - \eta (\hat{X}_1 - \hat{X}_2)^2 \right]$$

ただし $\hat{P}_i := \frac{\hat{p}_i}{\sqrt{\hbar m \omega}}$, $\hat{X}_i := \sqrt{\frac{m \omega}{\hbar}} \hat{x}_i$, $\lambda_i := \frac{k_i}{m \omega^2}$

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$



ポテンシャルは λ_i の符号によって異なる:



どのポテンシャルが一番効率よく、重力による量子もつれを作れるか？

時間発展

- 初期状態: $\lambda_1 = +1$ と $\lambda_2 = +1$ について、それぞれ基底状態に用意する

$$\langle \hat{X}_1^2 \rangle = \langle \hat{P}_1^2 \rangle = \langle \hat{X}_2^2 \rangle = \langle \hat{P}_2^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

- Heisenberg-Langevin 方程式

$$\dot{X}_i = \omega P_i, \quad \dot{P}_i = -\lambda_i \omega X_i + \omega \eta (X_i - X_j) + \xi_i$$

ホワイトノイズ

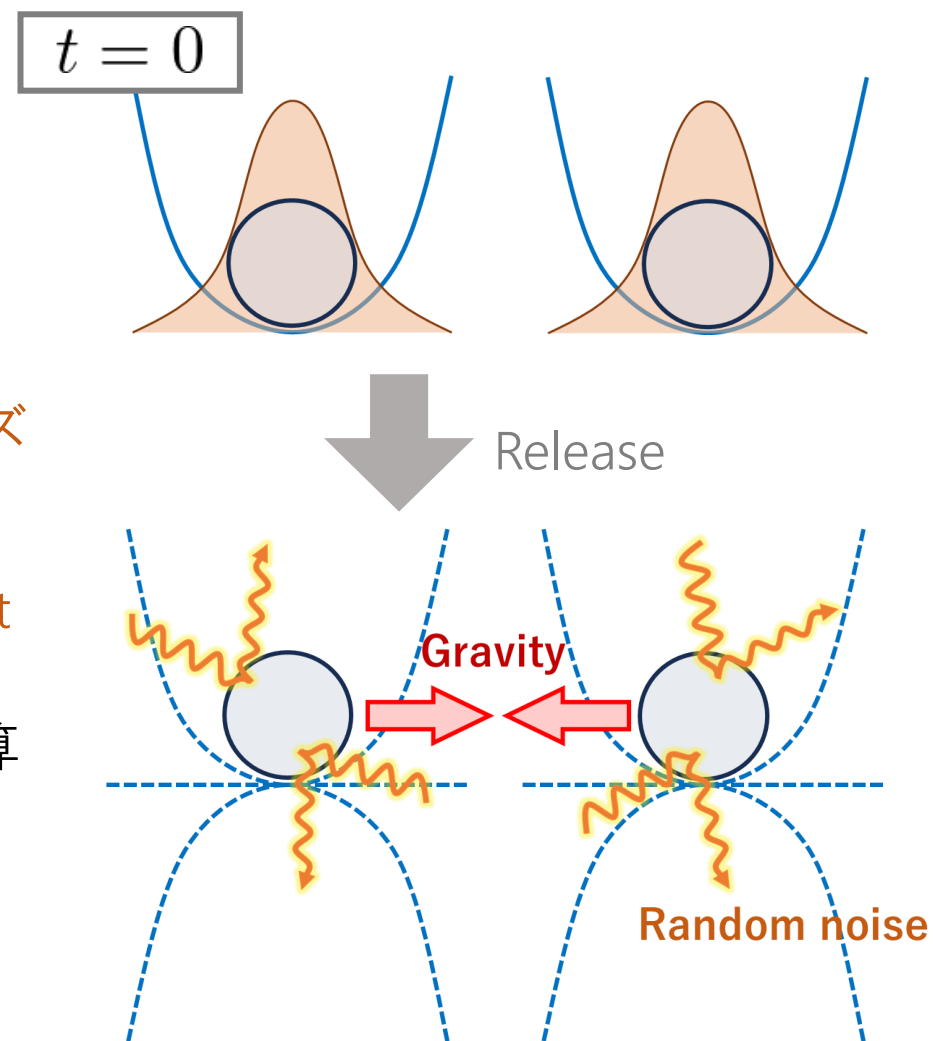
$$\frac{1}{2} \langle \xi_i(t) \xi_j(t') + \xi_i(t') \xi_j(t) \rangle = \mu \omega \delta(t - t') \delta_{ij}$$

Dimensionless parameter of decoherence effect

- ▶ 共分散行列の時間発展を解き、系1,2の間の量子もつれを計算

$$\sigma_{ij}(t) = \langle \{u_i(t), u_j(t)\} \rangle$$

$$u_i(t) = (X_1(t), P_1(t), X_2(t), P_2(t))$$



重力による量子もつれ生成

$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$

- Log negativity $E_N(t)$: > 0 で量子もつれあり！
取り出せるベル状態の数の上限に相当する。

今回は簡単のため $\lambda_1 = \lambda_2$ に注目する。 $\eta, \mu \ll 1$ を仮定すると log negativityは

$$E_N(t) \sim \max \left[\frac{2}{\log 2} (\eta f_{\text{gra}}(t) - \mu f_{\text{dec}}(t)), 0 \right]$$

ただし、 $f_{\text{gra}}(t), f_{\text{dec}}(t)$ はいつでも正。

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{\text{gra}}(t) = \frac{1}{8\sqrt{2}\lambda^{3/2}} \left[C_1 + C_2 \cos(2\sqrt{\lambda}\omega t) + C_3 \sin(2\sqrt{\lambda}\omega t) + C_4 \cos(4\sqrt{\lambda}\omega t) \right]^{1/2} \\ f_{\text{dec}}(t) = \frac{1}{8\lambda^{3/2}} \left[2\sqrt{\lambda}(\lambda + 1)\omega t + (\lambda - 1) \sin(2\sqrt{\lambda}\omega t) \right] \\ C_1 = 1 + \lambda(\lambda + 8(\lambda - 1)^2\omega^2 t^2 + 14), C_2 = -16\lambda, C_3 = 8\sqrt{\lambda}(\lambda^2 - 1)\omega t, C_4 = -(\lambda - 1)^2 \end{array} \right.$$

重力による量子もつれ生成

η : gravity
 μ : random force

$\eta, \mu \ll 1$ におけるLog negativityは

$$E_N(t) \sim \max \left[\frac{2}{\log 2} (\eta f_{\text{gra}}(t) - \mu f_{\text{dec}}(t)), 0 \right]$$

特に $\omega t \gg 1$ のとき、 $f_{\text{gra}}(t)$, $f_{\text{dec}}(t)$ は以下で与えられる

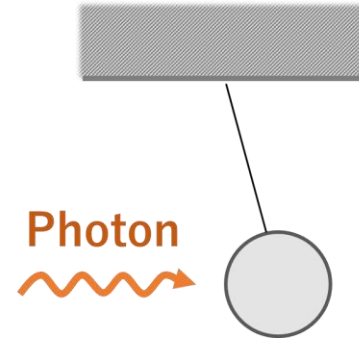
	$f_{\text{gra}}(t)$	$f_{\text{dec}}(t)$	$E_N(t)$ のふるまい
Harmonics $\lambda = +1$	$\frac{1}{2} \sin(\omega t) $	$\frac{1}{2} \omega t$	デコヒーレンス > 重力になるので、量子もつれが生成しにくい
Free $\lambda = 0$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	$\eta > \mu$ のとき、べき乗で量子もつれが増大する
Inverse $\lambda = -1$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	$\eta > \mu$ のとき、指数関数的に量子もつれが増大する

反バネをどう実現するか？

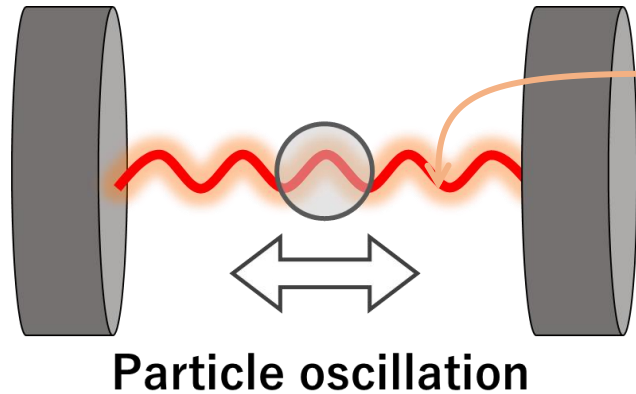
Wistone+ (2023)
Grier (2003)

- Optomechanics

機械系(原子、鏡など)を光子で制御する手法

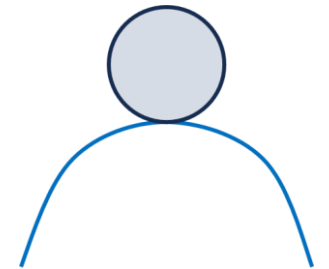


- これまでのOptomechanicsを用いた粒子制御



レーザー光

Red detunedしているとき、粒子は反バネの有効ポテンシャルを感じる



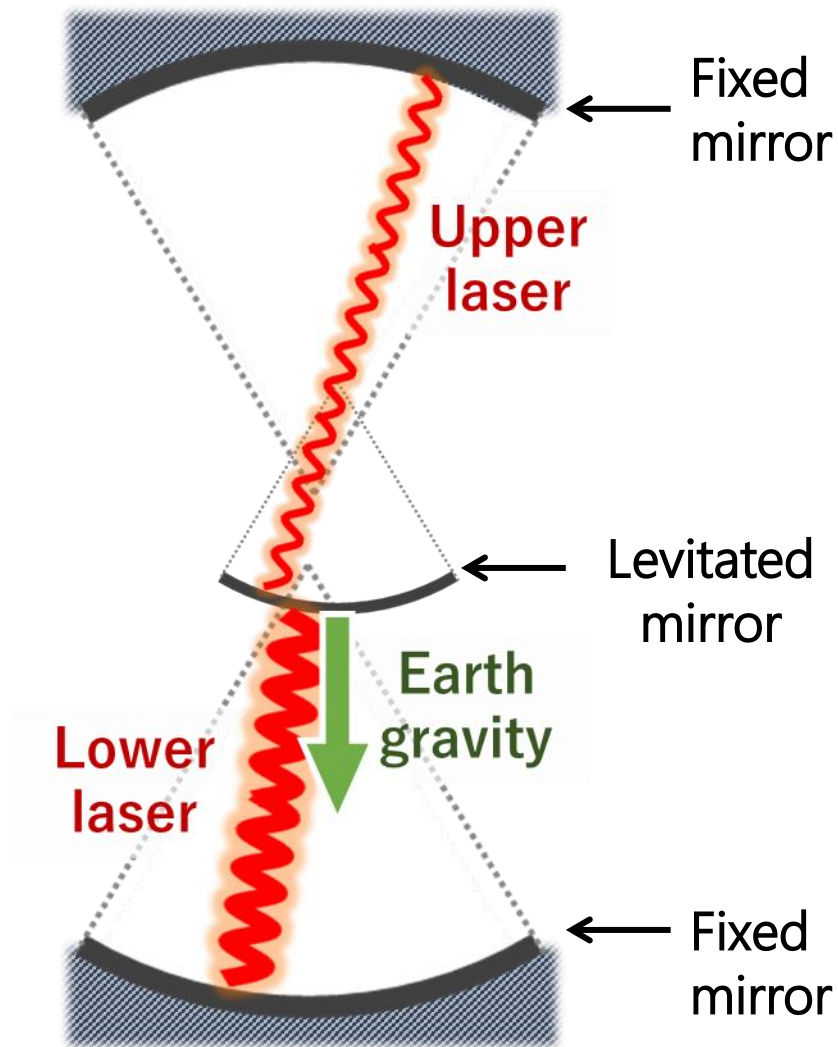
しかし...

- トラップできる粒子はナノグラム程度。重力を作るには軽すぎる！
- レーザーのショットノイズによるデコヒーレンスがとても強い

反バネをどう実現するか？

- Sandwich configuration を用いて鏡のトラップする手法

Michimura+ (2017)

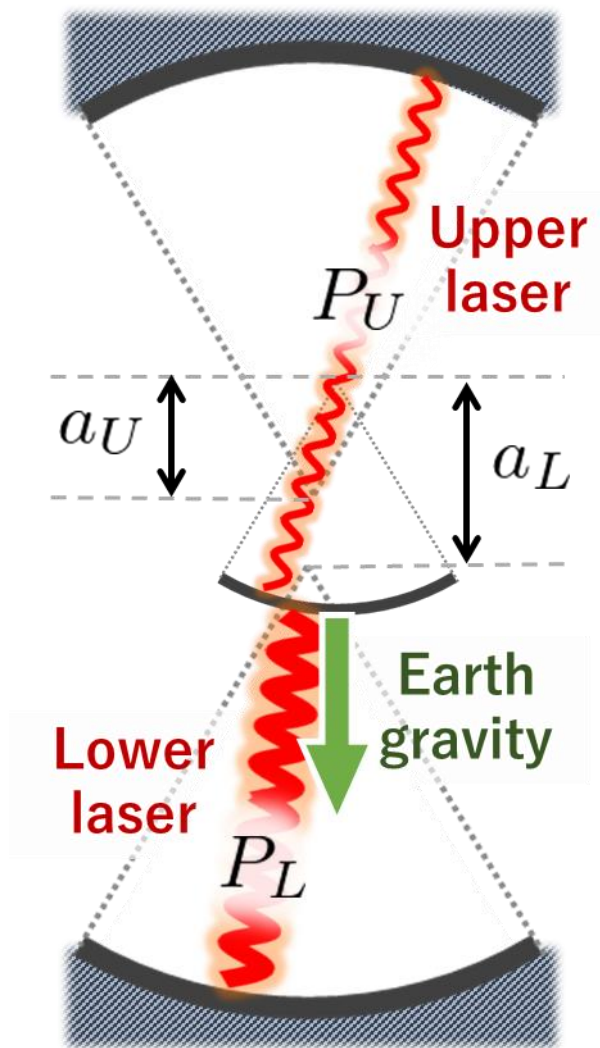


上下の二枚の鏡に挟まれた、小さい鏡を仮定する。
地球の重力 + 上下からのレーザー輻射圧
のつり合いで小さい鏡が浮上する。

反バネをどう実現するか？

- Sandwich configuration を用いて鏡のトラップする手法

Michimura+ (2017)



上下の二枚の鏡に挟まれた、小さい鏡を仮定する。

地球の重力 + 上下からのレーザー輻射圧

のつり合いで小さい鏡が浮上する。

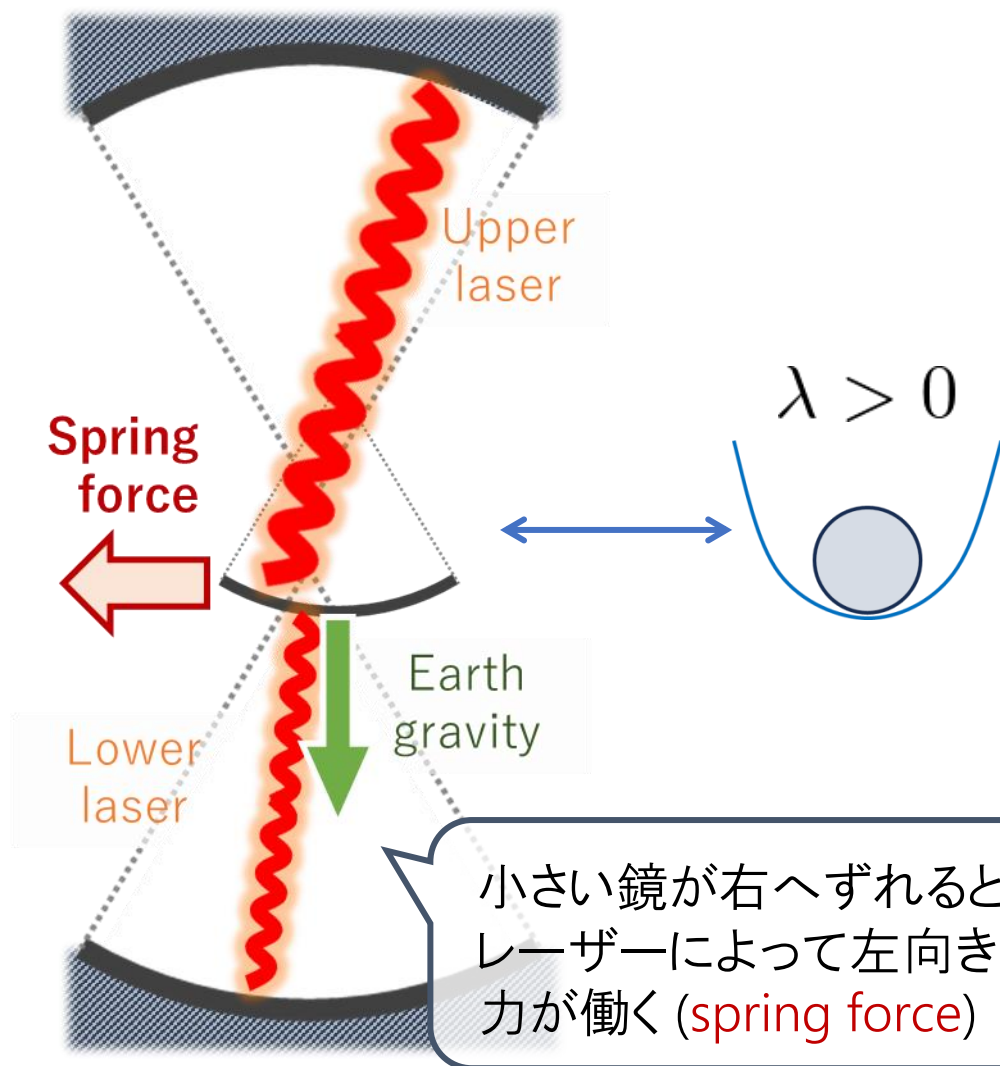
小さい鏡の有効ポテンシャルはレーザー強度で調整。

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

反バネをどう実現するか？

- Sandwich configuration を用いて鏡のトラップする手法

Michimura+ (2017)



上下の二枚の鏡に挟まれた、小さい鏡を仮定する。

地球の重力 + 上下からのレーザー輻射圧

のつり合いで小さい鏡が浮上する。

小さい鏡の有効ポテンシャルはレーザー強度で調整。

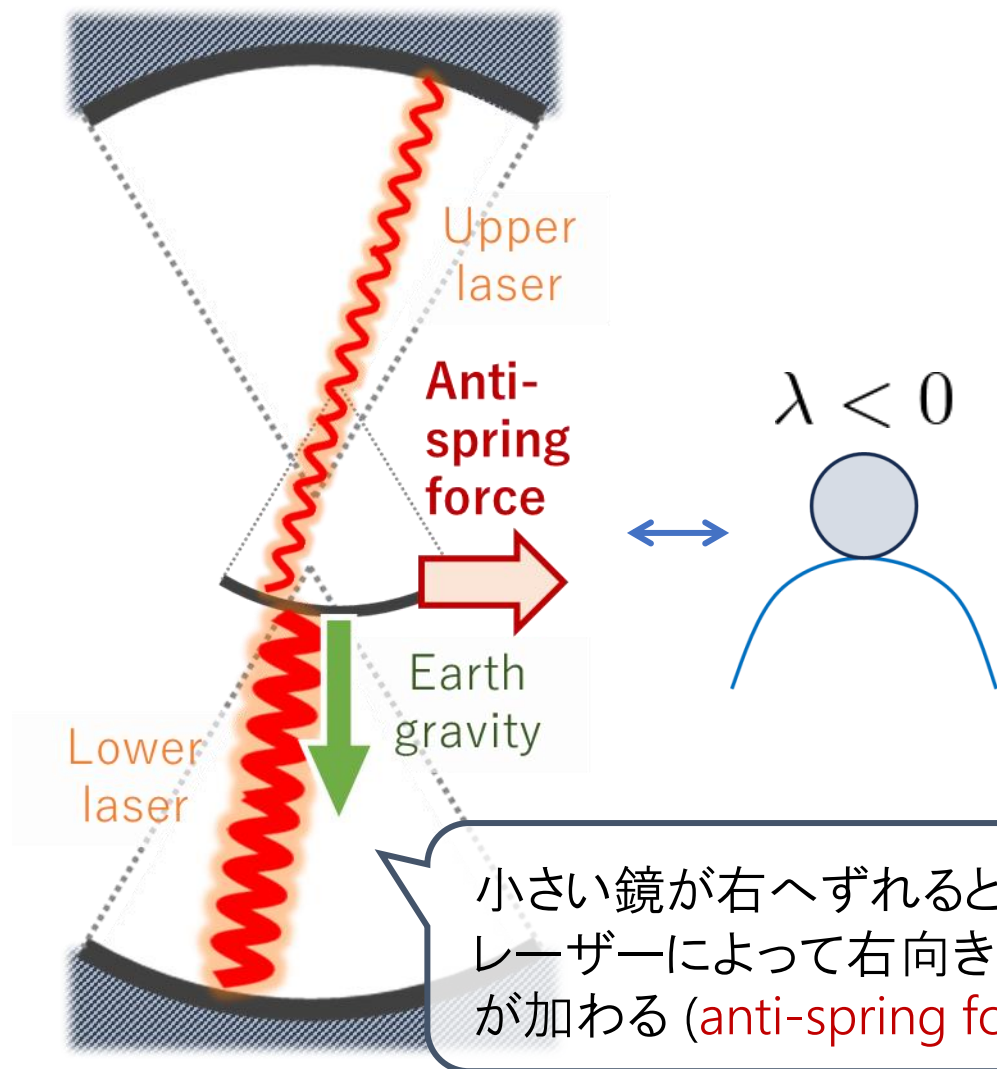
$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \leftrightarrow \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \leftrightarrow \lambda < 0 \end{cases}$$

小さい鏡が右へずれると、
レーザーによって左向きの
力が働く (spring force)

反バネをどう実現するか？

- Sandwich configuration を用いて鏡のトラップする手法

Michimura+ (2017)



上下の二枚の鏡に挟まれた、小さい鏡を仮定する。

地球の重力 + 上下からのレーザー輻射圧

のつり合いで小さい鏡が浮上する。

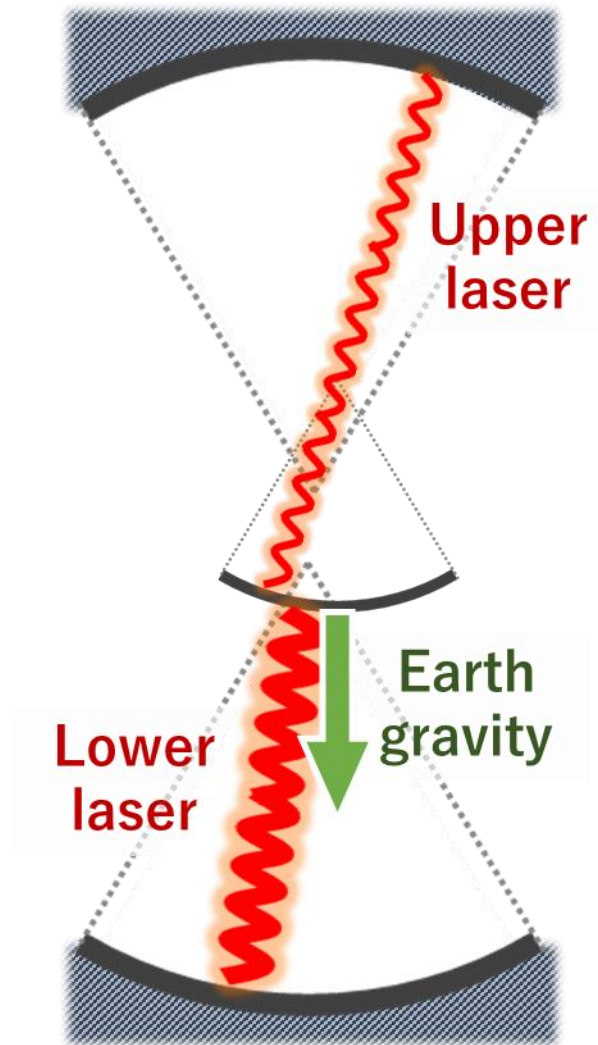
小さい鏡の有効ポテンシャルはレーザー強度で調整。

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

反バネをどう実現するか？

- Sandwich configuration を用いて鏡のトラップする手法

Michimura+ (2017)



上下の二枚の鏡に挟まれた、小さい鏡を仮定する。

地球の重力 + 上下からのレーザー輻射圧

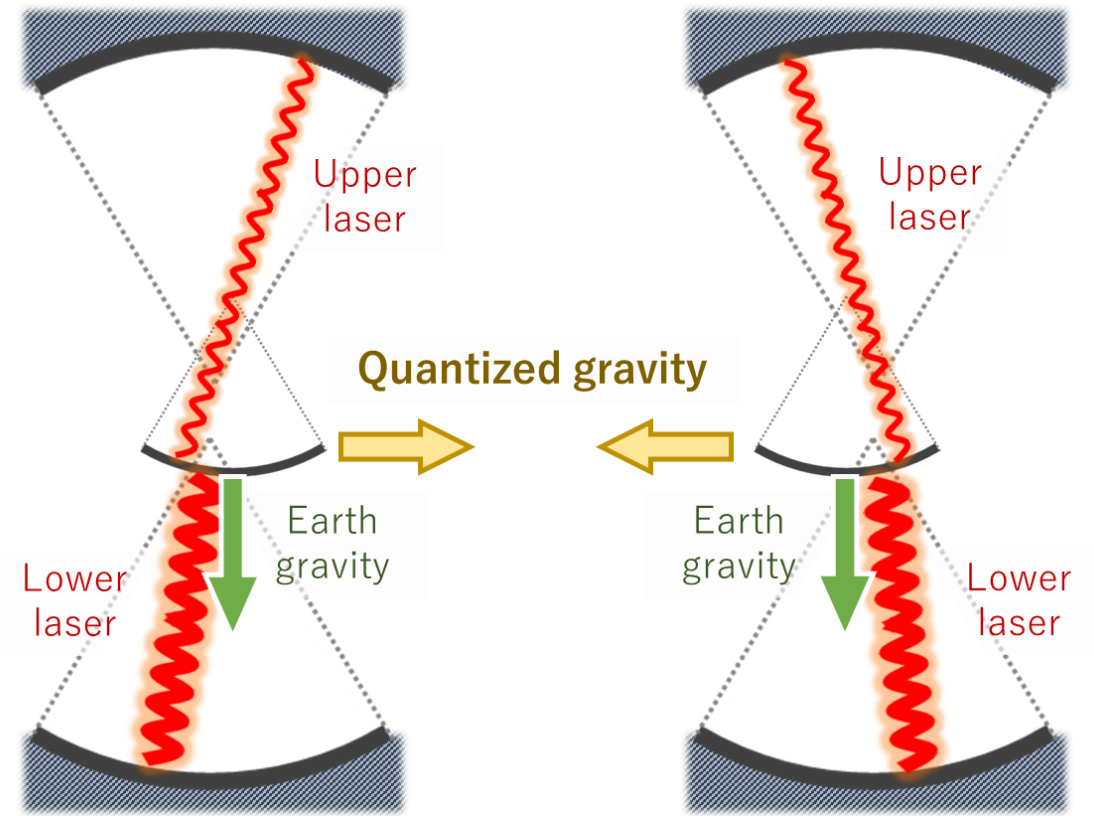
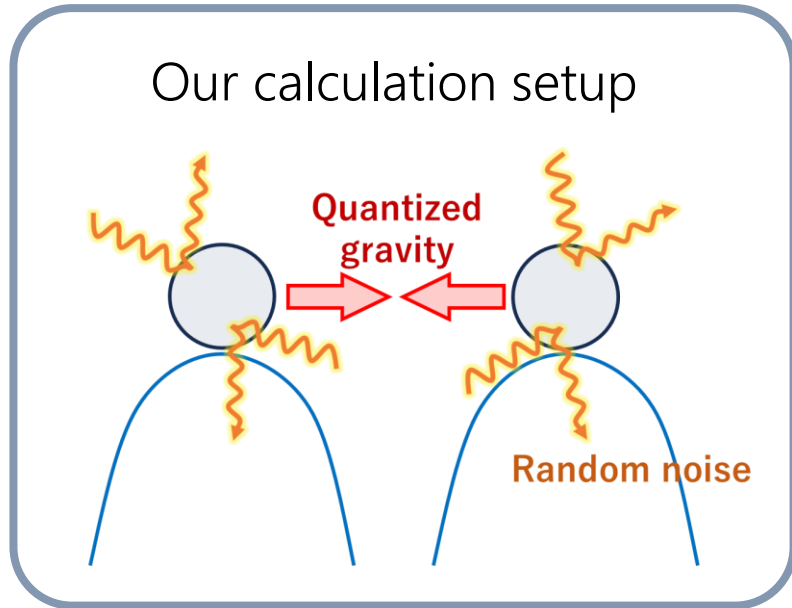
のつり合いで小さい鏡が浮上する。

小さい鏡の有効ポテンシャルはレーザー強度で調整。

この手法で、従来の課題が解決される！

- 小さい鏡はミリグラム程度まで重くできる
- レーザー光は鏡の運動に対してほぼ垂直に照射されるため、レーザーショットノイズによるデコヒーレンスはほとんど無視できる

重力による量子もつれ生成の観測可能性



$$\left\{ \begin{array}{l} \eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right) \\ \mu_{\text{shot}} = 2.5 \times 10^{-14} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^3 \left(\frac{a_L}{2 \text{ mm}} \right)^{-1} \left(\frac{m}{0.1 \text{ mg}} \right)^{-1} \left(\frac{\omega_{\text{in}}}{1 \text{ MHz}} \right)^{-2} \end{array} \right.$$

$\eta > \mu$ となって、重力による量子もつれは指数関数的に増大する！

Boosting Gravity-Induced Entanglement through Parametric Resonance

w/ Y. Shiomatsu, T. Fujita, A. Matsumura
arXiv: 2511.09169

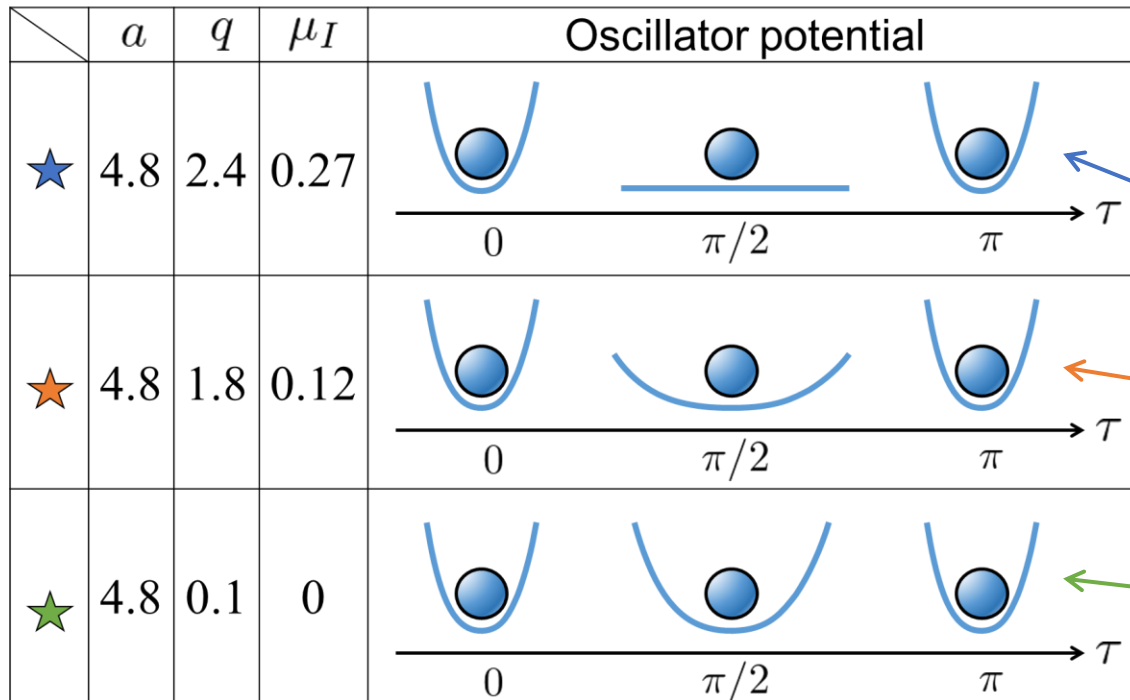
概要

- パラメトリック増幅: プローブを周期的に揺さぶると、その振幅が指数関数的に増大

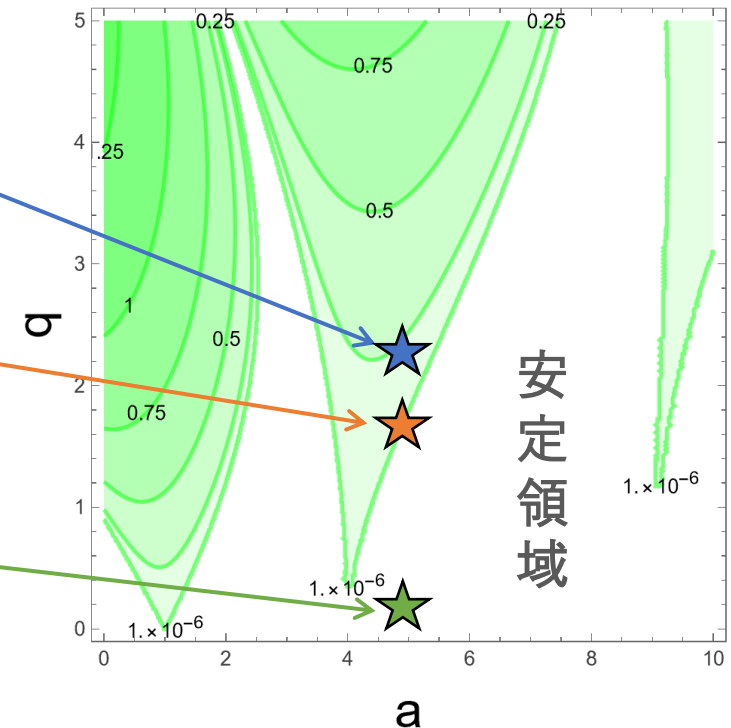
※ブランコ

例) マシュー方程式 $\ddot{X} + \omega^2 [a - 2q \cos(2\omega t)] X = 0$

→ $X = \underbrace{a C(a, q, \omega t)}_{\text{マシュー偶関数}} + \underbrace{b S(a, q, \omega t)}_{\text{マシュー奇関数}} \sim (2\pi\text{の周期関数}) \times \exp[-i(\text{定数})t]$



Mathieu exponent (コレの虚部)



概要

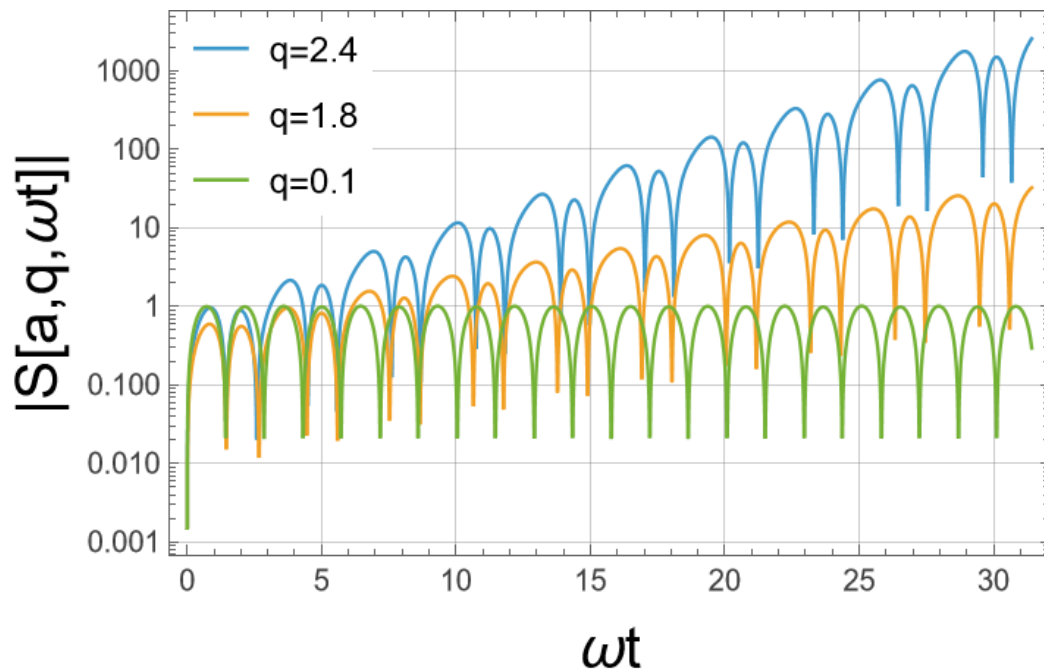
- パラメトリック増幅: プローブを周期的に揺さぶると、その振幅が指数関数的に増大

※ブランコ

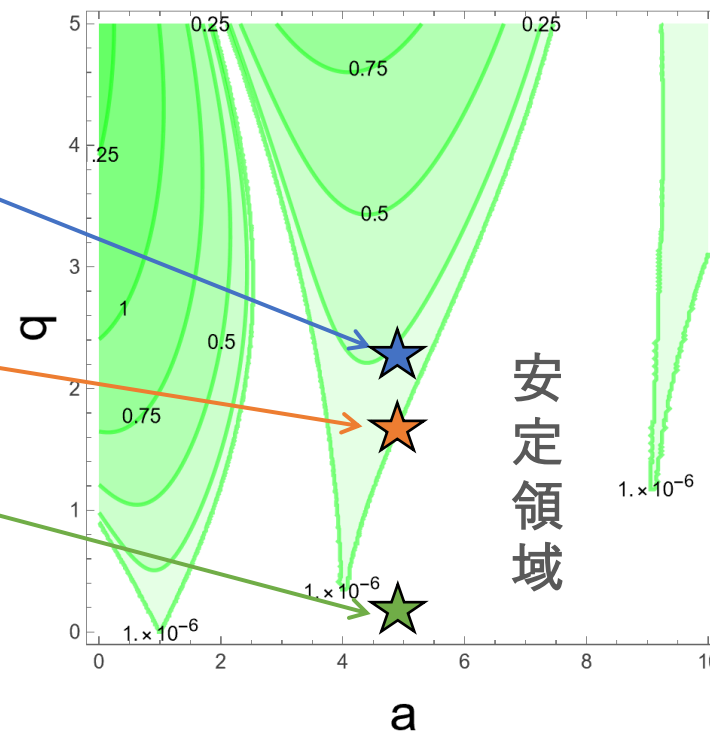
例) マシュー方程式 $\ddot{X} + \omega^2 [a - 2q \cos(2\omega t)] X = 0$

→ $X = a \underbrace{C(a, q, \omega t)}_{\text{マシュー偶関数}} + b \underbrace{S(a, q, \omega t)}_{\text{マシュー奇関数}} \sim (2\pi\text{の周期関数}) \times \exp[-i(\text{定数})t]$

$S(a = 5, q, t)$ の時間依存性

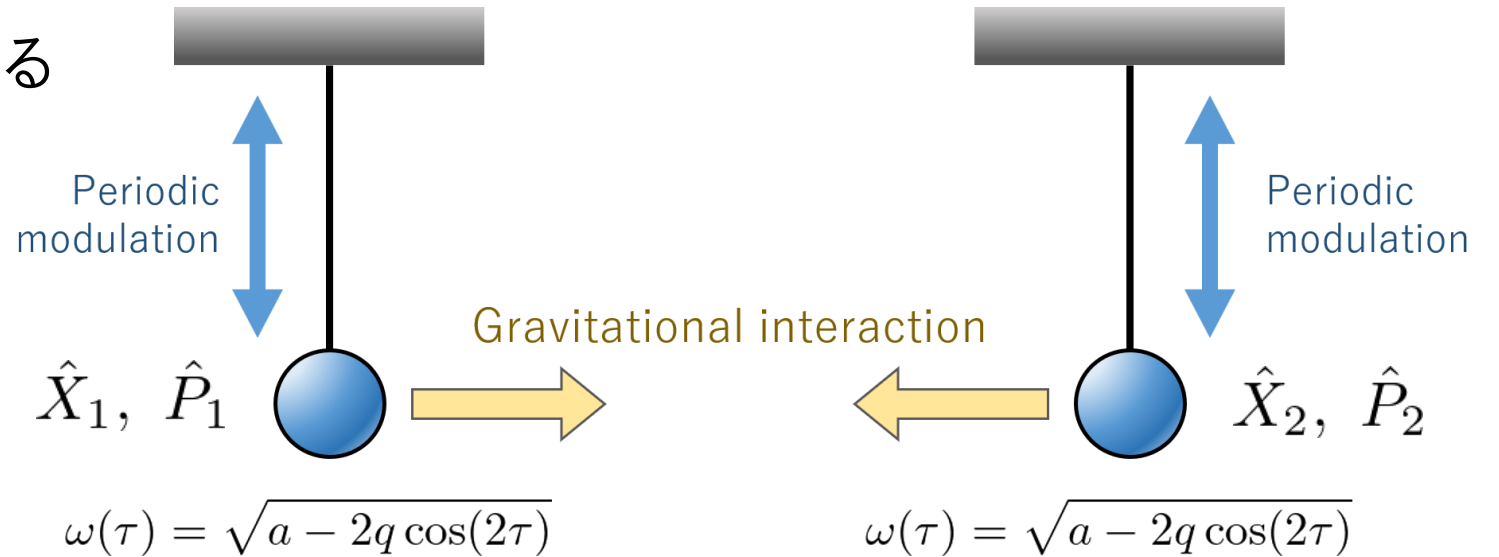


Mathieu exponent (コレの虚部)



セットアップ

- ニュートン重力で相互作用する
二つのパラメトリック振動子
(+ white noise)

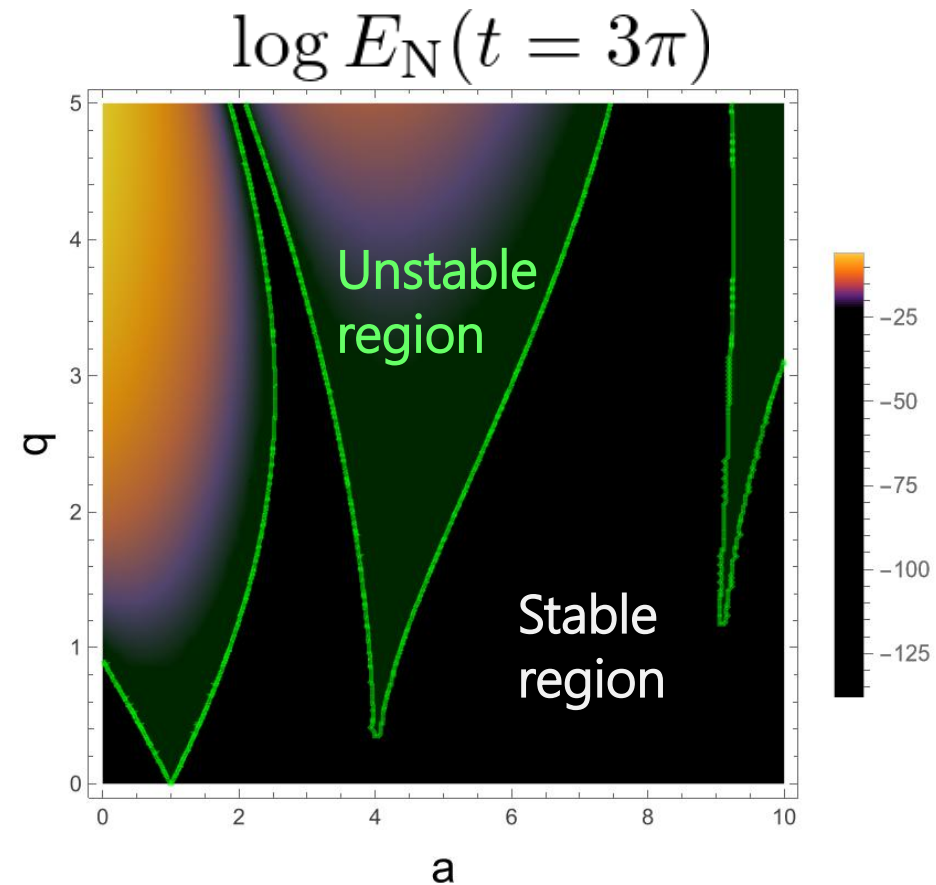


- ハミルトニアン
$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega}{2} \left[\sum_{i=1,2} \left\{ P_i^2 + (a - 2q \cos(2\omega t)) X_i^2 \right\} - \eta(\hat{X}_1 - \hat{X}_2)^2 \right]$$
- 初期状態
$$\langle \hat{X}_1^2 \rangle = \langle \hat{P}_1^2 \rangle = \langle \hat{X}_2^2 \rangle = \langle \hat{P}_2^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

このもとで共分散行列の時間発展を解いて、
2つの振動子間の log negativity $E_{\mathcal{N}}(t)$ を評価した

結果

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$



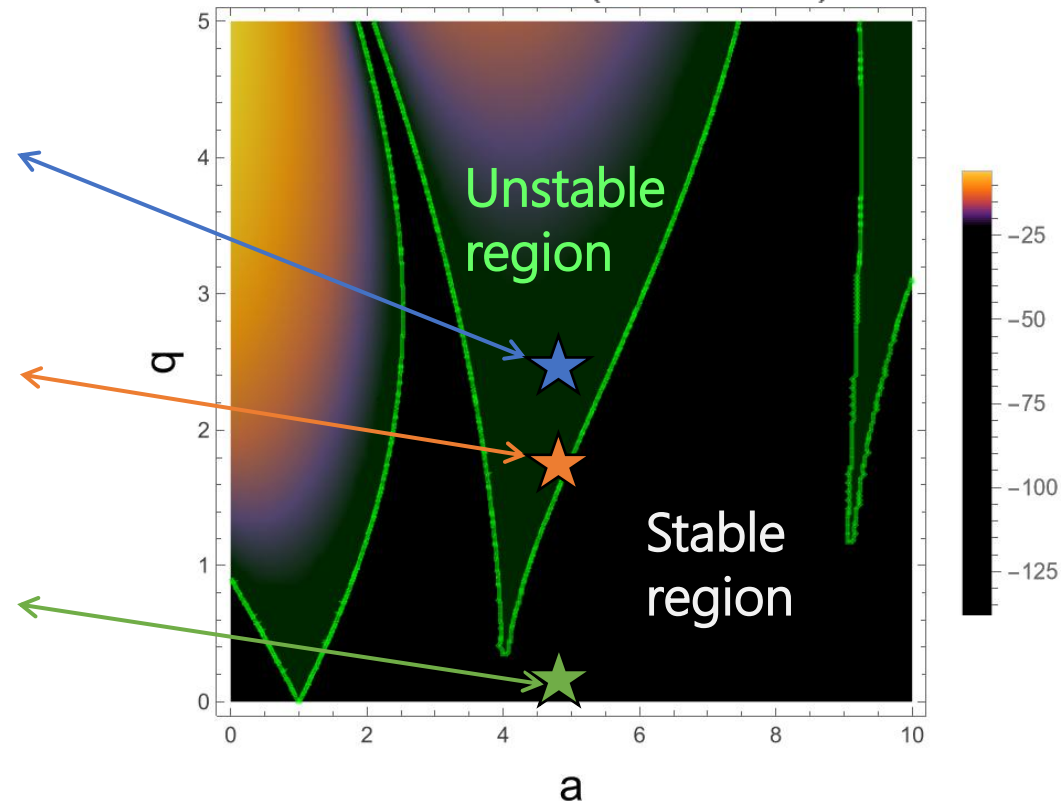
- $E_N(t)$ は不安定領域で急速に増える

結果

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

	a	q	μ_I	Oscillator potential
★	4.8	2.4	0.27	
★	4.8	1.8	0.12	
★	4.8	0.1	0	

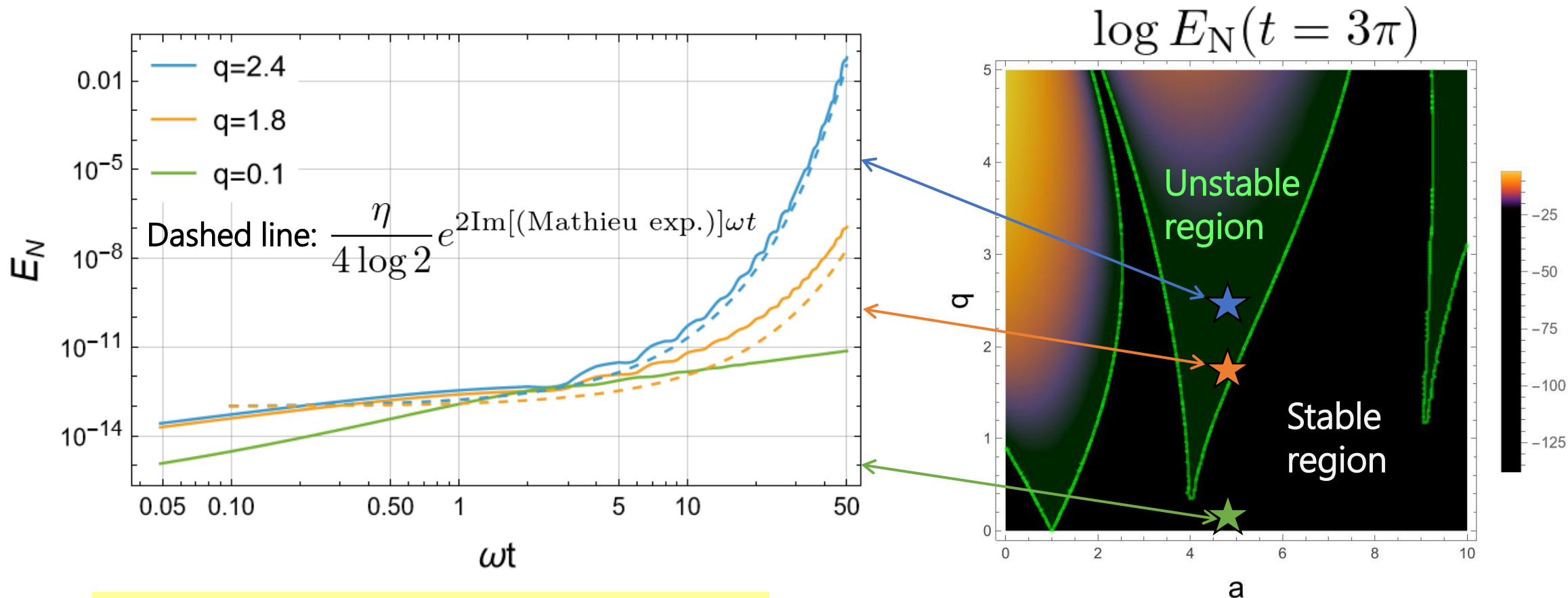
$\log E_N(t = 3\pi)$



- $E_N(t)$ は不安定領域で急速に増える
- 3つの点を選んで、詳しいふるまいを調べよう

結果

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$



- $E_N(t)$ は不安定領域で急速に増える
- $E_N(t)$ はMathieu exponentの指数関数で増大する
- $E_N(t)$ の指数増大は、凸型の反バネポテンシャルでなく、凹型でも実現できる。

まとめ

まとめ

- 重力による量子もつれを短い時間スケールで作りたい！
 - ▶ 挙動が不安定な粒子を使って、量子もつれを急速に生成しよう
- 反バネポテンシャル中の粒子を用いた重力による量子もつれ生成
 - Log Negativityの近似式: $E_N(t) \sim (\eta - \mu)e^{2\omega t}$
 - $\eta > \mu$ なら、指数関数的に量子もつれが増大する！
- パラメトリック増幅する粒子を用いた重力による量子もつれ生成
 - パラメトリック増幅が起こる不安定なパラメーター領域で、Log Negativityも顕著に増大する
- 展望
 - カオスに振る舞う粒子を使うと量子もつれ生成が急速に起こる(η のべきが変わる?)

$$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$$

Backup

Introduction

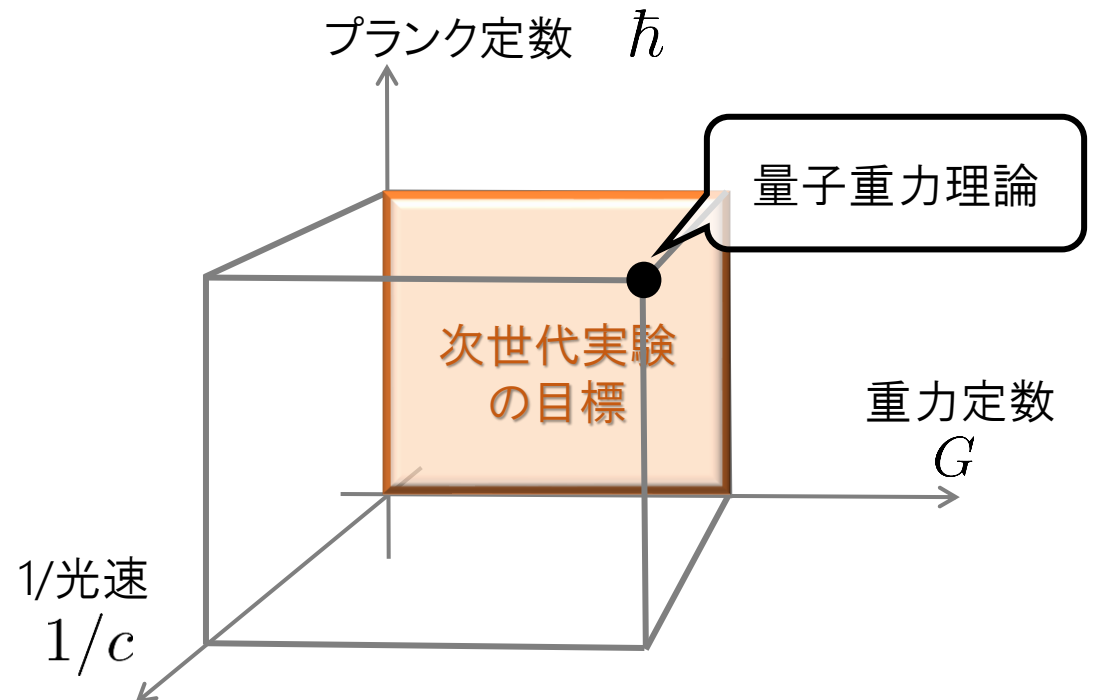
量子論と重力理論

- 量子的なエネルギースケールで適用できる重力理論は未解明である
- 量子重力理論を構築するには実験事実が不可欠
- 量子重力理論 \ni 量子力学の枠組みにおける非相対論的な重力理論

次世代実験の目標

非相対論スケールにおいて
重力の量子効果を
実験的に検証しよう

BMV提案 (by Bose, Marletto, Vedral et al.)



BMV提案

Feynman (1957)
Bose et al. (2017)
Marletto, Vedral (2017)

「重力源の量子的な重ね合わせ状態は、重力場に反映されるか？」 by Feynman

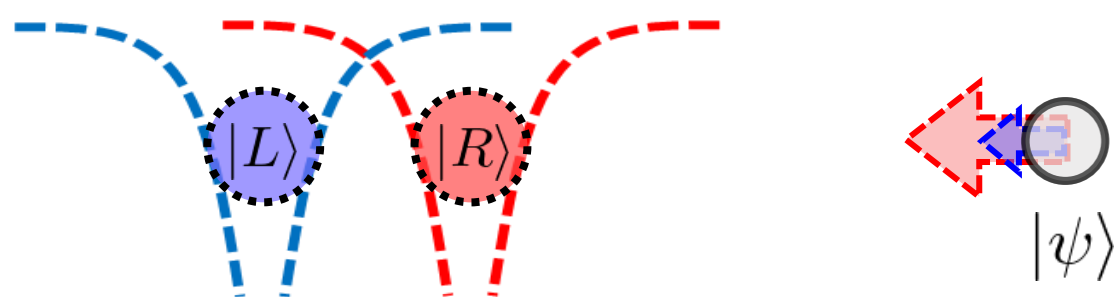
- Yes ▶ 第1量子化したニュートンポテンシャル

$$\Phi(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$

重力源と試験粒子の演算子がカップル

重力源 M, \hat{X}

試験粒子 m, \hat{x}



- 時間発展

$$e^{-\frac{i}{\hbar}\Phi(\hat{x}, \hat{X})t} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)}_{\text{セパラブル}} \otimes |\psi\rangle = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle|\psi_L\rangle + |R\rangle|\psi_R\rangle)}_{\text{量子もつれ状態}}$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展を行う

$$|\psi_{L/R}\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}\Phi(\hat{x}, L/R)t} |\psi\rangle$$

▶ 重力による量子もつれ生成

BMV提案

Feynman (1957)
Bose et al. (2017)
Marletto, Vedral (2017)

「重力源の量子的な重ね合わせ状態は、重力場に反映されるか？」 by Feynman

● Yes

BMV提案の課題: **重力は弱すぎる!**

重力が弱いので、十分な量子もつれを作るのに時間がかかる。
時間がかかった分だけ、外界からのノイズを受けてデコヒーレンス

● 時間

今回の話: **短い時間スケールで急速に量子もつれを作りたい!**

▶ 拳動が不安定な粒子を使って、量子もつれを急速に生成しよう
e.g. 反バネポテンシャル、パラメトリック増幅

▶ **重力による量子もつれ生成**

量子力学とニュートン重力

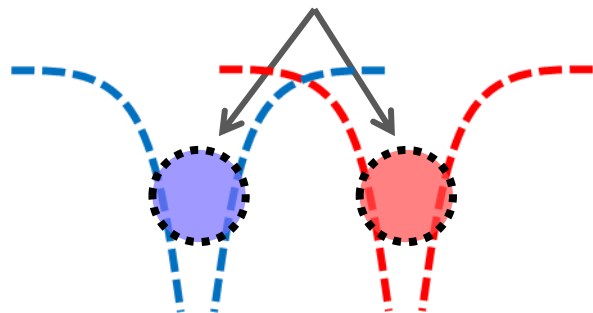
Feynman (1957)
Zeh (2008)
Bahrami+ (2014)
Anastopoulos+ (2014)

「重力源の量子的な重ね合わせ状態は、重力場に反映されるか？」

by Feynman

● 「YES」 の場合

重ね合わせ状態の重力源 M, \hat{X}



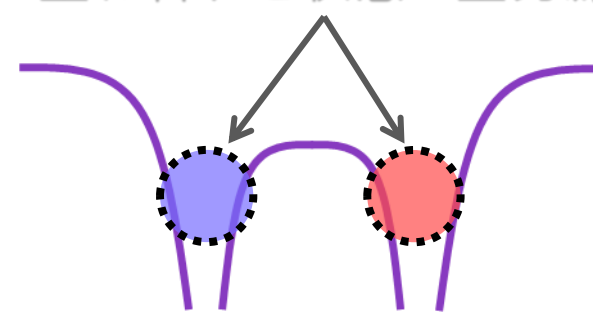
重力ポテンシャル: 重力源の演算子に依存

$$\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$

→ 第一量子化された重力理論 (QG)

● 「NO」 の場合

重ね合わせ状態の重力源 M, \hat{X}



重力ポテンシャル: 重力源の期待値にのみ依存

$$\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}(\hat{X})}$$

→ 準古典的なSchrodinger-Newton重力理論 (SN)

QG, SNモデルのどちらが妥当かを実験的に検証しよう → BMV実験提案

BMV実験提案

- 目的 「ニュートン重力によって量子もつれは生成されるか？」を検証する

量子もつれとは？・・・量子系特有の相関 (局所相互作用と古典通信では生成できない相関)

(例) AとBの合成系の純粋状態

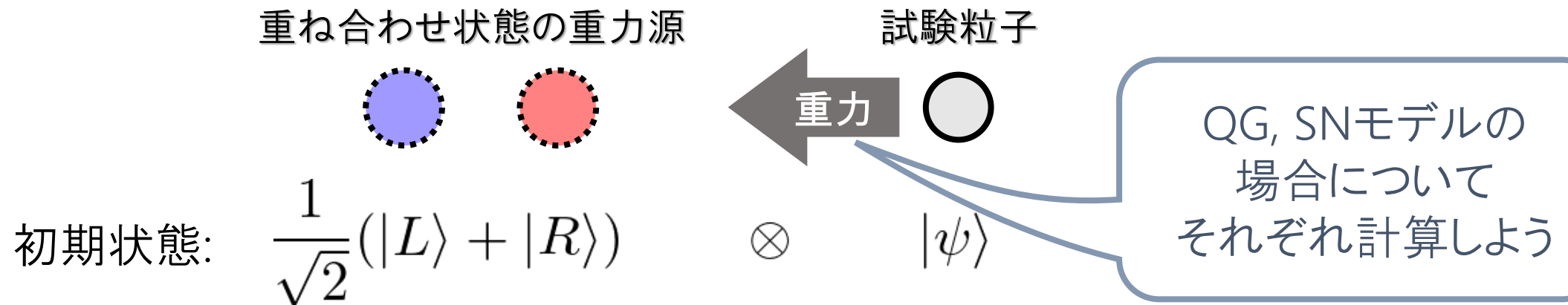
$$|\mu\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B$$

直積で書ける状態 = セパラブル状態(量子もつれなし)

$$|\mu\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B + |\mu'\rangle_A \otimes |\psi'\rangle_B + \dots$$

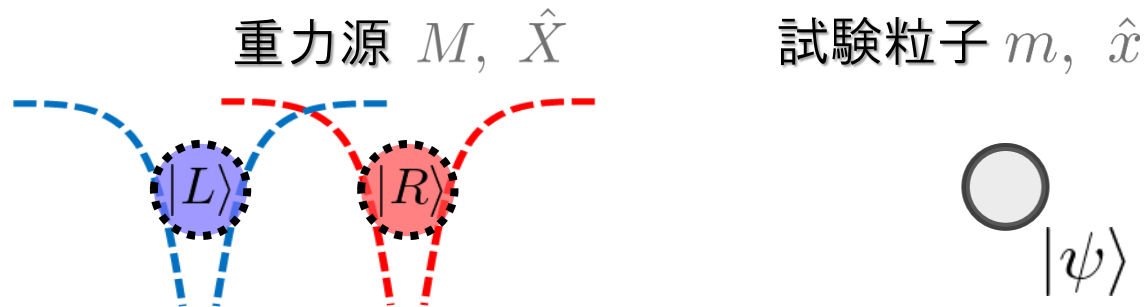
単純な直積でない状態 = 量子もつれ状態

- 方法 2つの粒子間(セパラブル)にニュートン重力が働くとき、量子もつれは生成するか？



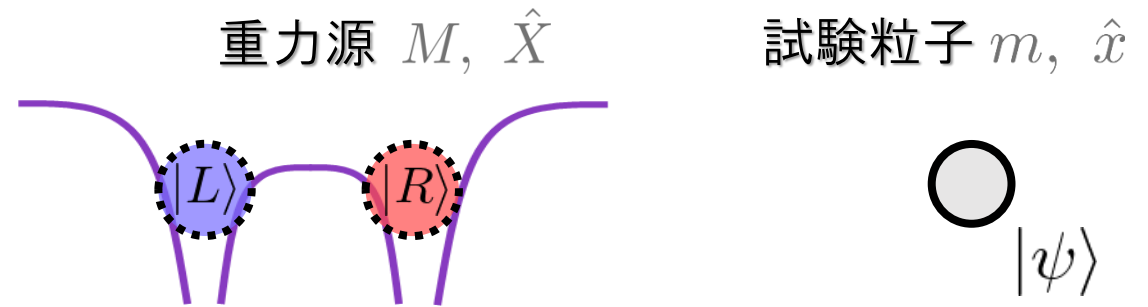
BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



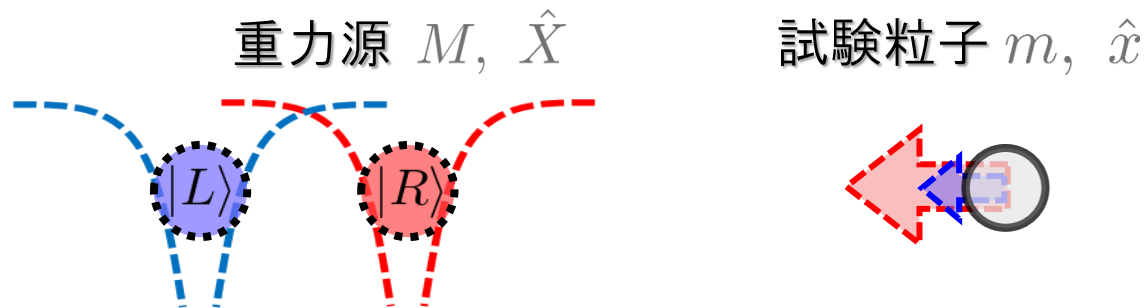
$$\underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t}}_{\text{時間発展演算子}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle}_{\text{初期状態}}$$

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$

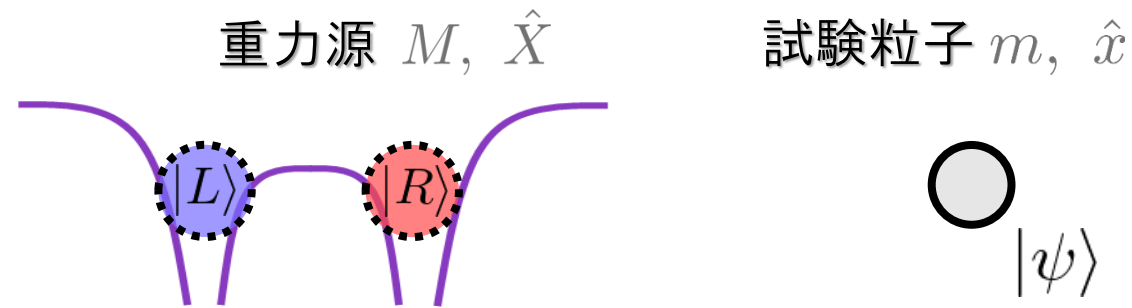


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

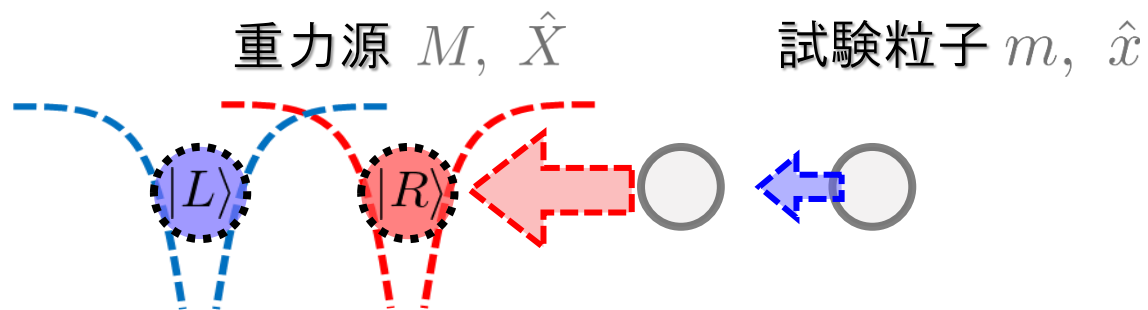
$$\phi_{L,R} = -m \Phi^{(QG)}(L, R) t / \hbar$$

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



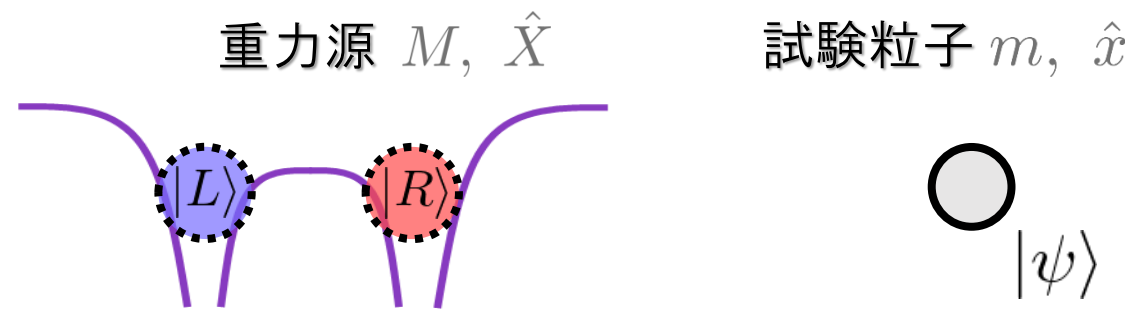
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展

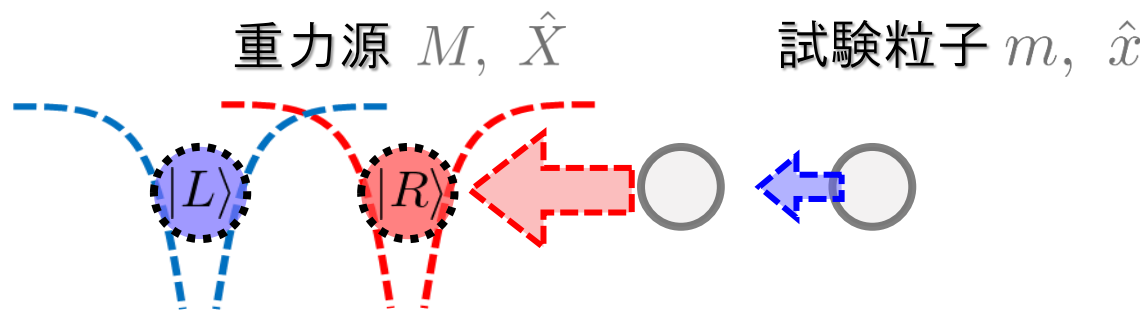
⇒ 量子もつれ状態へ発展

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



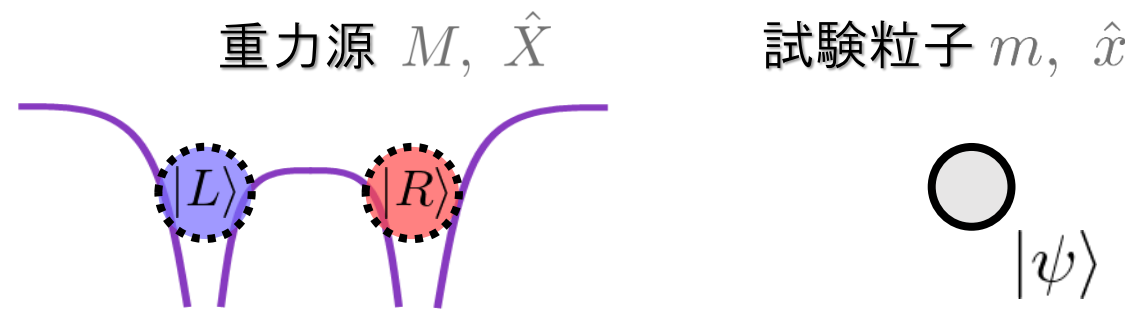
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展

⇒ 量子もつれ状態へ発展

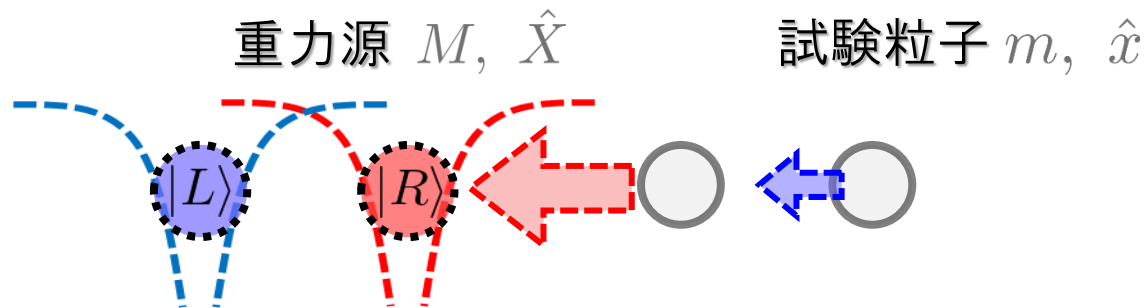
● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



$$\underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t}}_{\text{時間発展演算子}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle}_{\text{初期状態}}$$

BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



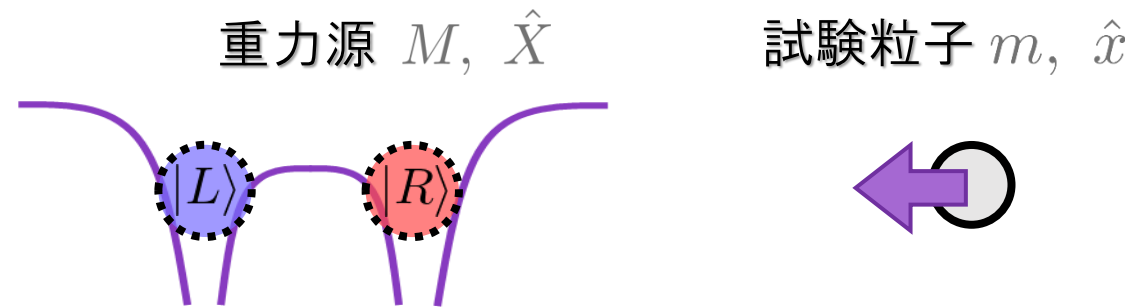
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展

⇒ 量子もつれ状態へ発展

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$

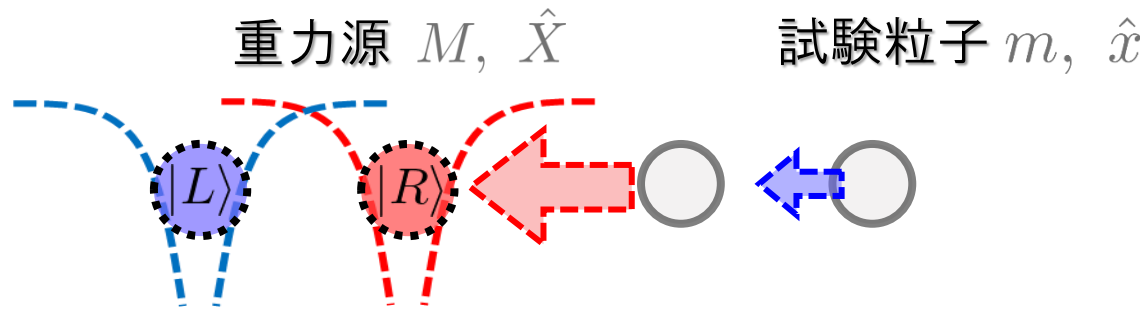


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} |\psi\rangle$$

BMV実験提案

● QGの場合 $\Phi^{(QG)}(\hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$

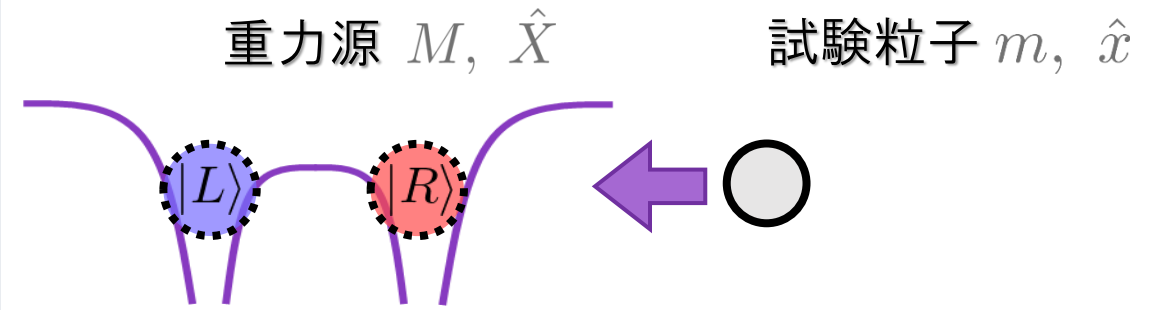


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(QG)}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

重力源の位置に応じて、粒子は異なる時間発展
⇒ 量子もつれ状態へ発展

● SNの場合 $\Phi^{(SN)} = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{重力源}}$



$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(SN)} t} |\psi\rangle$$

重力源の位置によらず、粒子は単一の時間発展
⇒ セパラブル状態が保たれる

重力を介した量子もつれが生成する/しないによって QG/SNモデルが判別可能

Experimental Challenges

- Gravity of quantum probe is too weak to create enough entanglement!

Dephasing induced by QG (suppose $m \sim M$ for simplicity)

$$|\phi_L - \phi_R| = \frac{m|\Phi(L) - \Phi(R)|t}{\hbar} \sim \frac{Gm^2}{d^2} \Delta X \frac{t}{\hbar} \sim \eta \frac{d}{\sigma} \frac{\Delta X}{\sigma} \omega t$$

Gravitational coupling

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} \sim 7 \times 10^{-26} \left(\frac{m}{2 \times 10^{-14} \text{ kg}} \right) \left(\frac{d}{450 \mu\text{g}} \right)^{-3} \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^5 \text{ Hz}} \right)^{-2}$$

Separation of spatial superposition

$$\frac{\Delta X}{\sigma} := \frac{|L - R|}{\sqrt{\hbar/(m\omega)}} \sim 3 \times 10^9 \left(\frac{\Delta X}{250 \mu\text{g}} \right)^{-3} \left(\frac{m}{2 \times 10^{-14} \text{ kg}} \right)^{1/2} \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^5 \text{ Hz}} \right)^{1/2}$$

Coherence time

$$\omega t \sim 10^6 \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^5 \text{ Hz}} \right) \left(\frac{t}{2 \text{ s}} \right) \quad \text{Parameters in Bose+ (2017)} \rightarrow \phi_g \sim 1$$

Macro system is desired for large gravitational coupling η ,
but micro system is preferred to overcome decoherence and achieve a large ΔX and ωt .

Experimental Challenges

Bose+ (2017)
Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

- Gravity of quantum probe is too weak to create enough entanglement!

Today's talk

How can we create gravity-induced entanglement with short time scales?

- ▶ Let's use **dynamically instable particle** to create entanglement rapidly.
e.g. Inverted oscillator potential, Parametric resonance

but micro system is preferred to overcome decoherence and achieve a large ΔX and ωt .

**Inverted oscillators
for testing
gravity-induced quantum entanglement**

w/ T. Fujita, A. Matsumura, Y. Michimura
Class.Quant.Grav. 42 (2025) 16, 165003

Setup

- Two particles in quadratic potential interacting via Newtonian gravity

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}k_1\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k_2\hat{x}_2^2 - \frac{Gm^2}{|d + (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)|} \\ &\sim \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}k_1\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k_2\hat{x}_2^2 - \frac{Gm^2}{d^3}(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2 \\ &= \frac{\omega}{2} \left[\hat{P}_1^2 + \lambda_1 \hat{X}_1^2 + P_2^2 + \lambda_2 \hat{X}_2^2 - \eta(\hat{X}_1 - \hat{X}_2)^2 \right] \end{aligned}$$

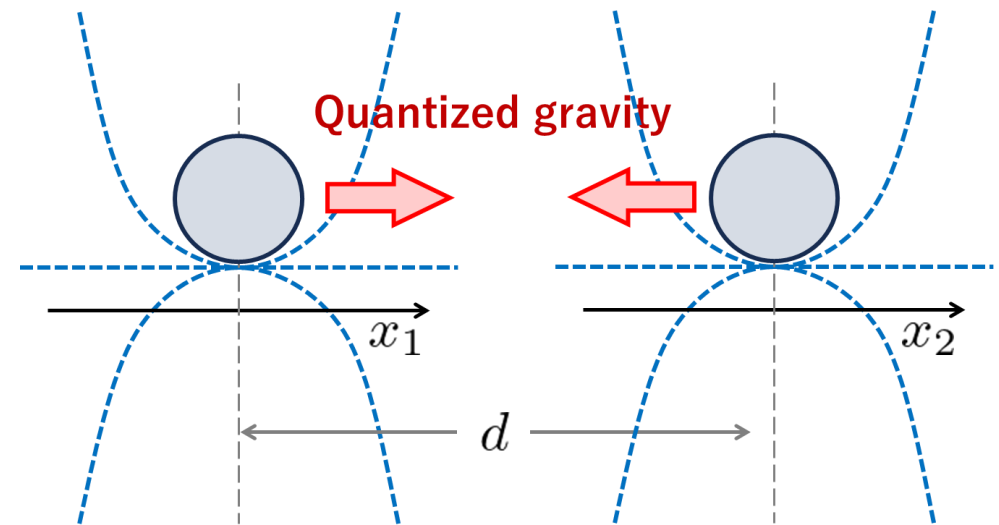
Assume $d \gg |x_1|, |x_2|$ and redefine variables as $\hat{x}_i \rightarrow \hat{x}_i + \text{const.}$

where,

$$\hat{P}_i := \frac{\hat{p}_i}{\sqrt{\hbar m \omega}}, \quad \hat{X}_i := \sqrt{\frac{m \omega}{\hbar}} \hat{x}_i, \quad \lambda_i := \frac{k_i}{m \omega^2}$$

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

Dimensionless constant of gravity



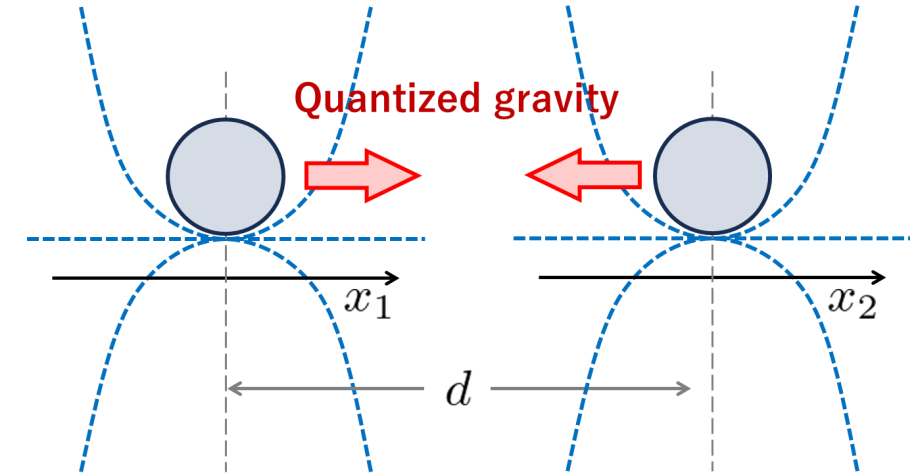
Setup

- Two particles in quadratic potential interacting via Newtonian gravity

$$\hat{H} = \frac{\omega}{2} \left[\hat{P}_1^2 + \lambda_1 \hat{X}_1^2 + P_2^2 + \lambda_2 \hat{X}_2^2 - \eta (\hat{X}_1 - \hat{X}_2)^2 \right]$$

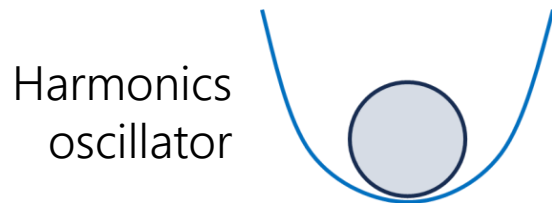
where, $\hat{P}_i := \frac{\hat{p}_i}{\sqrt{\hbar m \omega}}$, $\hat{X}_i := \sqrt{\frac{m \omega}{\hbar}} \hat{x}_i$, $\lambda_i := \frac{k_i}{m \omega^2}$

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

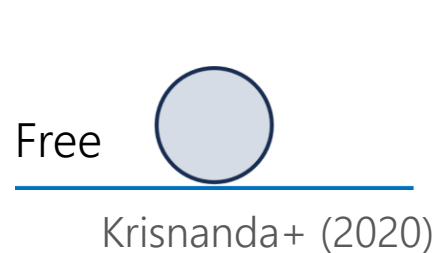


Potential depends on the sign of λ_i :

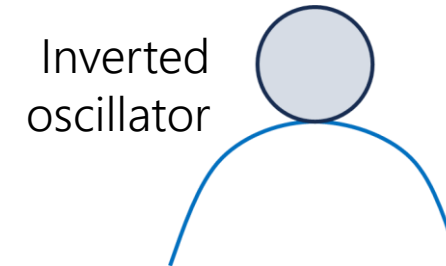
$$\lambda_i = +1$$



$$\lambda_i = 0$$



$$\lambda_i = -1$$



Which potential can generate the gravity-induced entanglement most quickly?

Time evolution

- Initial state: Separable ground states for $\lambda_1 = +1$ and $\lambda_2 = +1$ respectively

$$\langle \hat{X}_1^2 \rangle = \langle \hat{P}_1^2 \rangle = \langle \hat{X}_2^2 \rangle = \langle \hat{P}_2^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

- Heisenberg-Langevin equation

$$\dot{X}_i = \omega P_i, \quad \dot{P}_i = -\lambda_i \omega X_i + \omega \eta (X_i - X_j) + \xi_i$$

Random force

Suppose that the random force is a white noise:

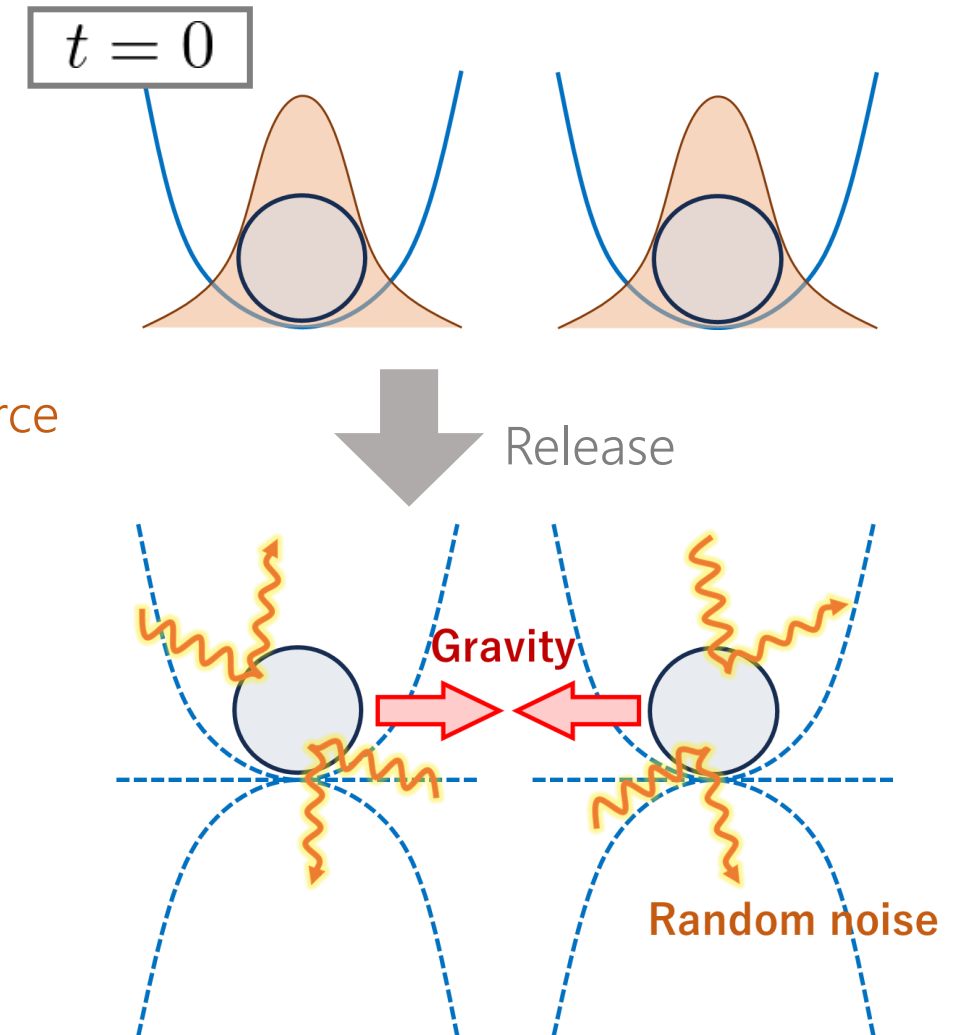
$$\frac{1}{2} \langle \xi_i(t) \xi_j(t') + \xi_i(t') \xi_j(t) \rangle = \mu \omega \delta(t - t') \delta_{ij}$$

Dimensionless parameter of decoherence effect

Especially, we solved time evolution of covariance matrix

$$\sigma_{ij}(t) = \langle \{u_i(t), u_j(t)\} \rangle$$

where $u_i(t) = (X_1(t), P_1(t), X_2(t), P_2(t))$



Gravity-induced entanglement

$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$

Log negativity $E_{\mathcal{N}}(t) : > 0$ means entanglement is generated
Corresponds to the maxima of extractable Bell pairs

If we focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ and assume $\eta, \mu \ll 1$, a logarithmic negativity is given by

$$E_{\mathcal{N}}(t) \sim \max \left[\frac{2}{\log 2} (\eta f_{\text{gra}}(t) - \mu f_{\text{dec}}(t)), 0 \right]$$

where $f_{\text{gra}}(t), f_{\text{dec}}(t)$ take positive values:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{\text{gra}}(t) = \frac{1}{8\sqrt{2}\lambda^{3/2}} \left[C_1 + C_2 \cos(2\sqrt{\lambda}\omega t) + C_3 \sin(2\sqrt{\lambda}\omega t) + C_4 \cos(4\sqrt{\lambda}\omega t) \right]^{1/2} \\ f_{\text{dec}}(t) = \frac{1}{8\lambda^{3/2}} \left[2\sqrt{\lambda}(\lambda + 1)\omega t + (\lambda - 1) \sin(2\sqrt{\lambda}\omega t) \right] \\ C_1 = 1 + \lambda(\lambda + 8(\lambda - 1)^2\omega^2 t^2 + 14), C_2 = -16\lambda, C_3 = 8\sqrt{\lambda}(\lambda^2 - 1)\omega t, C_4 = -(\lambda - 1)^2 \end{array} \right.$$

As gravitational interaction becomes stronger and decoherence effect is suppressed, more entanglement is produced.

Analytic form of $E_N(t)$

$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$

If we focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ and assume $\eta, \mu \ll 1$, a logarithmic negativity is given by

$$E_N(t) \sim \max \left[\frac{2}{\log 2} (\eta f_{\text{gra}}(t) - \mu f_{\text{dec}}(t)), 0 \right]$$

Especially for $\omega t \gg 1$, $f_{\text{gra}}(t)$, $f_{\text{dec}}(t)$ takes simple form:

	$f_{\text{gra}}(t)$	$f_{\text{dec}}(t)$	Behavior of $E_N(t)$
Harmonics $\lambda = +1$	$\frac{1}{2} \sin(\omega t) $	$\frac{1}{2} \omega t$	Decoherence exceed gravity, less likely to be entangled.
Free $\lambda = 0$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	If $\eta > \mu$, entanglement increases by power laws
Inverse $\lambda = -1$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	If $\eta > \mu$, entanglement increases exponentially

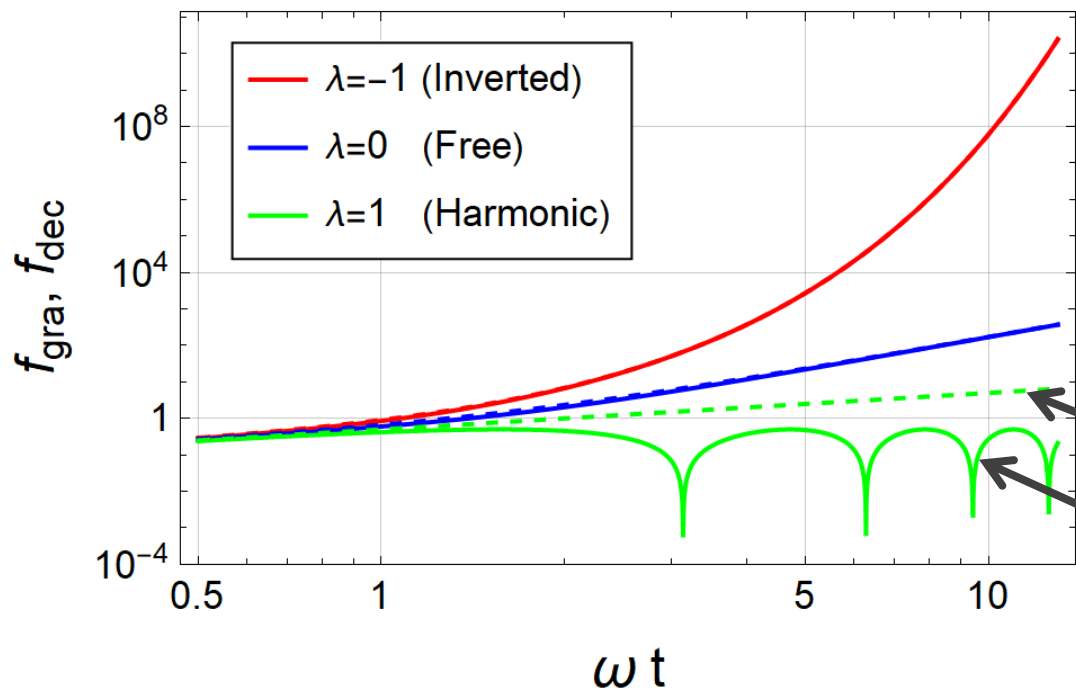
重力による量子もつれ生成

η : gravity
 μ : random force

$\eta, \mu \ll 1$ におけるLog negativityは

$$E_N(t) \sim \max [3 (\eta f_{\text{gra}}(t) - \mu f_{\text{dec}}(t)), 0]$$

特に $\omega t \gg 1$ のとき、 $f_{\text{gra}}(t)$, $f_{\text{dec}}(t)$ は以下で与えられる



	$f_{\text{gra}}(t)$	$f_{\text{dec}}(t)$	$E_N(t)$ のふるまい
Harmonics $\lambda = +1$	$\frac{1}{2} \sin(\omega t) $	$\frac{1}{2} \omega t$	デコヒーレンス > 重力になるので、量子もつれが生成しにくい
Free $\lambda = 0$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	$\eta > \mu$ のとき、べき乗で量子もつれが増大する
Inverse $\lambda = -1$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	$\eta > \mu$ のとき、指数関数的に量子もつれが増大する

Dashed line: $f_{\text{dec}}(t)$

Solid line: $f_{\text{gra}}(t)$

量子もつれ生成の時間スケール

η : gravity
 μ : random force

- $\lambda = 0$ と $\lambda = -1$ における十分な量子もつれ生成に必要な時間スケール

$$\epsilon := \frac{\eta - \mu}{\eta} \quad \text{「重力がホワイトノイズをどれくらい上回るか」}$$
$$(0 \leq \epsilon \leq 1)$$

Requirement from $E_N(t) \geq 0$

$\omega = 1$ kHz において、 $E_N(t) = 0.01$ を得るために必要な時間スケールは

$$\tau_{\text{ent}} \simeq \begin{cases} 4.2 \epsilon^{-1/3} \text{ sec} & (\lambda = 0) \\ 1.3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-4} \log [\epsilon^{-1}] \text{ sec} & (\lambda = -1) \end{cases}$$

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

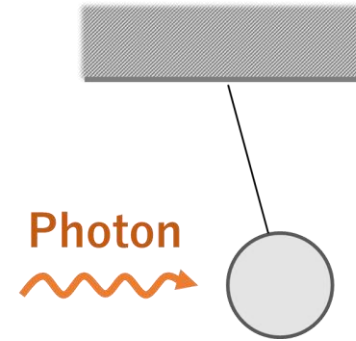
- $\epsilon = 1$ (ノイズ無) のとき、反バネは自由粒子に比べて300倍ほど早く量子もつれを生成する。
- 反バネは、 ϵ が小さくても影響を受けずらい
→ 反バネはデコヒーレンスに最も耐性がある！

How to realize inverted oscillator?

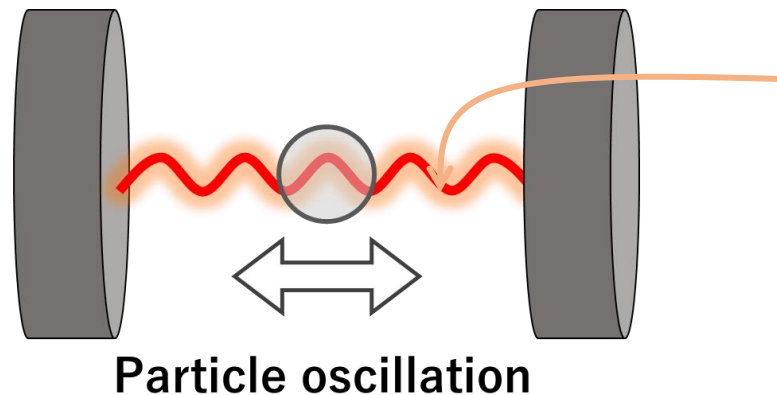
Wistone+ (2023)
Grier (2003)

- Optomechanics

Method to control mechanical system
(atom, mirror etc.) with photon radiation pressure.

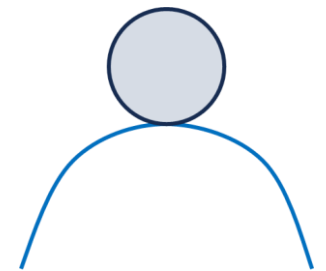


- Conventional method to trap a particle using cavity optomechanics



Laser beam

If it is red detuned, particle feels
inverse oscillator potential!

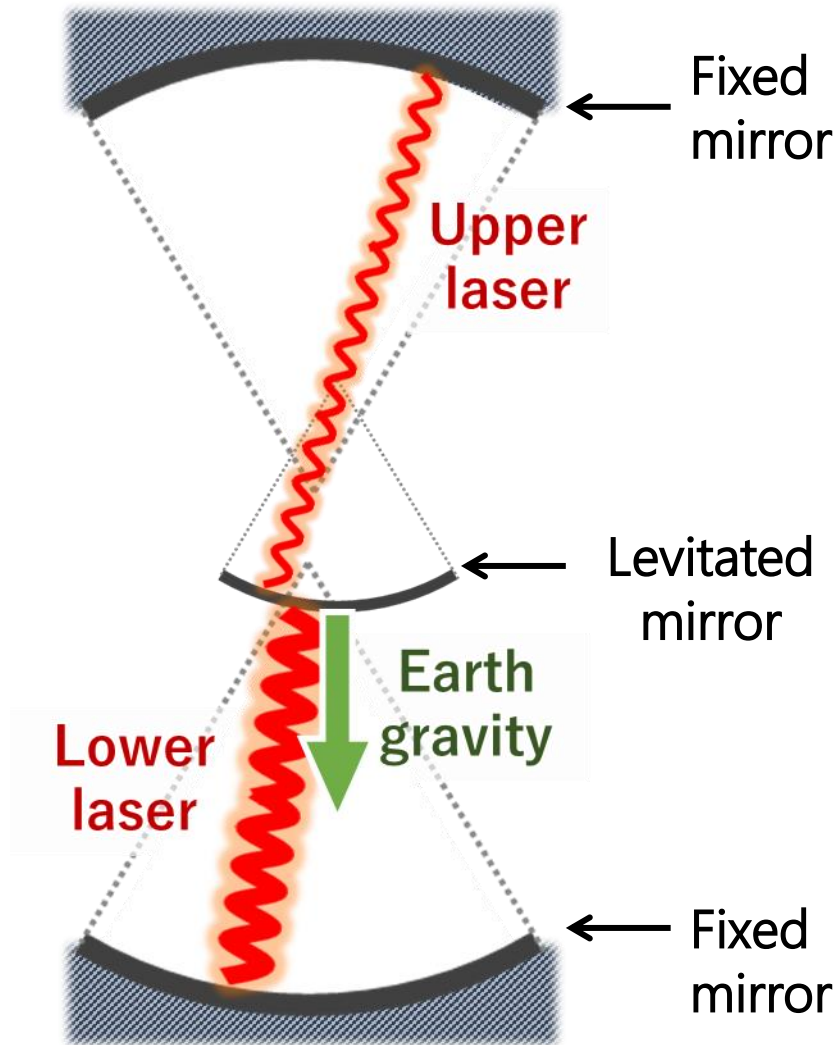


However...

- Trapped particle is about nanogram scale, which is too light to see gravitational signal.
- Laser shot noise cause terribly large decoherence.

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration Michimura+ (2017)



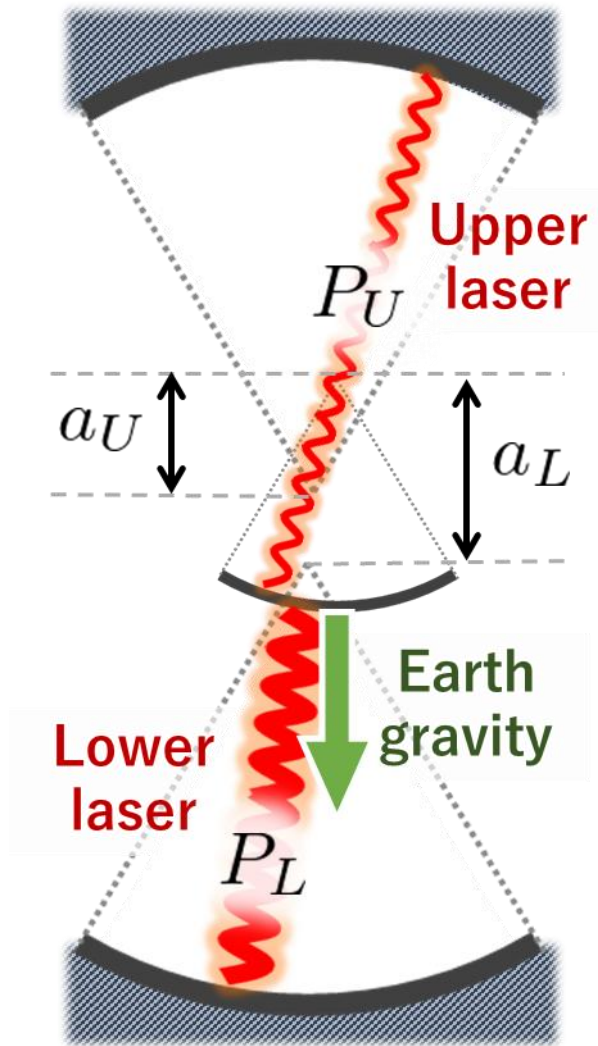
We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration

Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

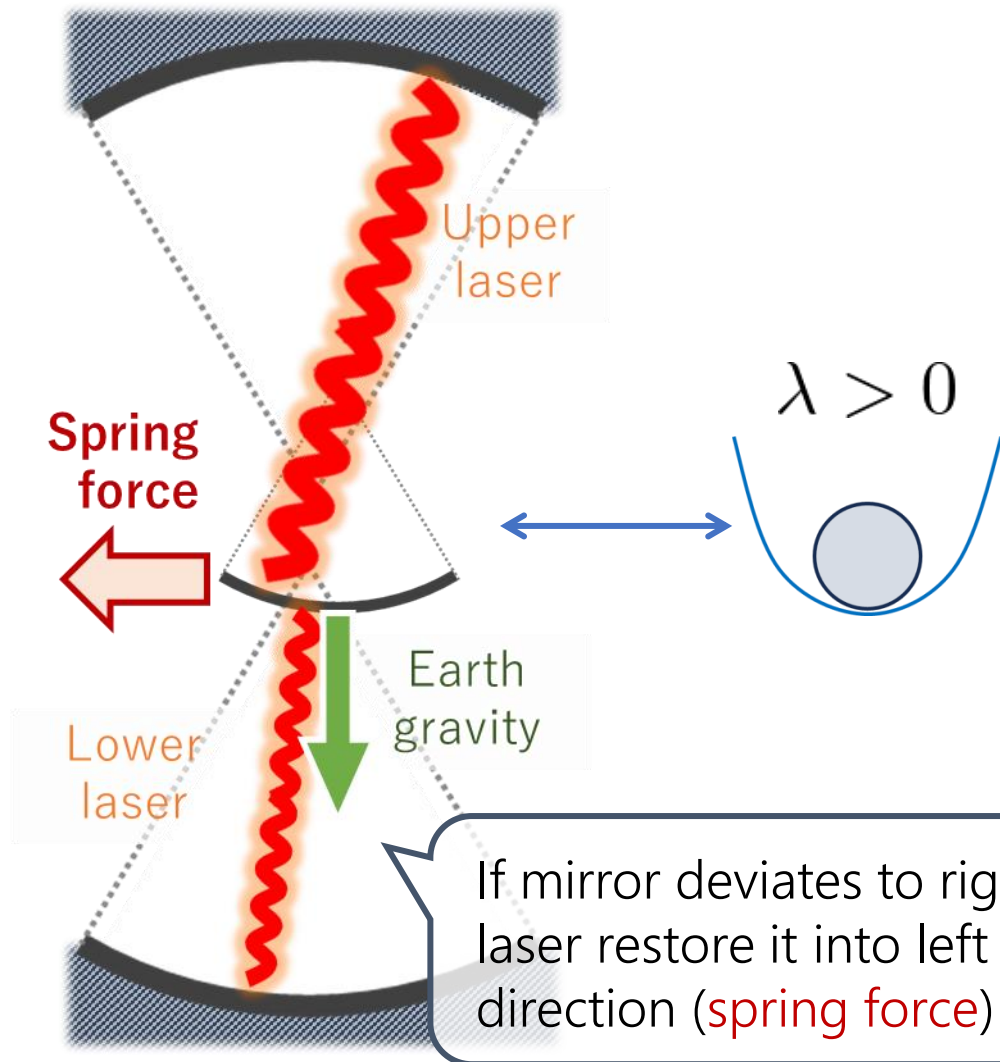
The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power:

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \Leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \Leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

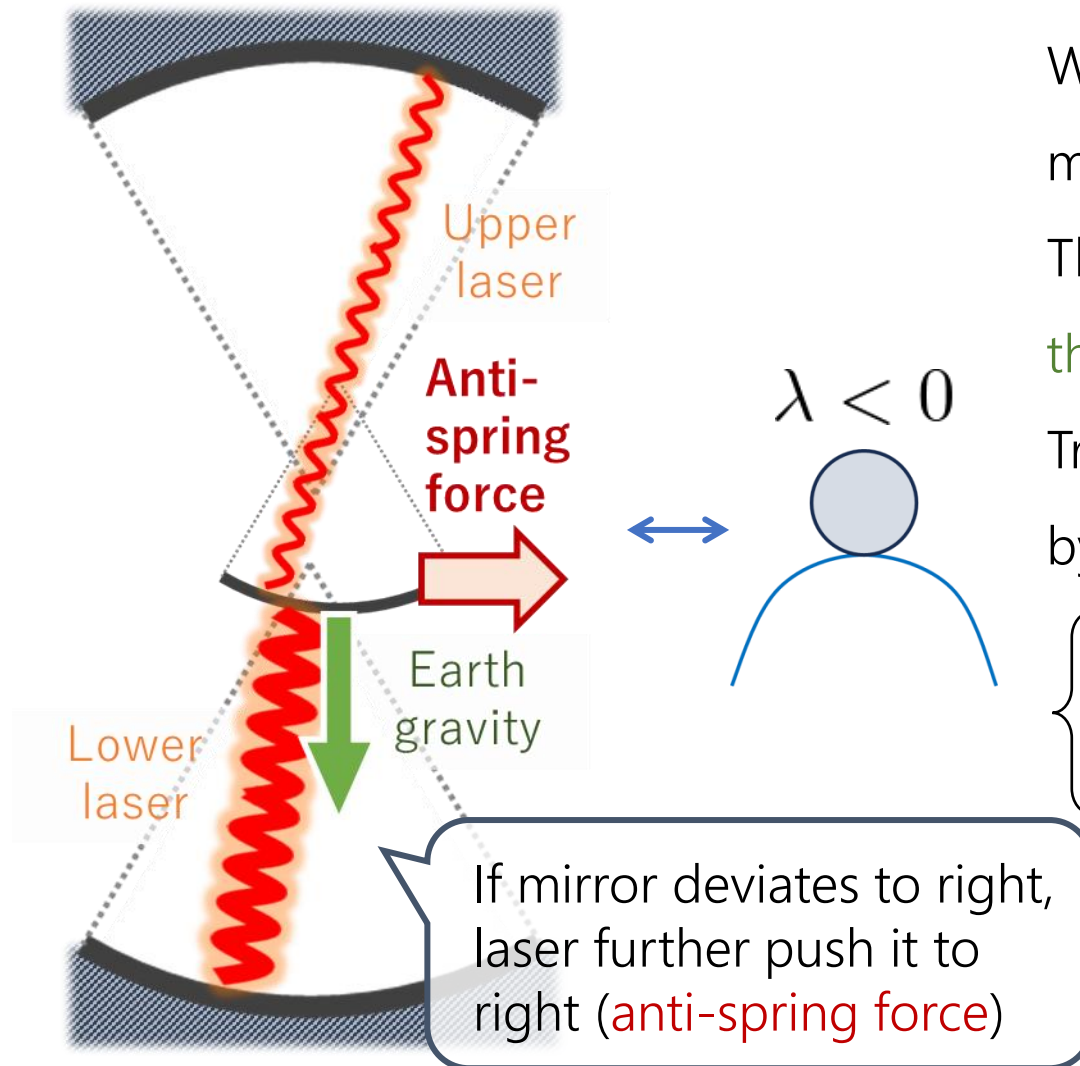
Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power:

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \Leftrightarrow \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \Leftrightarrow \lambda < 0 \end{cases}$$

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration

Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

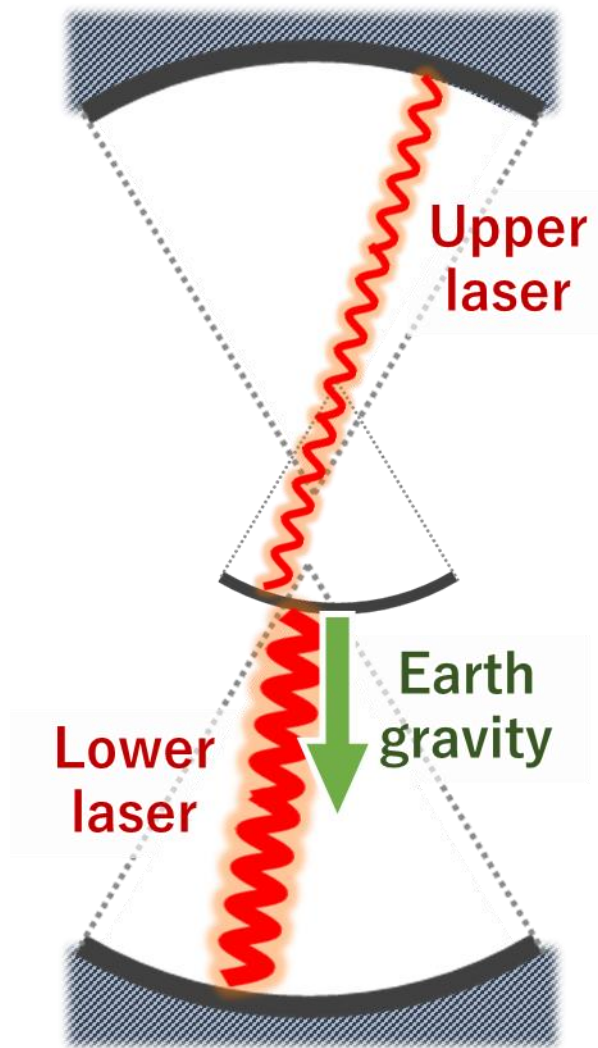
The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power:

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \Leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \Leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

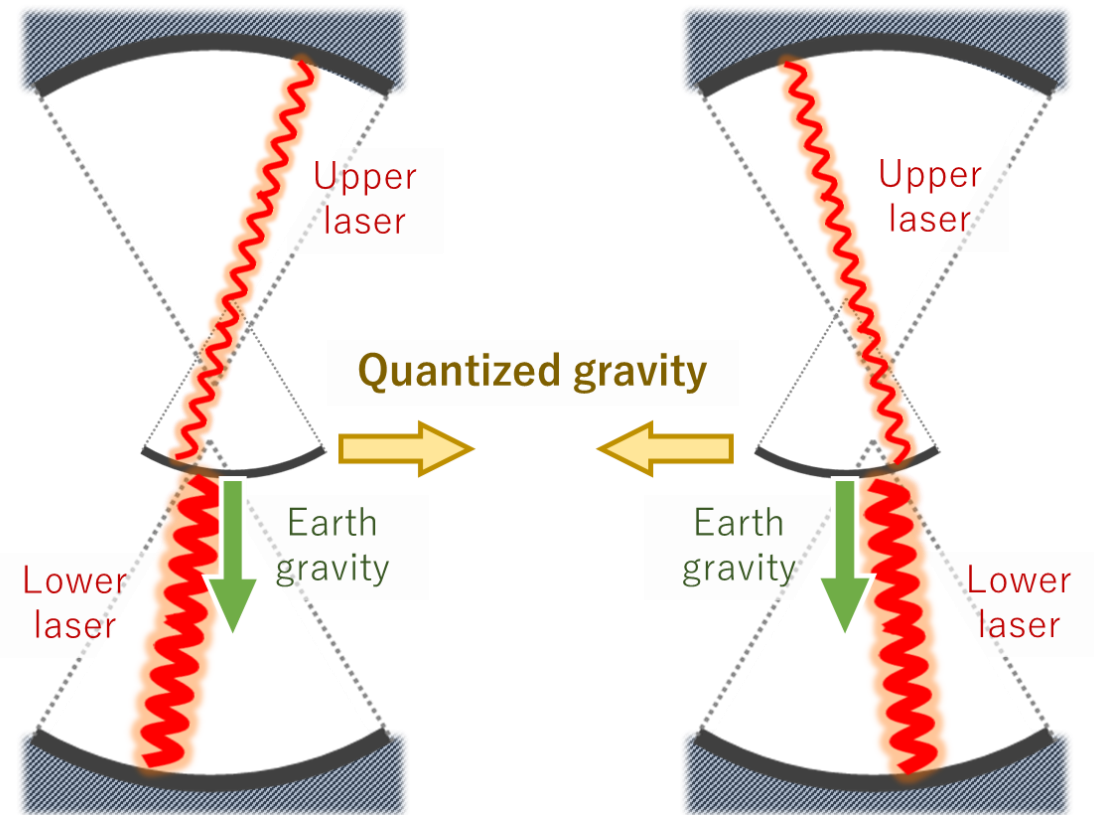
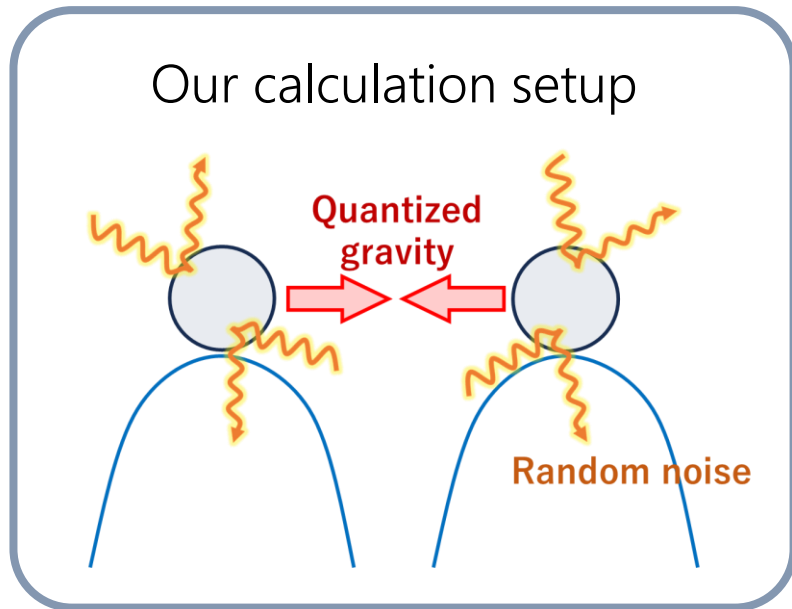
The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power.

This setup overcomes the previous issues:

- Mirror mass could be milligram scale!
- Since laser beam is almost orthogonal to the mirror motion, laser shot noise decoherence is almost negligible!

Feasible setup to detect gravity-induced entanglement



$$\left\{ \begin{array}{l} \eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right) \\ \mu_{\text{shot}} = 2.5 \times 10^{-14} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^3 \left(\frac{a_L}{2 \text{ mm}} \right)^{-1} \left(\frac{m}{0.1 \text{ mg}} \right)^{-1} \left(\frac{\omega_{\text{in}}}{1 \text{ MHz}} \right)^{-2} \end{array} \right.$$

Gravity exceeds random noise and gravity-induced entanglement grows exponentially!

Boosting Gravity-Induced Entanglement through Parametric Resonance

w/ Y. Shiomatsu, T. Fujita, A. Matsumura
arXiv: 2511.09169

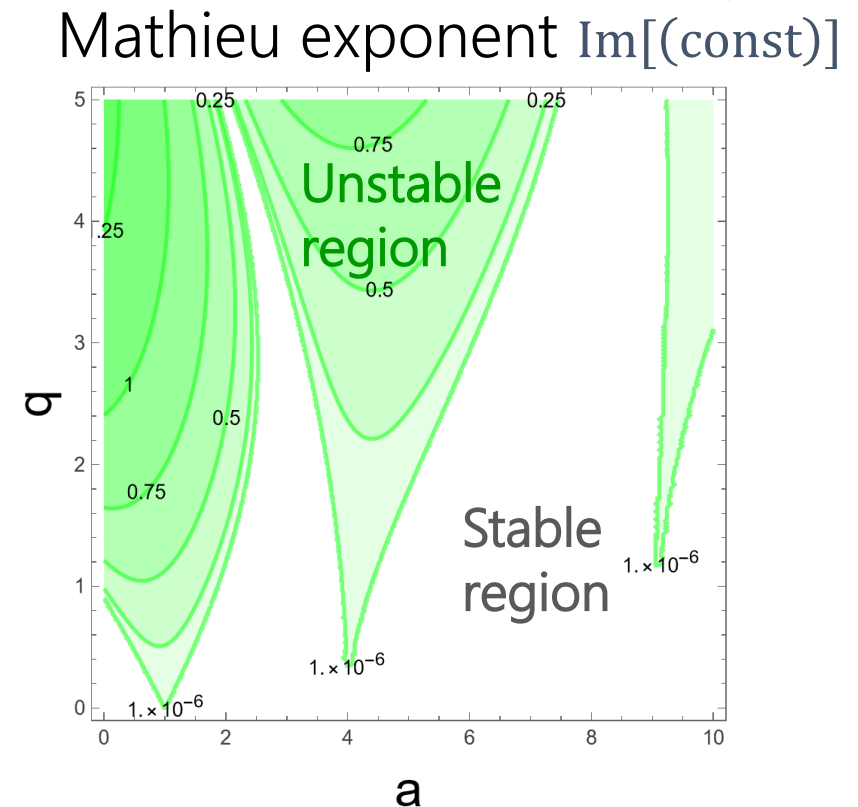
Parametric resonance

= Exponential growth of the output amplitude due to the input periodic modulation.

e.g. Mathieu equation $\ddot{X} + \omega^2 [a - 2q \cos(2\omega t)] X = 0$

✳️ swing

→ $X = a \underbrace{C(a, q, \omega t)}_{\text{The even sol.}} + b \underbrace{S(a, q, \omega t)}_{\text{The odd sol.}} \sim (2\pi \text{ periodic func}) \times \exp[-i(\text{const})t]$



Parametric resonance

= Exponential growth of the output amplitude due to the input periodic modulation.

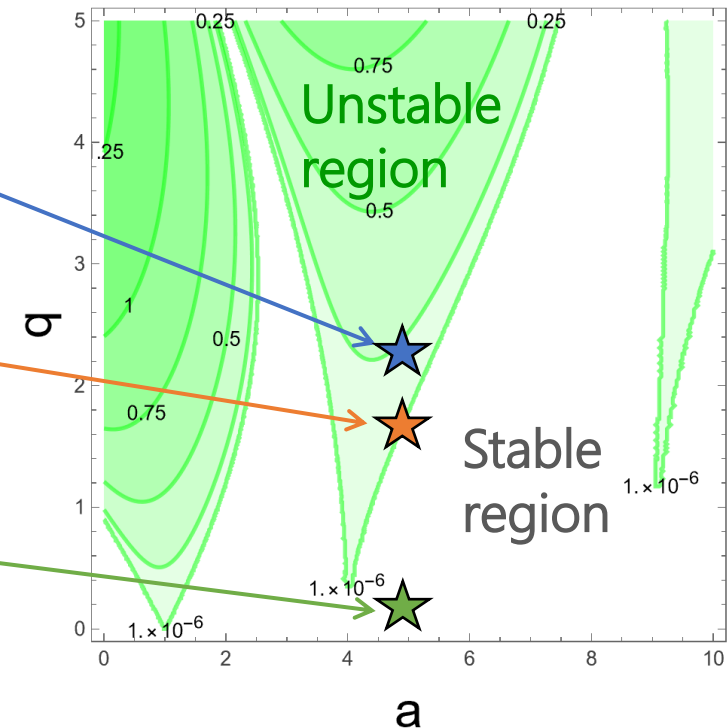
e.g. Mathieu equation $\ddot{X} + \omega^2 [a - 2q \cos(2\omega t)] X = 0$

✳️ swing

→ $X = a \underbrace{C(a, q, \omega t)}_{\text{The even sol.}} + b \underbrace{S(a, q, \omega t)}_{\text{The odd sol.}} \sim (2\pi \text{ periodic func}) \times \exp[-i(\text{const})t]$

	a	q	μ_I	Oscillator potential
★	4.8	2.4	0.27	
★	4.8	1.8	0.12	
★	4.8	0.1	0	

Mathieu exponent $\text{Im}[(\text{const})]$



Parametric resonance

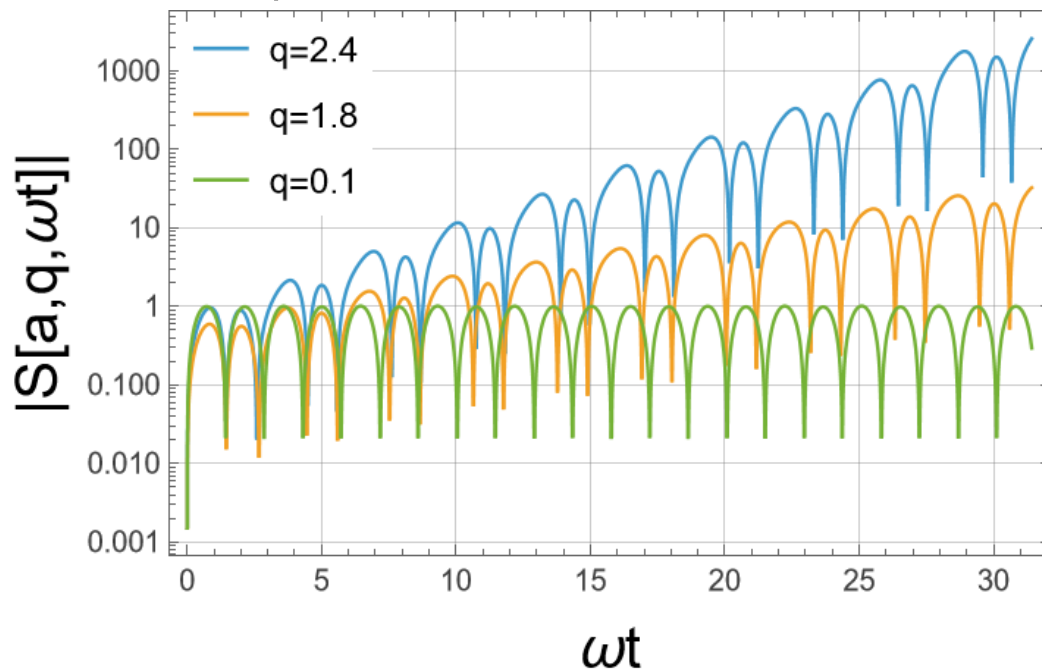
= Exponential growth of the output amplitude due to the input periodic modulation.

e.g. Mathieu equation $\ddot{X} + \omega^2 [a - 2q \cos(2\omega t)] X = 0$

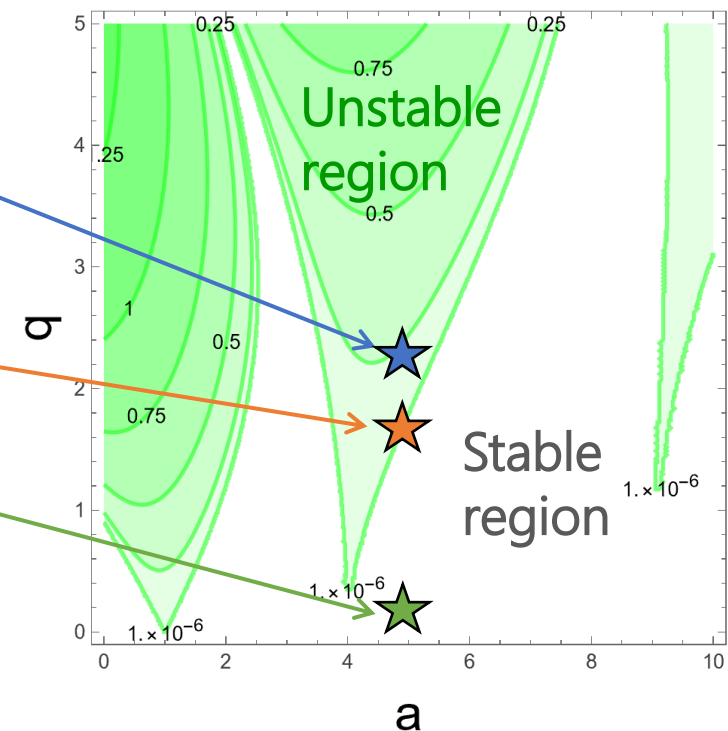
✳swing

→ $X = a \underbrace{C(a, q, \omega t)}_{\text{The even sol.}} + b \underbrace{S(a, q, \omega t)}_{\text{The odd sol.}} \sim (2\pi \text{ periodic func}) \times \exp[-i(\text{const})t]$

Time dependence of $S(a = 4.8, q, \omega t)$

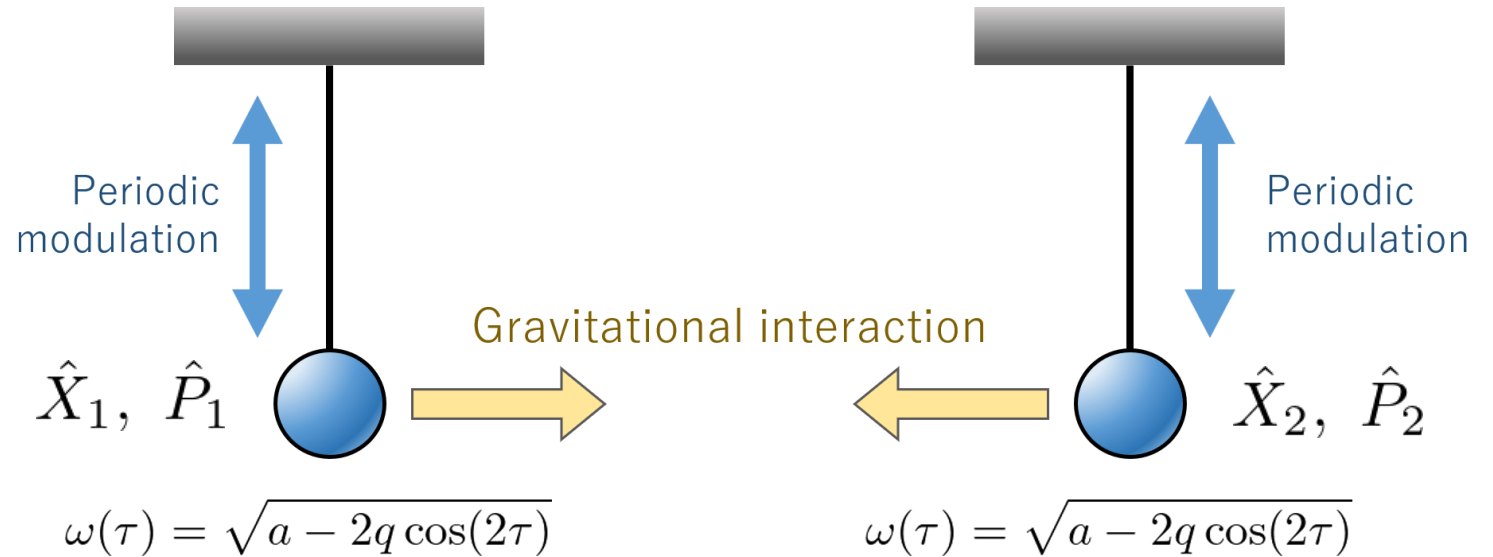


Mathieu exponent $\text{Im}[(\text{const})]$



Setup

- Two parametric resonant oscillators interacting via Newtonian gravity (+ white noise)

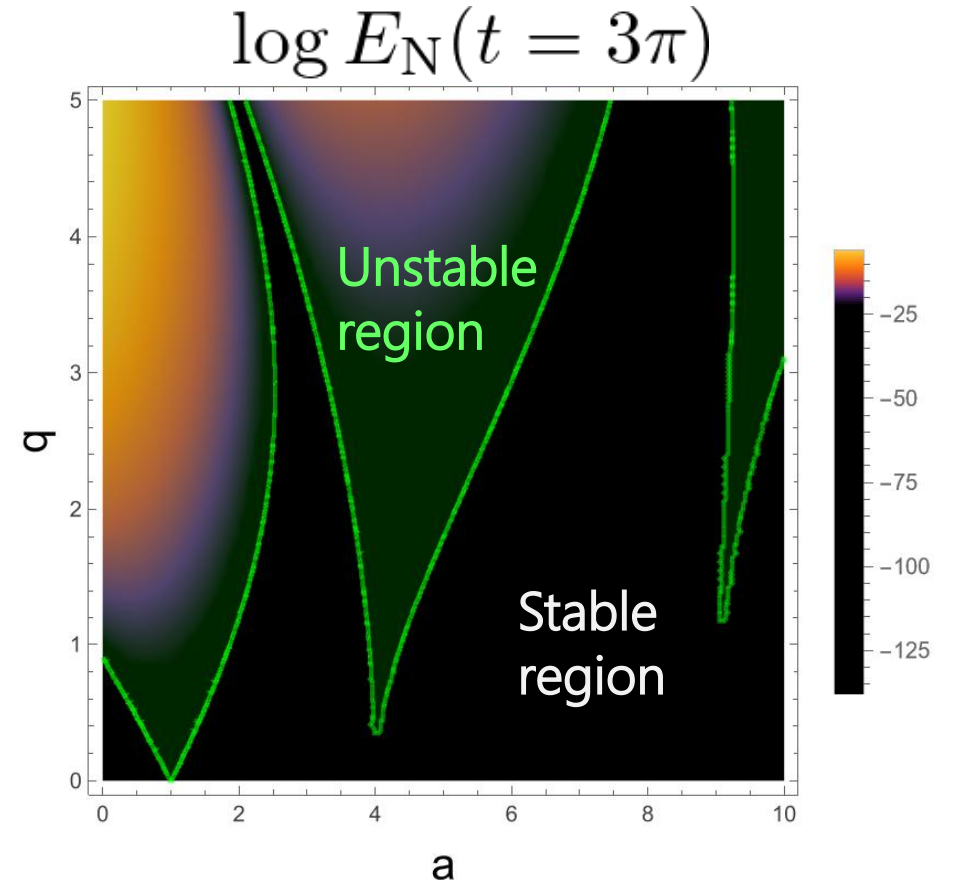


- Hamiltonian
$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega}{2} \left[\sum_{i=1,2} \left\{ P_i^2 + (a - 2q \cos(2\omega t)) \hat{X}_i^2 \right\} - \eta(\hat{X}_1 - \hat{X}_2)^2 \right]$$
- Initial state
$$\langle \hat{X}_1^2 \rangle = \langle \hat{P}_1^2 \rangle = \langle \hat{X}_2^2 \rangle = \langle \hat{P}_2^2 \rangle = \frac{1}{2}$$

We solved the time evolution of the covariance matrix, and evaluated the log negativity $E_{\mathcal{N}}(t)$ between two oscillators.

Result

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

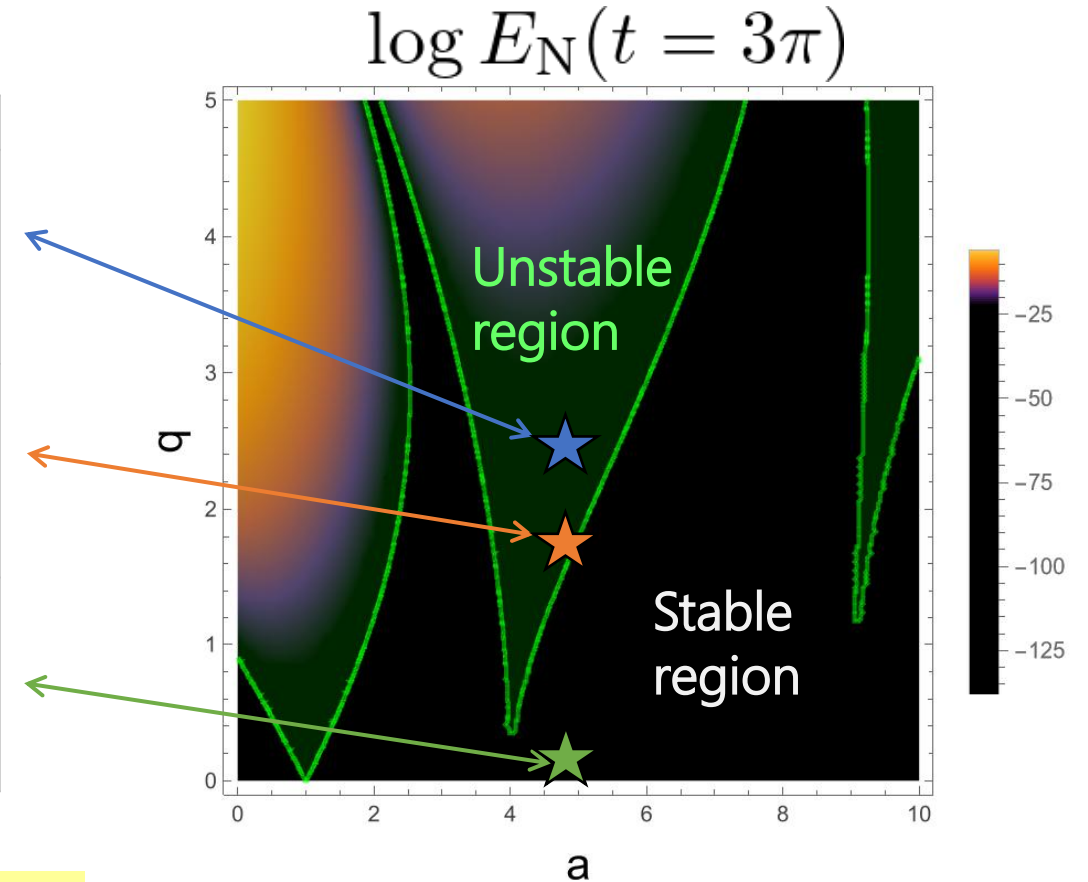


- $E_{\mathcal{N}}(t)$ grows rapidly in the unstable region.

Result

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$

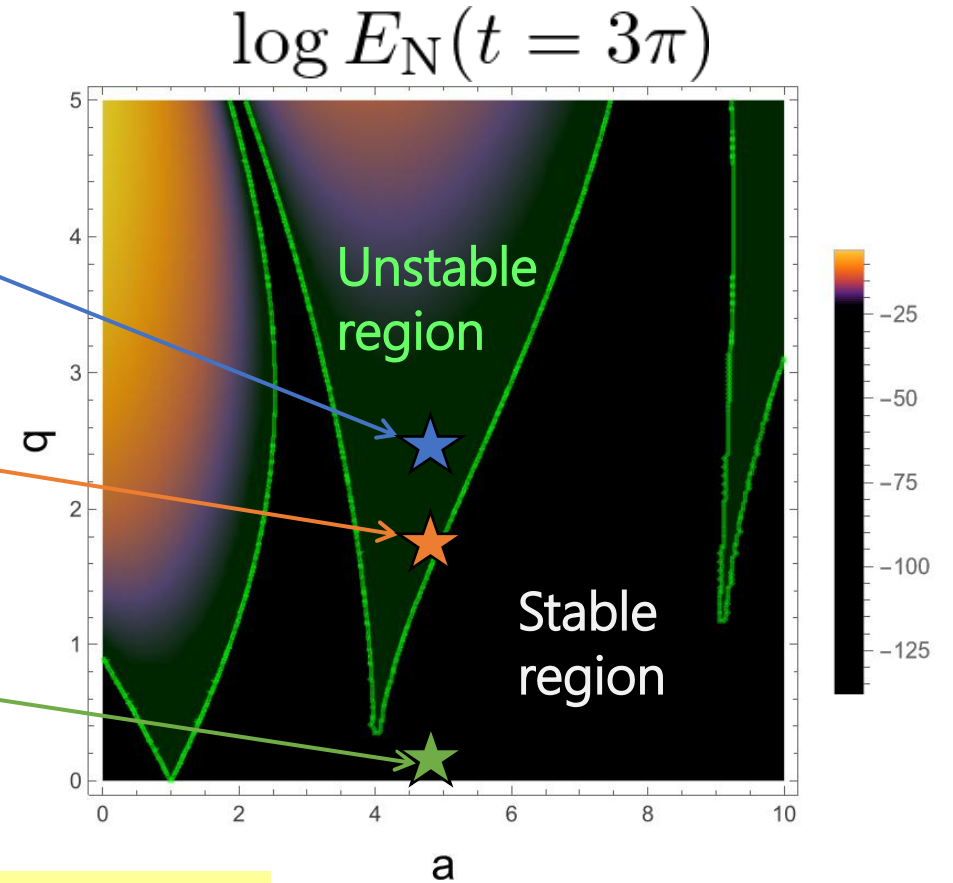
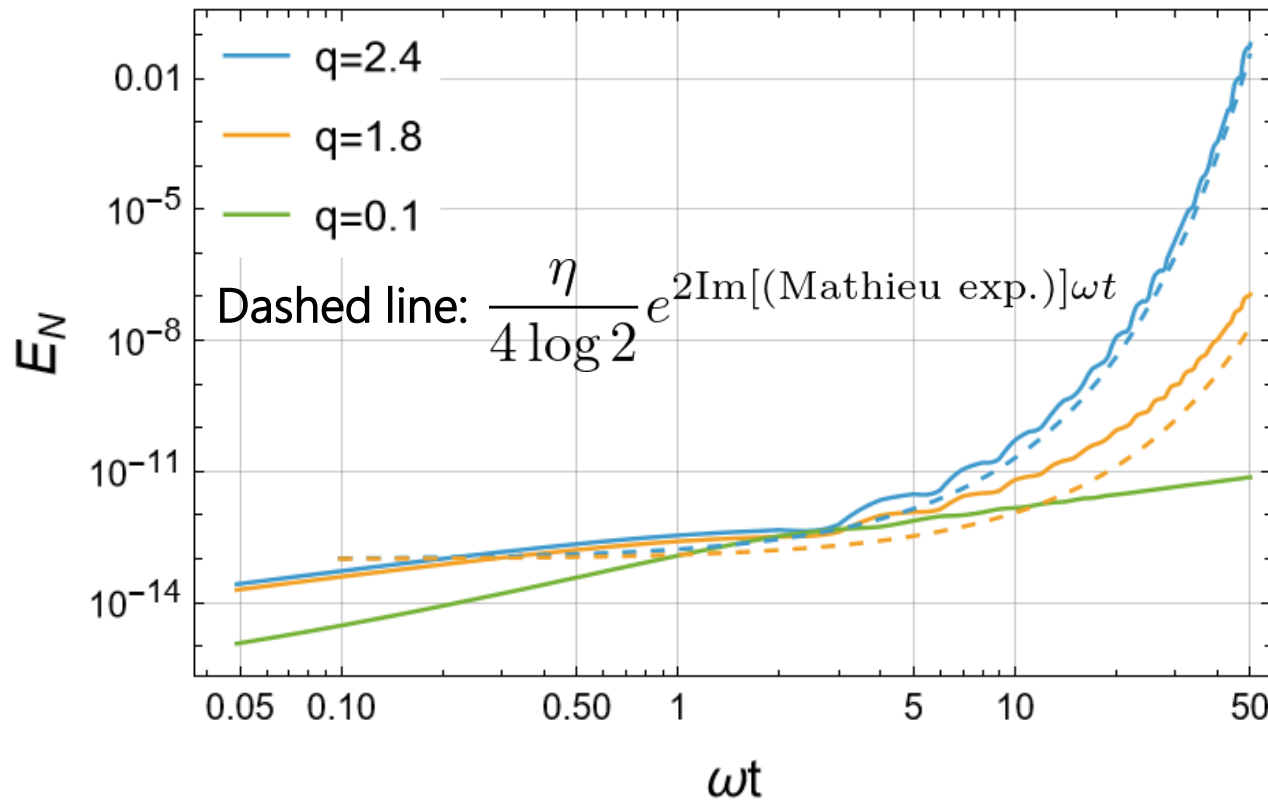
	a	q	μ_I	Oscillator potential
★	4.8	2.4	0.27	
★	4.8	1.8	0.12	
★	4.8	0.1	0	



- $E_N(t)$ grows rapidly in the unstable region.
- Let's consider 3 different parameter choices, which effective potential has positive curvature throughout.

Result

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right)$$



- $E_N(t)$ grows exponentially with the Mathieu exponent
- Exponential growth of $E_N(t)$ can be realized not only via inverted oscillator potential, but also with positive curvature potential

Summary

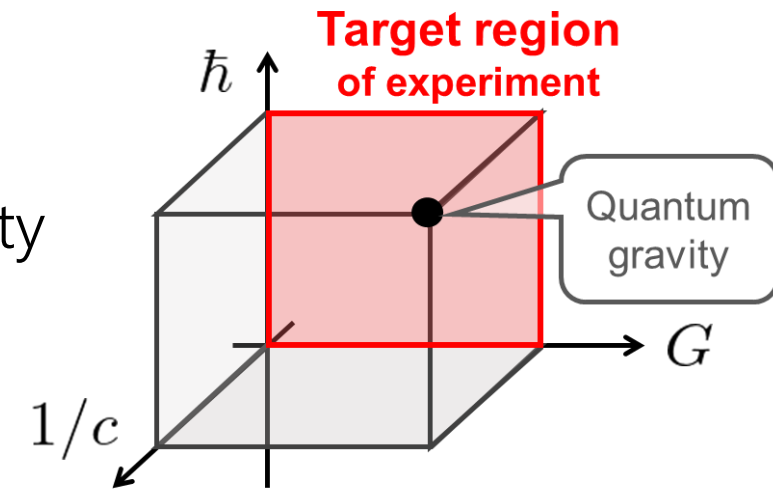
Summary

- How can we create gravity-induced entanglement with short time scales?
 - ▶ Let's use dynamically unstable particle to create entanglement rapidly.
- Inverted oscillators
 - Log Negativity $E_N(t) \sim (\eta - \mu)e^{2\omega t}$
 - Experimental realization using levitated mirrors, satisfying $\eta > \mu$.
- Parametric resonant oscillators
 - Log Negativity $E_N(t) \sim (\eta - \mu)e^{2\text{Im}[(\text{Mathieu exp.})]\omega t}$
 - Entanglement grows exponentially in the unstable region, even in the positive curvature potential.
- Future work
 - Damping is crucial to escape decoherence?
 - Chaotic system can also enhance gravity-induced entanglement?

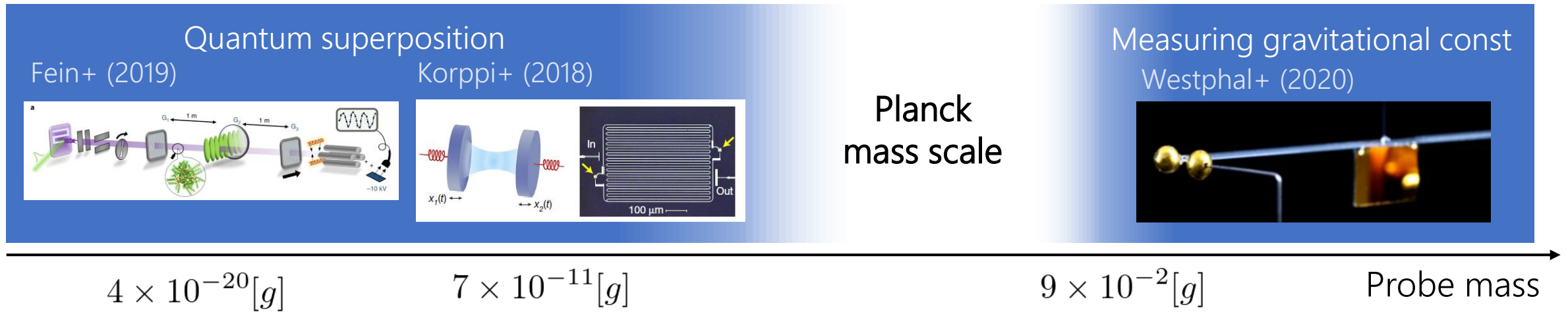
$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$

Quantum theory and Gravity

- We need experimental evidence to explore quantum gravity
- Quantum gravity theory \ni Newtonian gravity + QM
- Recent progress of quantum control & gravitational constant measurement



Target region



Let's test the quantum nature of Newtonian gravity using Planck mass scale object! ▶ First presented in BMV proposals

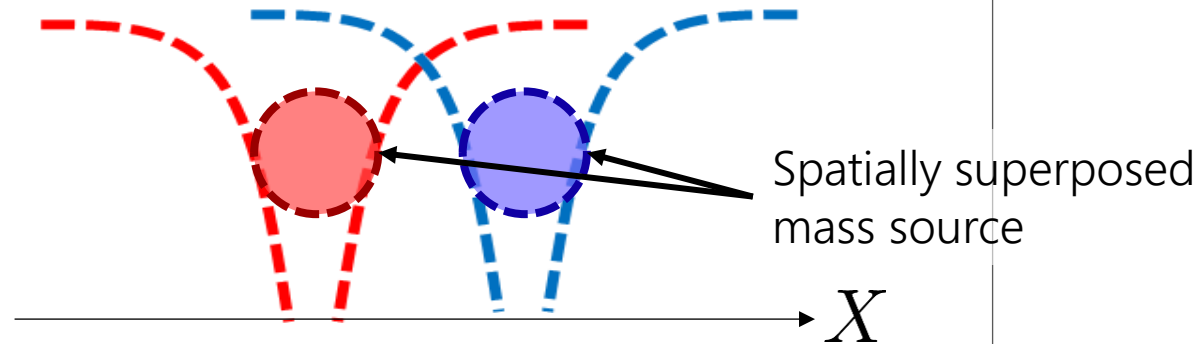
QM + Newtonian gravity

Feynman (1957), Zeh (2008)

"Is gravitational field superposed when the mass source is in superposition?"

by Feynman

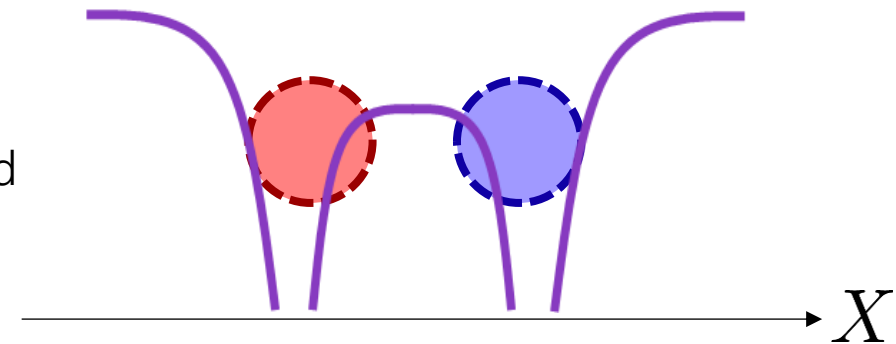
If Yes → Quantized gravity (QG)



Newtonian potential at \mathcal{X} act as **operator** of the source system.

$$\Phi(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$$

If No → Semi-classical gravity (CG)



Newtonian potential at \mathcal{X} act as **c-number** of the source system.

$$\Phi(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src}}$$

Let's verify which model is correct in the table-top experiment ► **BMV proposal**

BMV proposals and related works

BMV proposals

Feynman (1957), Zeh (2008)
Bose+ (2017)
Marletto, Vedral (2017)
Carney, Muller, Taylor (2021)

- Feynman

“Can gravitational field be superposed when the mass source is superposed?”

If Yes... Quantum gravity theory (linear quantum gravity, string theory, etc...)

If No... Semi-classical gravity theory (Schrödinger-Newton, Oppenheim, etc...)

▶ Let's experimentally test whether gravity has quantum features.

- Main idea of BMV proposals:

Let's verify if Newtonian gravity can generate quantum entanglement or not!

Quantum entanglement — Correlation particular to quantum system

(Correlation that cannot be created via Local Operator and Classical Communication)

e.g. Two spin systems A and B (⊗ pure state)

$$\begin{aligned} & |\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B && \text{Product state} = \text{Separable state (No entanglement)} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B) &&& \text{Non-product state} = \text{Entangled state} \end{aligned}$$

Key idea of BMV Proposals

- **Goal** ► Clarify whether gravity can create quantum entanglement or not

Quantum entanglement — Correlation particular to quantum system

(Correlation that cannot be created via local operator and classical communication)

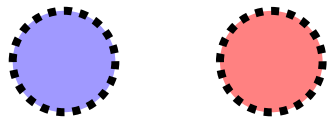
e.g. Two spin systems A and B (⊗: pure state)

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B)$$

Product state = Separable state (No entanglement)
 Non-product state = Entangled state

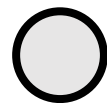
- **Setup** ► A particle attracted by Newtonian gravity of the superposed mass src.

Superposed mass source



$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle)$$

Particle



Gravity



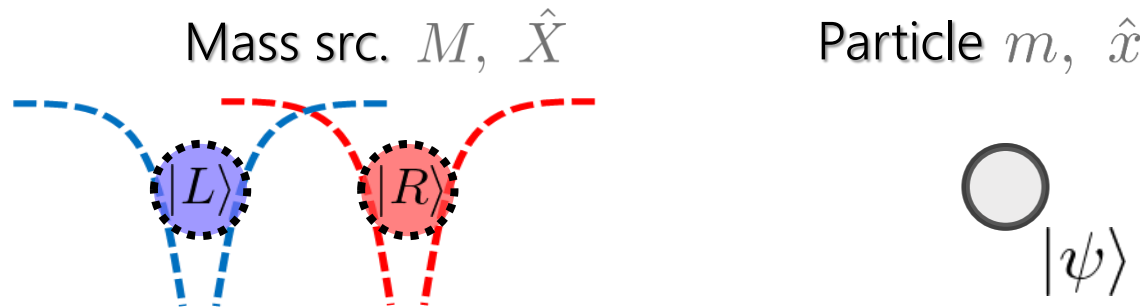
$|\psi\rangle$

: Initially separable state

Let's see what happens for both QG and CG case

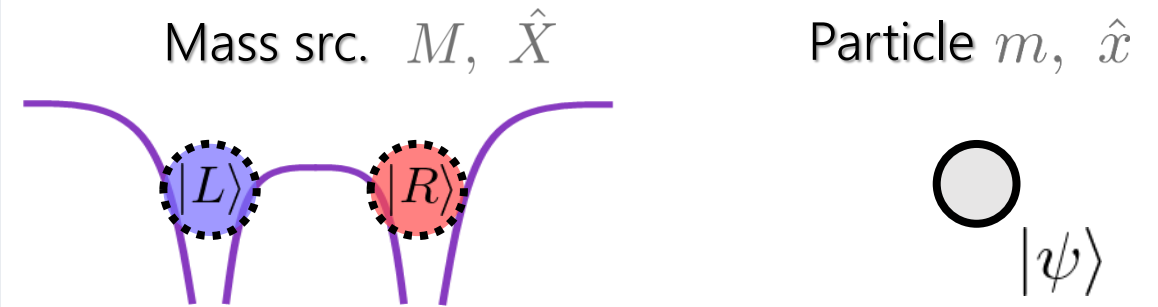
Key idea of BMV Proposals

• QG case $\Phi^{(\text{QG})}(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



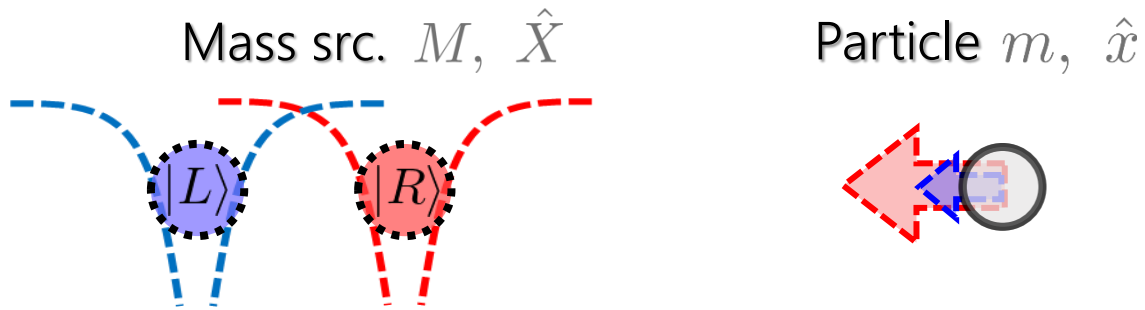
$$\underbrace{e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{QG})}(\hat{X}) t}}_{\text{Time evolution op.}} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle}_{\text{Initial state}}$$

• CG case $\Phi^{(\text{CG})}(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src.}}$



Key idea of BMV Proposals

• QG case $\Phi^{(\text{QG})}(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$

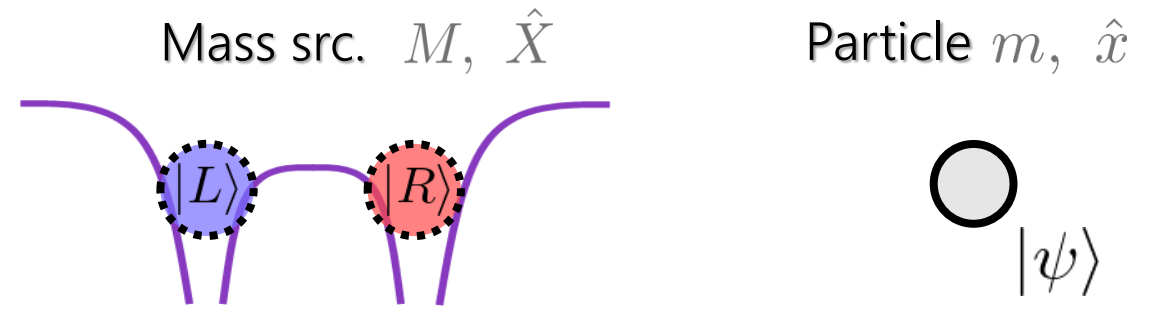


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{QG})}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

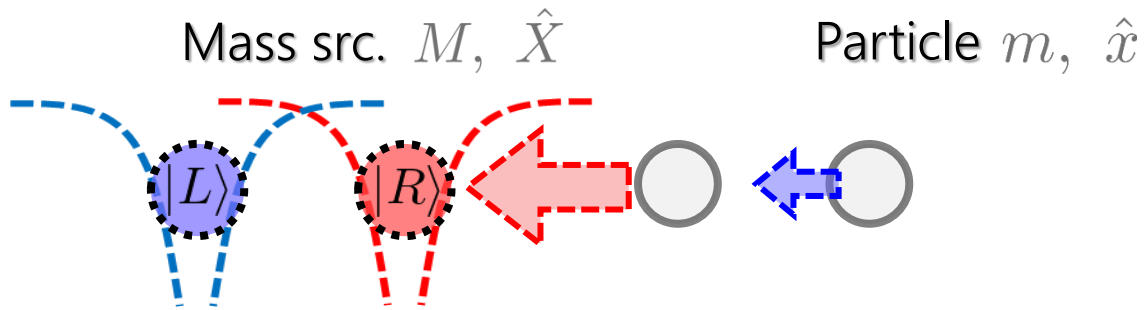
$$\phi_{L,R} = -m \Phi^{(\text{QG})}(L, R) t / \hbar$$

• CG case $\Phi^{(\text{CG})}(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src.}}$



Key idea of BMV Proposals

• QG case $\Phi^{(\text{QG})}(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



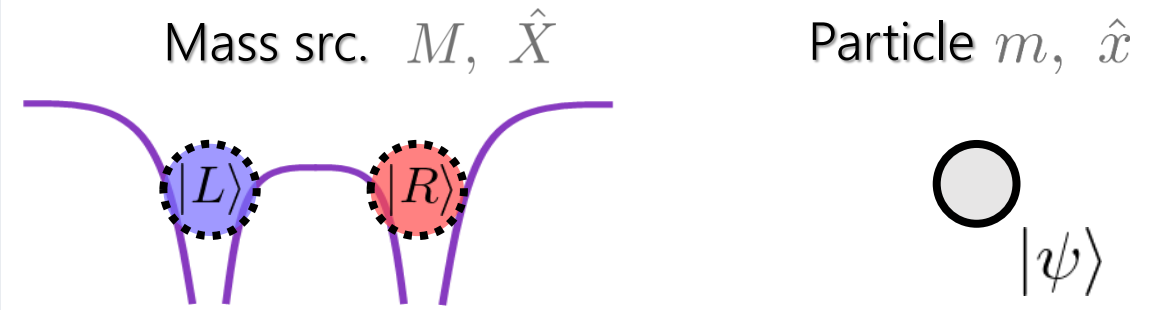
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{QG})}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

Particle evolves differently depending on the mass source position

► Gravity-induced entanglement

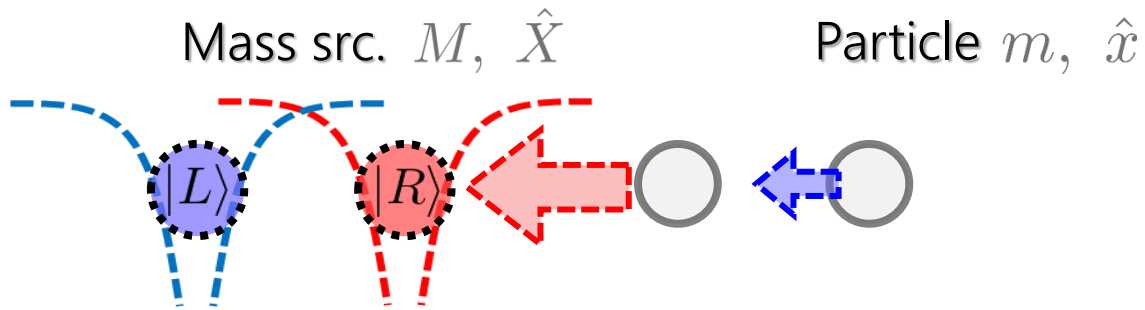
• CG case $\Phi^{(\text{CG})}(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src.}}$



$|\psi\rangle$

Key idea of BMV Proposals

• QG case $\Phi^{(\text{QG})}(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



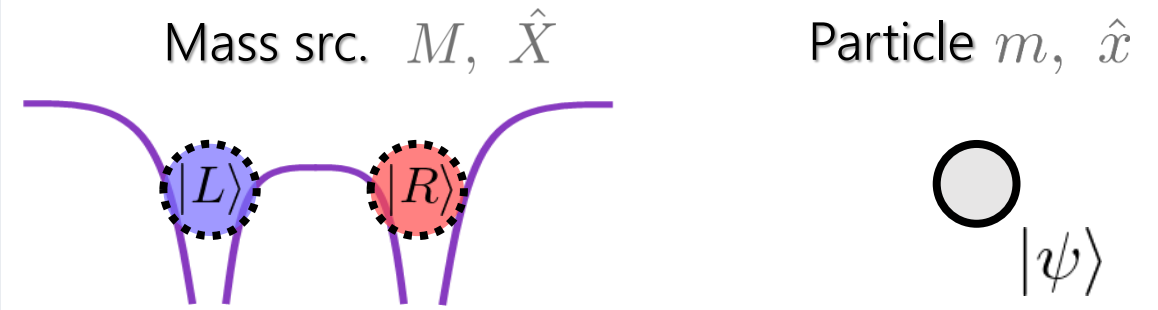
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{QG})}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

Particle evolves differently depending on the mass source position

► Gravity-induced entanglement

• CG case $\Phi^{(\text{CG})}(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src.}}$

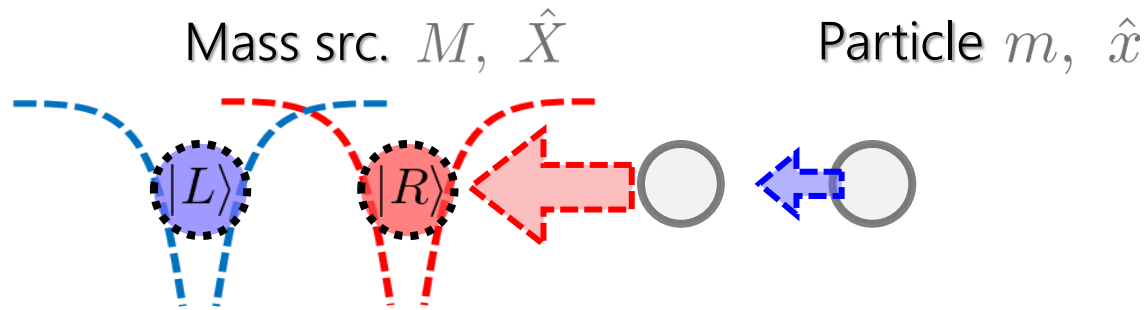


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{CG})} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

Time evolution op. Initial state

Key idea of BMV Proposals

• QG case $\Phi^{(\text{QG})}(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



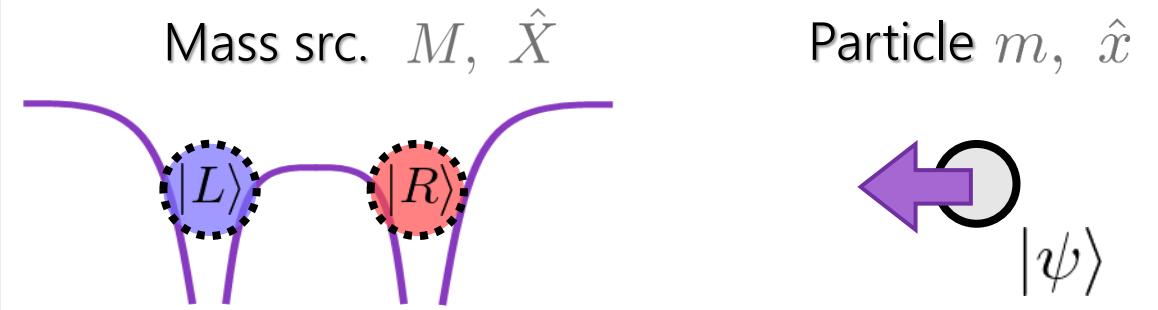
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{QG})}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

Particle evolves differently depending on the mass source position

► Gravity-induced entanglement

• CG case $\Phi^{(\text{CG})}(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src.}}$

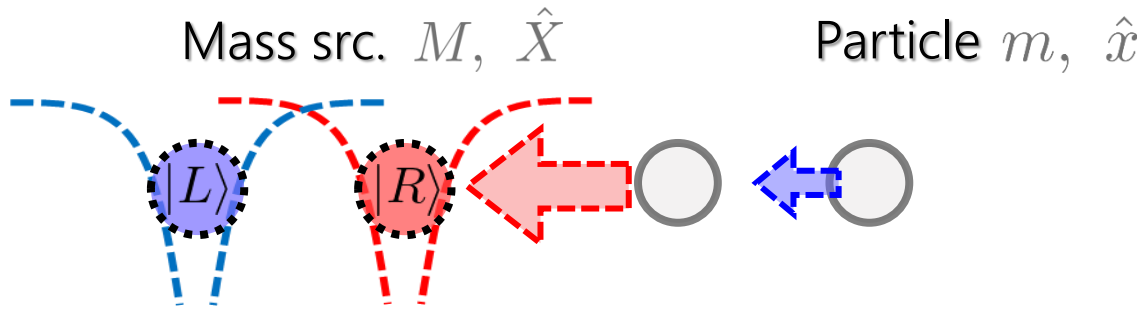


$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{CG})} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{CG})} t} |\psi\rangle$$

Key idea of BMV Proposals

• QG case $\Phi^{(\text{QG})}(\hat{x}, \hat{X}) = -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|}$



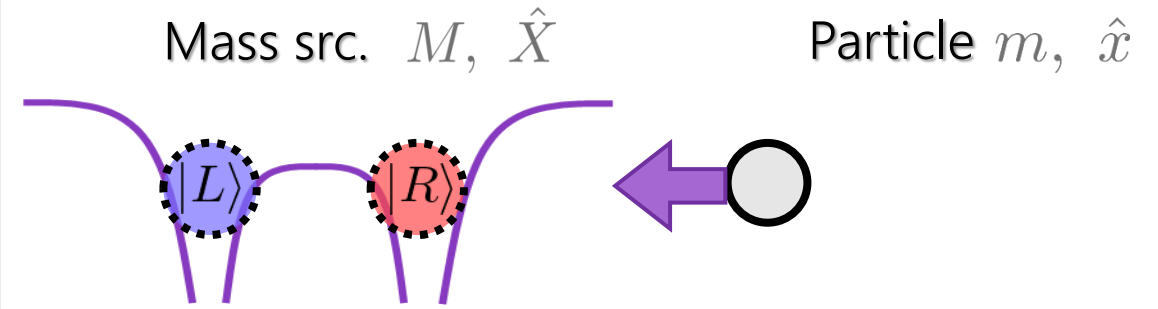
$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{QG})}(\hat{X}) t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle \otimes e^{i\phi_L} |\psi\rangle + |R\rangle \otimes e^{i\phi_R} |\psi\rangle)$$

Particle evolves differently depending on the mass source position

► Gravity-induced entanglement

• CG case $\Phi^{(\text{CG})}(\hat{x}) = \left\langle -\frac{GM}{|\hat{x} - \hat{X}|} \right\rangle_{\text{src.}}$



$$e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{CG})} t} \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes |\psi\rangle$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|L\rangle + |R\rangle) \otimes e^{-\frac{i}{\hbar} m \Phi^{(\text{CG})} t} |\psi\rangle$$

Particle evolution is independent on the mass source position

► Remains separable

Pros and Cons of BMV proposals

- We can distinguish QG/CG by testing gravity-induced entanglement.
- However, gravity of quantum probe is too weak to create enough entanglement!

Dephasing induced by QG (suppose $m \sim M$ for simplicity)

$$\phi_g := \frac{m |\Phi^{(\text{QG})}(L) - \Phi^{(\text{QG})}(R)| t}{\hbar} \sim \frac{Gm^2}{d^2} \Delta X \frac{t}{\hbar} \sim \eta \frac{d}{\sigma} \frac{\Delta X}{\sigma} \omega t$$

Gravitational coupling

$$\eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} \sim 7 \times 10^{-26} \left(\frac{m}{2 \times 10^{-14} \text{ kg}} \right) \left(\frac{d}{450 \mu\text{g}} \right)^{-3} \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^5 \text{ Hz}} \right)^{-2}$$

Separation of spatial superposition

$$\frac{\Delta X}{\sigma} := \frac{|L - R|}{\sqrt{\hbar/(m\omega)}} \sim 3 \times 10^9 \left(\frac{\Delta X}{250 \mu\text{g}} \right)^{-3} \left(\frac{m}{2 \times 10^{-14} \text{ kg}} \right)^{1/2} \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^5 \text{ Hz}} \right)^{1/2}$$

Coherence time

$$\omega t \sim 10^6 \left(\frac{\omega}{2\pi \times 10^5 \text{ Hz}} \right) \left(\frac{t}{2 \text{ s}} \right) \quad \text{Parameters in Bose+ (2017)} \rightarrow \phi_g \sim 1$$

Macroscopic system is desired for large η ,
but micro system is desired for large $\Delta X/\sigma$ and ωt .

Various experimental proposals

- Atomic interferometer Bose+ (2017)

Create superposition of free-falling atoms in a Stern–Gerlach experiment, and test GIE.

 - 😊 No decoherence from external trapping potential
 - 😞 Requires quantum measurement on free-falling atoms
- BEC gas Howl+ (2021)

Quantum state of BEC gas evolves into non-Gaussian/Gaussian states under QG/CG.

 - 😊 Electromagnetic noise can be effectively suppressed using Feshbach resonance.
 - 😞 Model dependence. Requires high-precision control to prepare initial Gaussian state
- Mirrors in optomechanical system Miao+ (2020), Miki+ (2024), Kaku+ (2023), Fujita+ (2025)

Create superposition of mirrors by coupling them to quantum photon states, and test GIE.

 - 😊 Effective potential of mirrors can be freely engineered
 - 😞 Decoherence due to photon radiation pressure

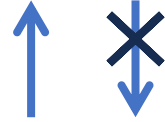
Today's talk



BMV proposals and gravitons

- What do BMV proposals tell us about gravitons or quantized gravitational field?

Newtonian gravity induced entanglement in BMV experiment



Linearized quantum gravity

This is because BMV proposals do not deal with the dynamical gravitational field.

BMV proposals basically provides novel consistency-check of linearized QG at non-relativistic, low energy scale.

If we want to learn about gravitons, we need to perform experiment in more relativistic scale.

- Some works discussing how can we relate BMV proposals and gravitons:
 - Belenchia+ 2018: Existence of graviton naturally solve the paradox in BMV proposals' setup.
 - Martìn-Martìnez, Perche 2023: Assuming linearized QG and consider the same setup as BMV proposals, resulting entanglement partially originate from vacuum fluctuation of gravitational field.
 - Carney 2021: Sufficient condition to bootstrap from BMV proposals to linearized QG.

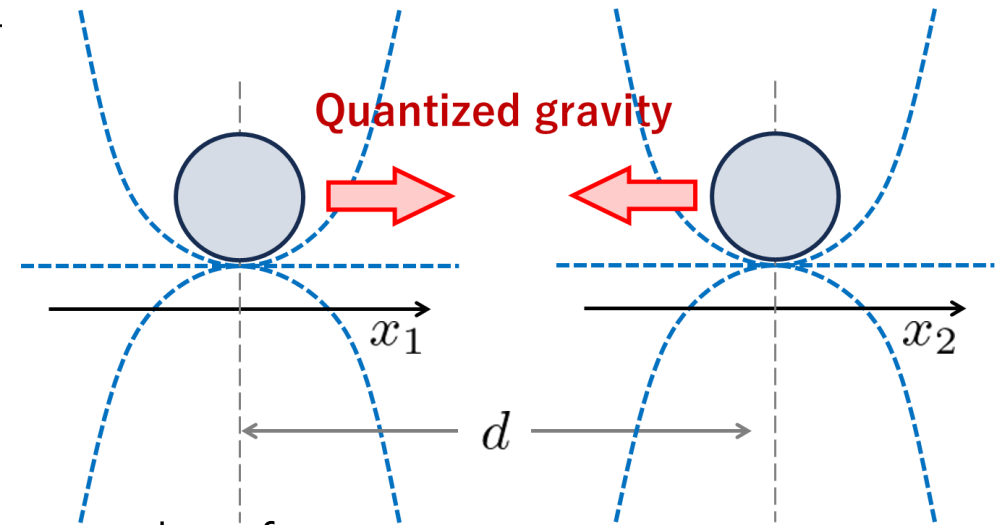
Abstract

- Let's consider 2 masses are interacting under quantized gravity

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}k_1\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}k_2\hat{x}_2^2 - \frac{Gm^2}{|d + (\hat{x}_2 - \hat{x}_1)|}$$

- 3 types of potential:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Harmonics oscillator } (k_i > 0) \\ \text{Free } (k_i = 0) \\ \text{Inverted oscillator } (k_i < 0) \end{array} \right.$$



- We will also take into account decoherence effect from random force.
- Which potential is the most feasible to detect gravity-induced entanglement?
- We will see that the inverted oscillator case ($k_1 < 0, k_2 < 0$) generates entanglement most quickly & is most resistant to decoherence!

Evaluate entanglement generation

η : gravity
 μ : random force

- λ_i dependence of entanglement generation at fixed time

From $\sigma(t)$ we can construct a logarithmic negativity $E_N(t)$

It indicates # of Bell pairs. $E_N(t) = 0$ when there is no entanglement, and it goes larger as more entanglement is produced.

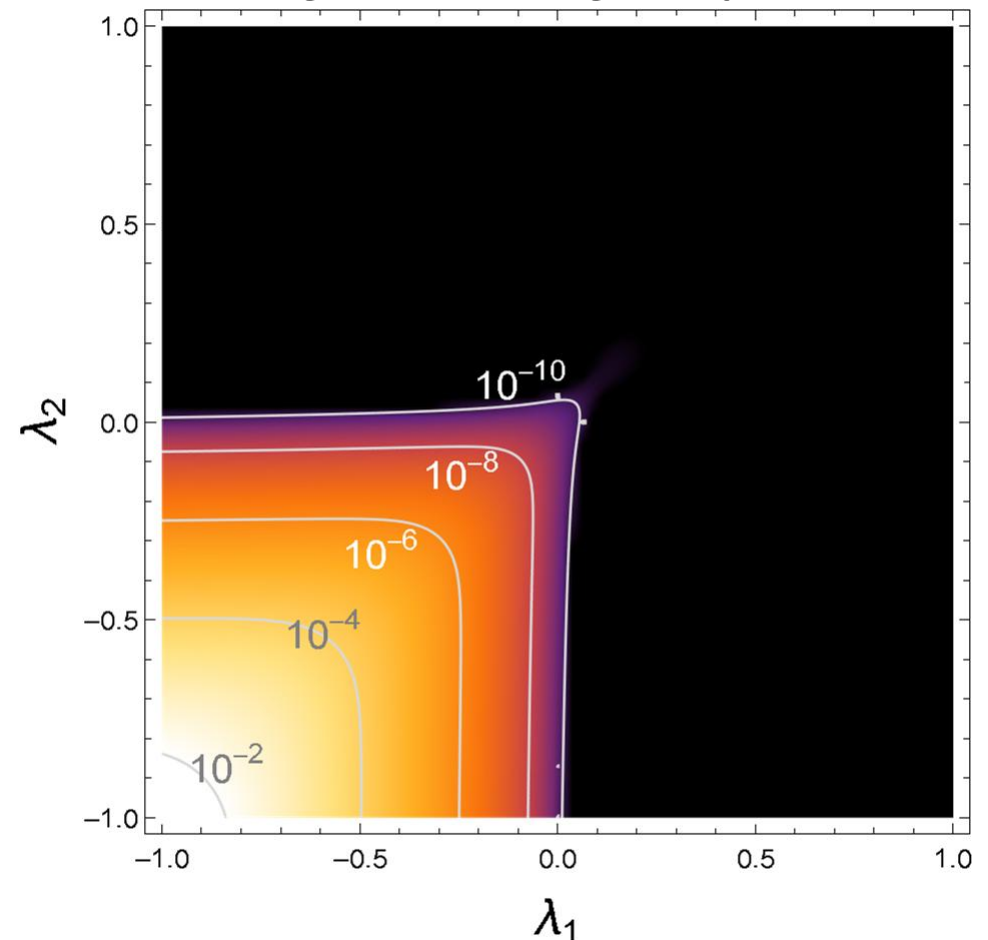
We evaluate a logarithmic negativity at fixed time

for various λ_i :

$$\left(\omega t = 13, \eta = 2\mu = 10^{-12} \right)$$

- Entanglement is most generated when both systems are inverse oscillators.
- We will focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ case from the next slide.

Logarithmic negativity



Evaluate entanglement generation

η : gravity
 μ : random force

- λ_i dependence of entanglement generation at fixed time

From $\sigma(t)$ we can construct a logarithmic negativity $E_N(t)$

It indicates # of Bell pairs. $E_N(t) = 0$ when there is no entanglement, and it goes larger as more entanglement is produced.

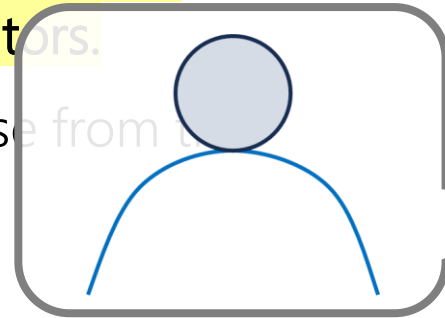
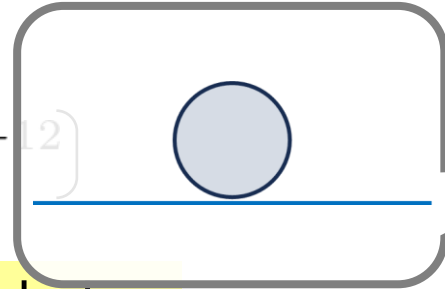
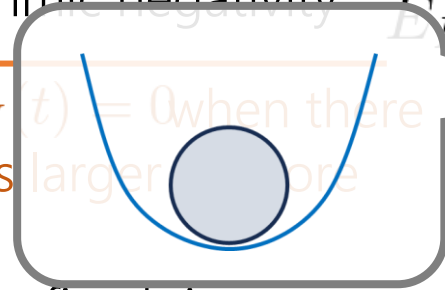
We evaluate a logarithmic negativity at fixed time

for various λ_i :

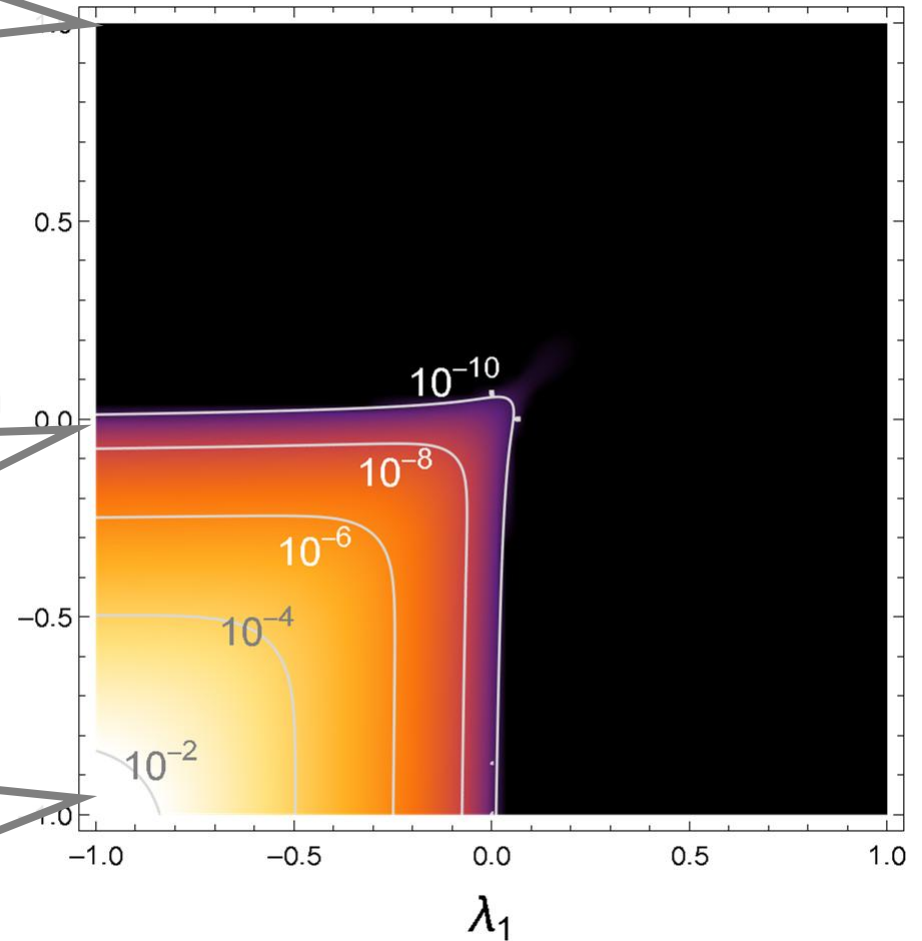
$$\left(\omega t = 13, \eta = 2\mu = 10^{-2} \right)$$

- Entanglement is most generated when both systems are inverse oscillators.

- We will focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ case from the next slide.



Logarithmic negativity



Evaluate entanglement generation

η : gravity
 μ : random force

- λ_i dependence of entanglement generation at fixed time

From $\sigma(t)$ we can construct a logarithmic negativity $E_N(t)$

It indicates # of Bell pairs. $E_N(t) = 0$ when there is no entanglement, and it goes larger as more entanglement is produced.

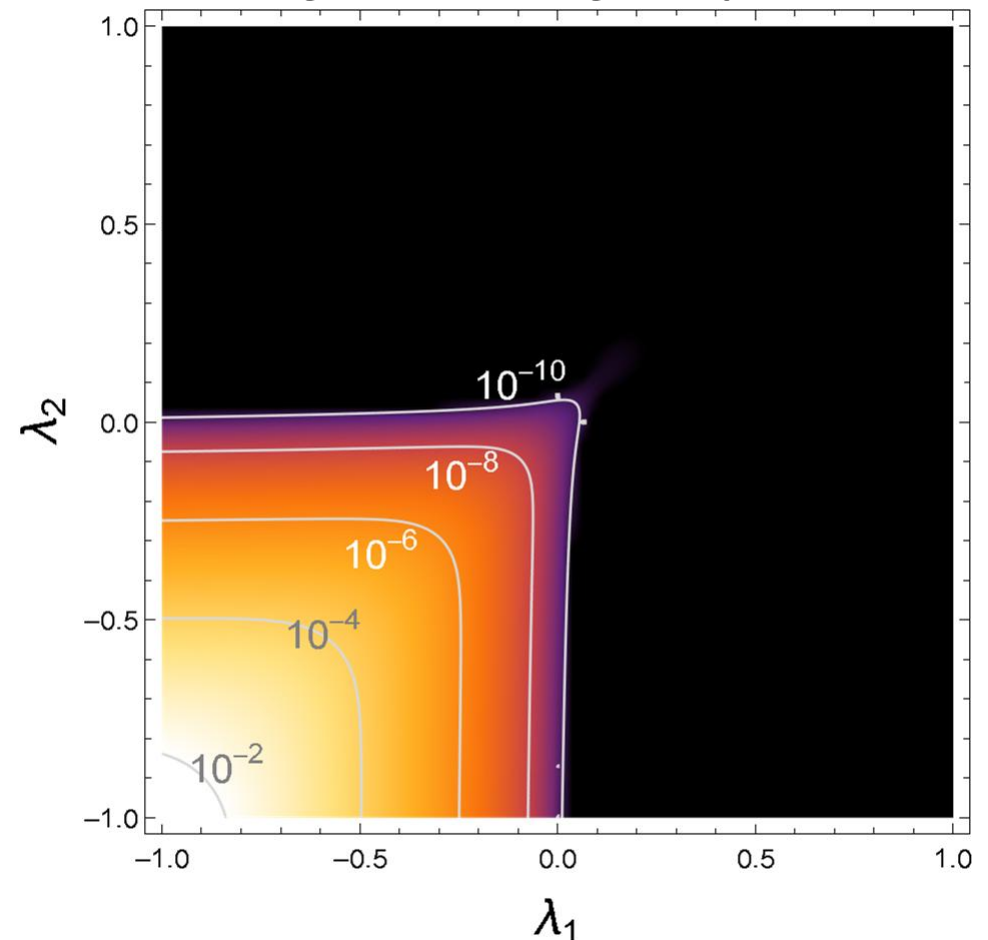
We evaluate a logarithmic negativity at fixed time

for various λ_i :

$$\left(\omega t = 13, \eta = 2\mu = 10^{-12} \right)$$

- Entanglement is most generated when both systems are inverse oscillators.
- We will focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ case from the next slide.

Logarithmic negativity



Evaluate entanglement generation

η : gravity
 μ : random force

- λ_i dependence of entanglement generation at fixed time

From $\sigma(t)$ we can construct a logarithmic negativity $E_N(t)$

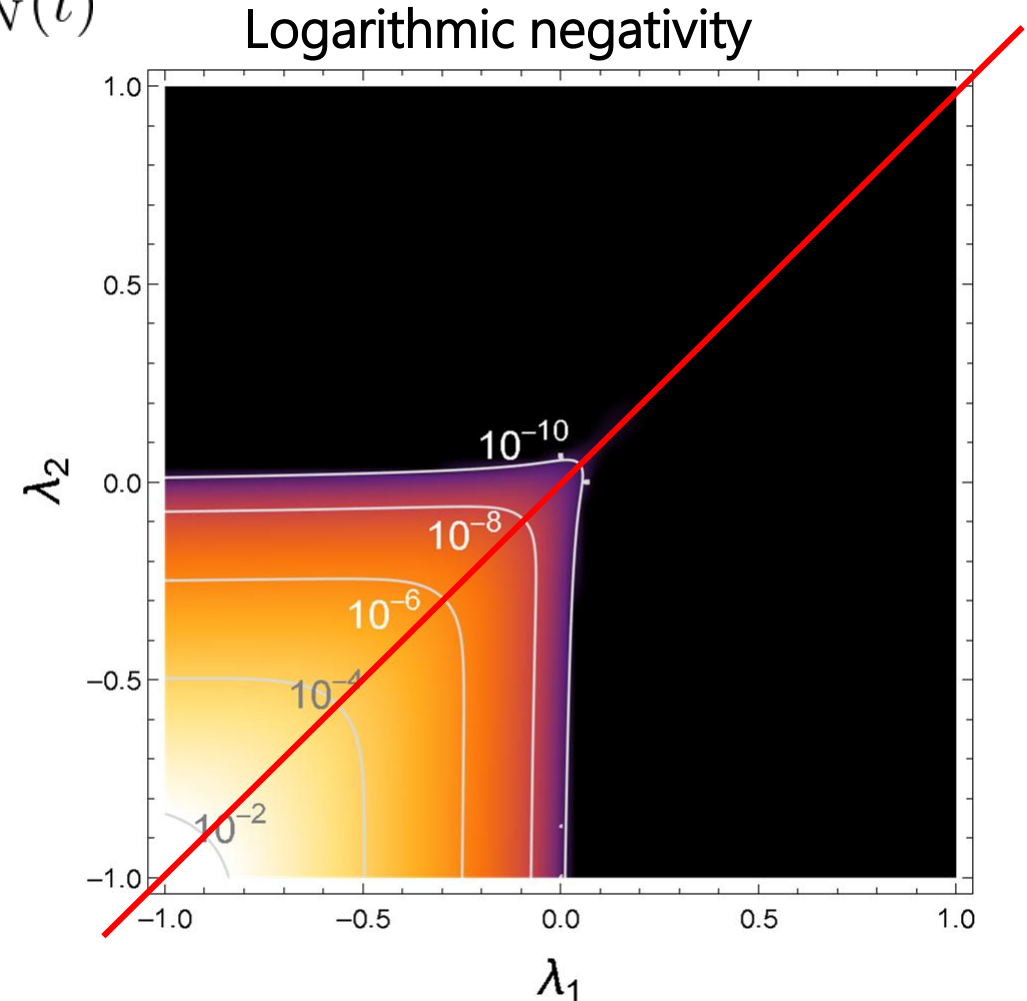
It indicates # of Bell pairs. $E_N(t) = 0$ when there is no entanglement, and it goes larger as more entanglement is produced.

We evaluate a logarithmic negativity at fixed time

for various λ_i :

$$\left(\omega t = 13, \eta = 2\mu = 10^{-12} \right)$$

- Entanglement is most generated when both systems are inverse oscillators.
- We will focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ case from the next slide.



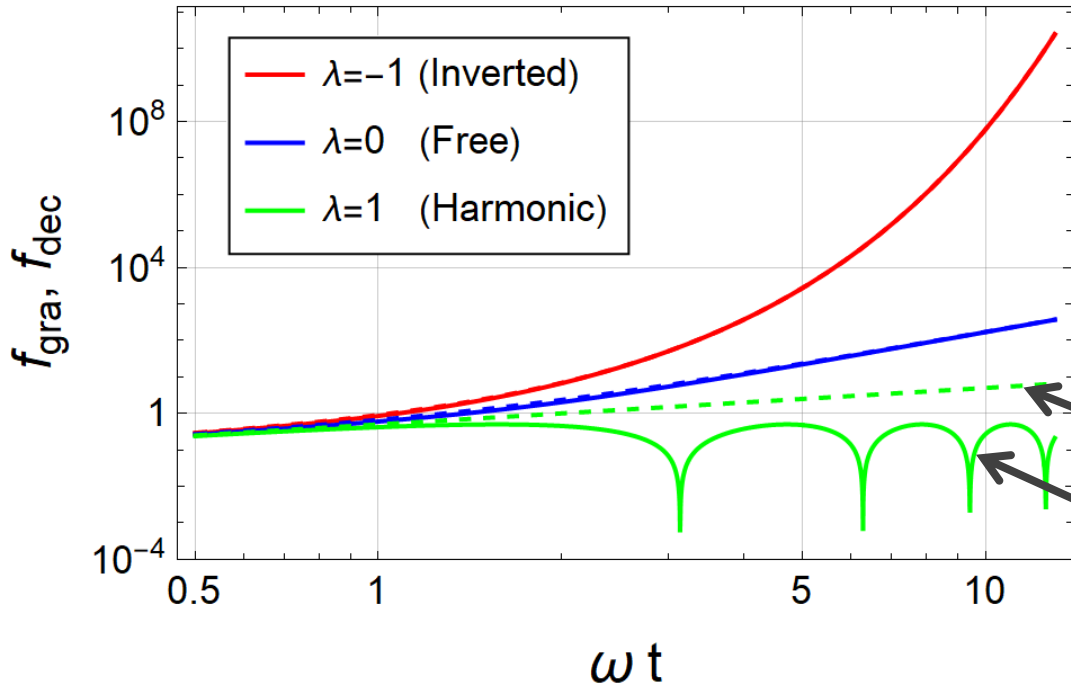
Analytic form of $E_N(t)$

$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$

If we focus on $\lambda_1 = \lambda_2$ and assume $\eta, \mu \ll 1$ a logarithmic negativity is given by

$$E_N(t) \sim \max [3 (\eta f_{\text{gra}}(t) - \mu f_{\text{dec}}(t)), 0]$$

Especially for $\omega t \gg 1$ $f_{\text{gra}}(t), f_{\text{dec}}(t)$ takes simple form:



	$f_{\text{gra}}(t)$	$f_{\text{dec}}(t)$	Behavior of $E_N(t)$
Harmonics $\lambda = +1$	$\frac{1}{2} \sin(\omega t) $	$\frac{1}{2} \omega t$	Decoherence exceed gravity, less likely to be entangled.
Free $\lambda = 0$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	$\frac{1}{6} (\omega t)^3$	If $\eta > \mu$, entanglement increases by power laws
Inverse $\lambda = -1$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	$\frac{1}{8} e^{2\omega t}$	If $\eta > \mu$, entanglement increases exponentially

Dashed line: $f_{\text{dec}}(t)$

Solid line: $f_{\text{gra}}(t)$

Time scale to get entangled

$\left(\begin{array}{l} \eta : \text{gravity} \\ \mu : \text{random force} \end{array} \right)$

- Time scale to obtain sufficient entanglement for $\lambda = 0$ and $\lambda = -1$.

We first introduce the following parameter:

$$\epsilon := \frac{\eta - \mu}{\eta} \quad : \text{Indicates how much gravity is stronger than random force.}$$

$(0 \leq \epsilon \leq 1)$

↖ Requirement from $E_N(t) \geq 0$

Then, the time scale to obtain $E_N(t) = 0.01$ for $\omega = 1$ kHz is given by

$$\tau_{\text{ent}} \simeq \begin{cases} 4.2 \epsilon^{-1/3} \text{ sec} & (\lambda = 0) \\ 1.3 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-4} \log [\epsilon^{-1}] \text{ sec} & (\lambda = -1) \end{cases}$$

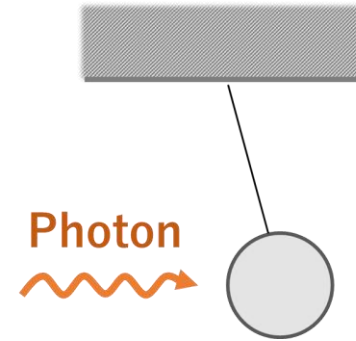
- For $\epsilon = 1$ (no random force), $\lambda = -1$ is 300 times faster than $\lambda = 0$
- $\lambda = -1$ is less affected by smallness of ϵ
→ Inverted oscillator is more resistant to decoherence!

How to realize inverted oscillator?

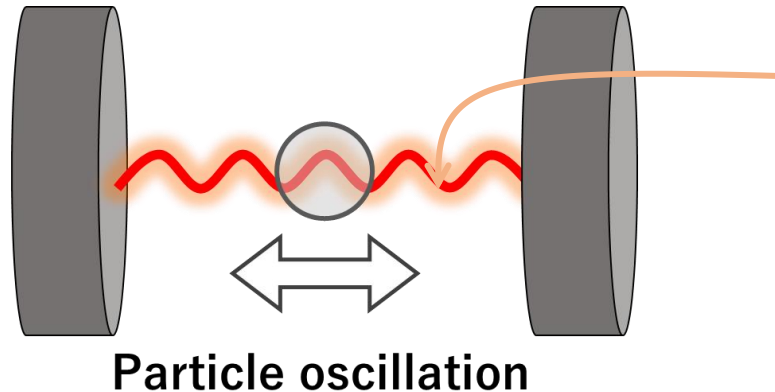
Wistone+ (2023)
Grier (2003)

- Optomechanics

Method to control mechanical system
(atom, mirror etc.) with photon radiation pressure.

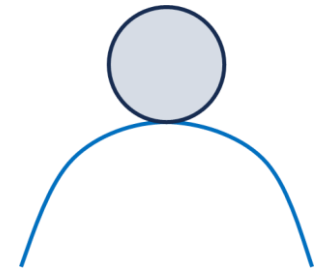


- Conventional method to trap a particle using cavity optomechanics



Laser beam

If it is red detuned, particle feels
inverse oscillator potential!

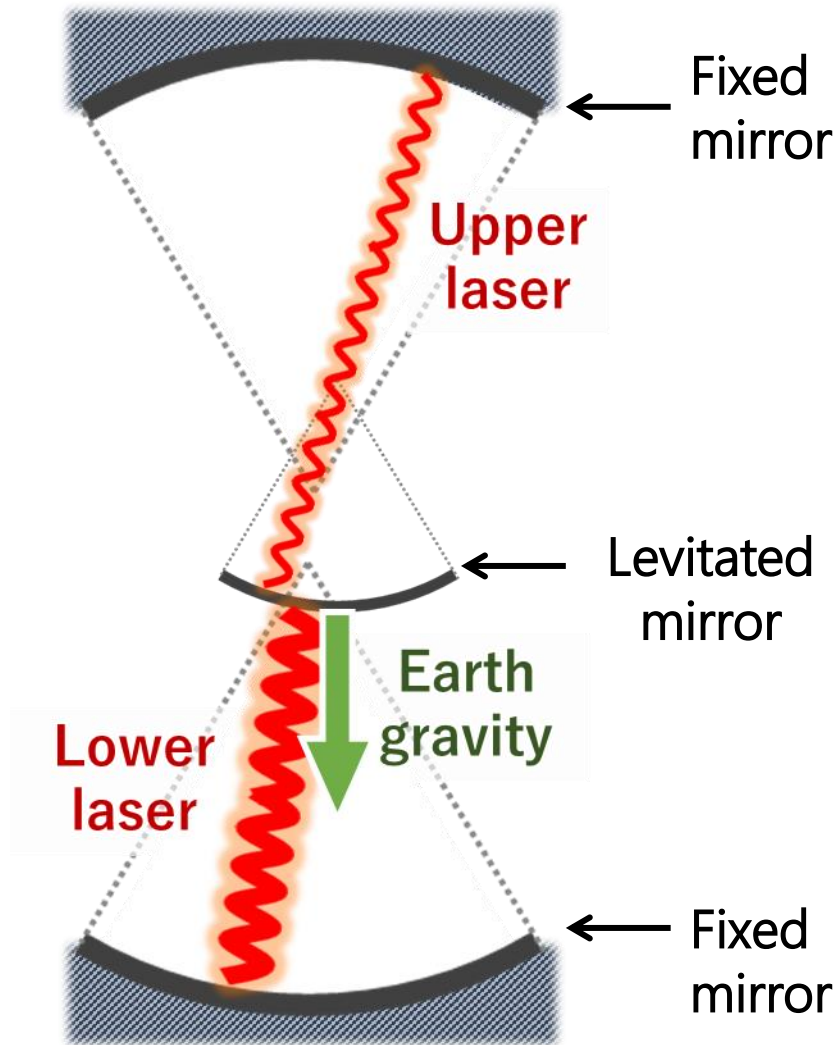


However...

- Trapped particle is about nanogram scale, which is too light to see gravitational signal.
- Laser shot noise cause terribly large decoherence.

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration Michimura+ (2017)



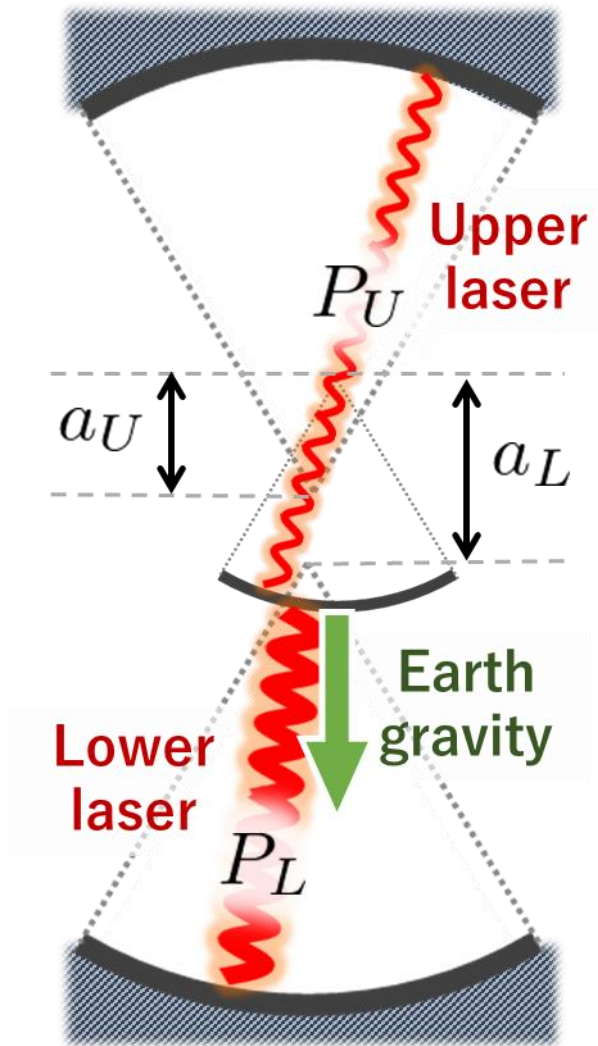
We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration

Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

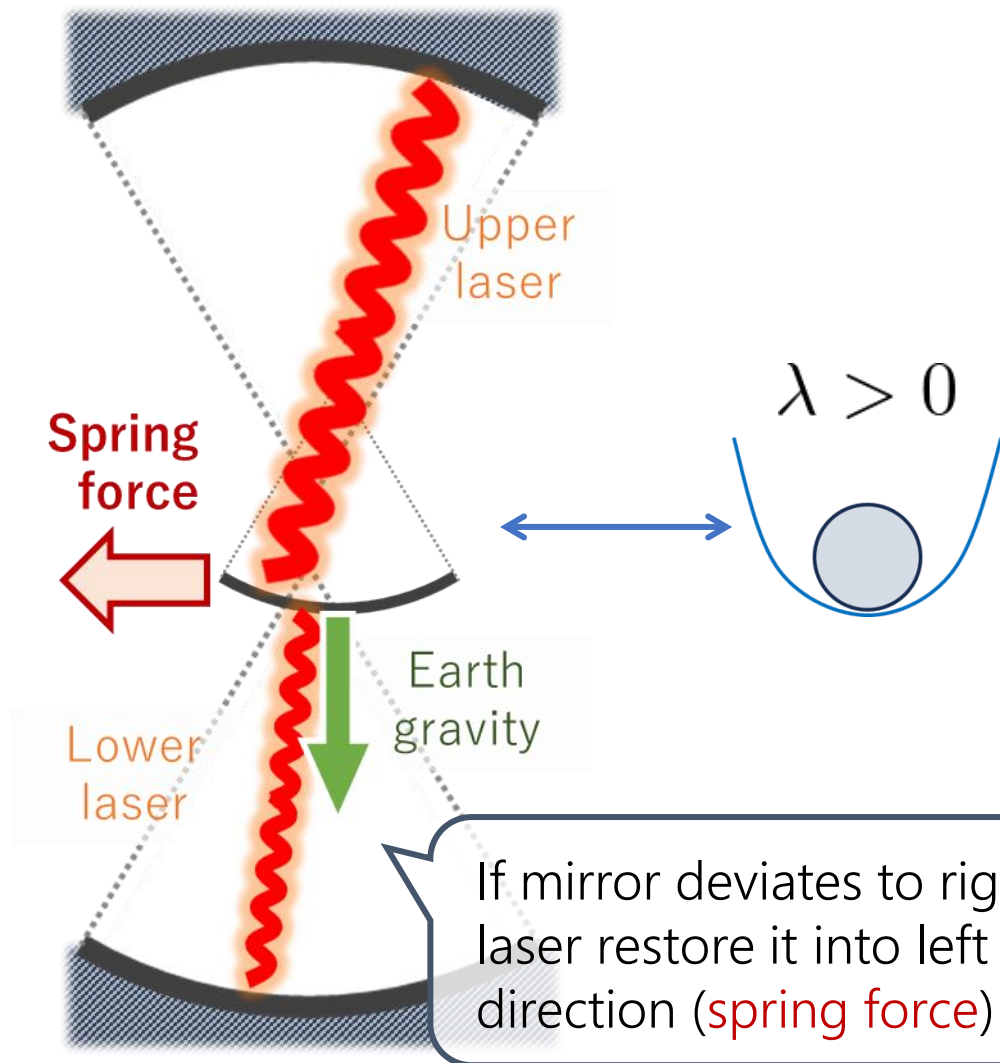
The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power:

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \Leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \Leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

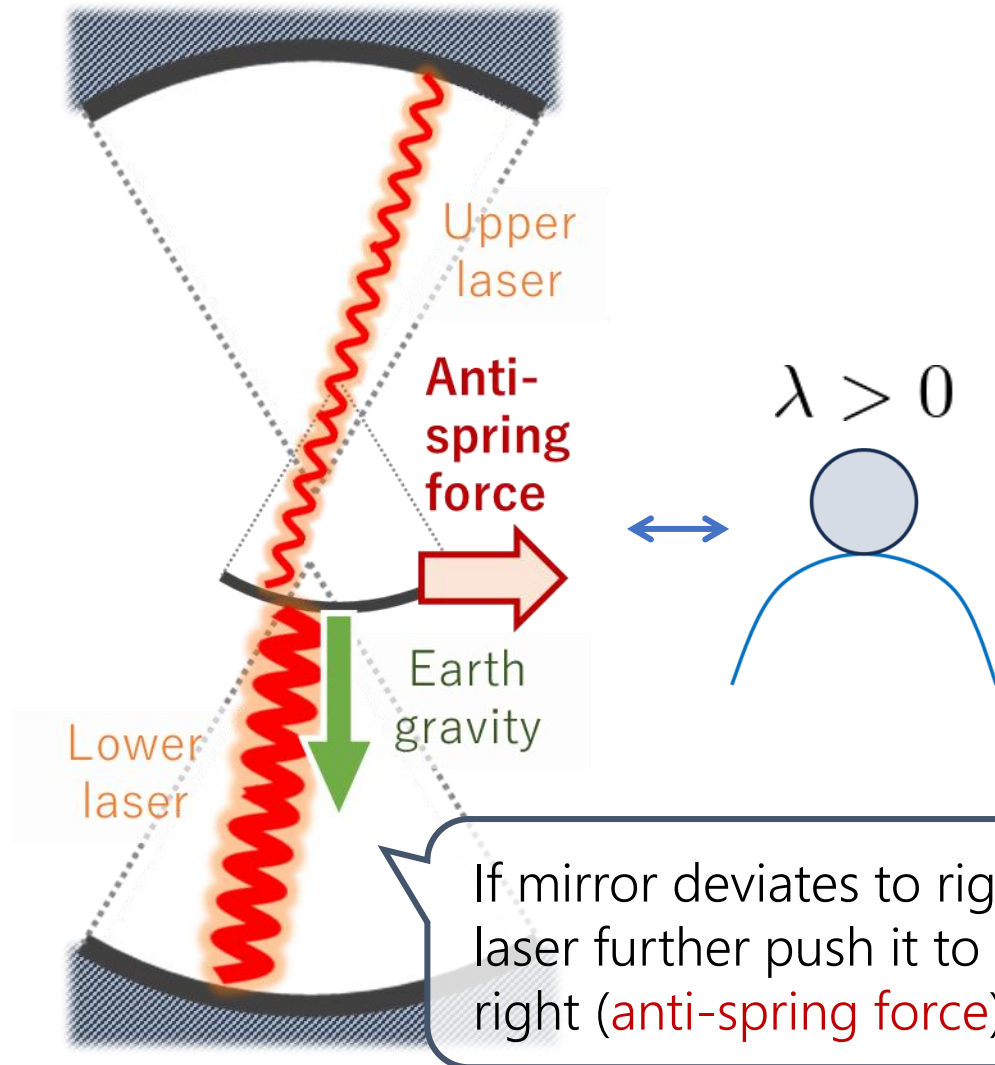
Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power:

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \Leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \Leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration

Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

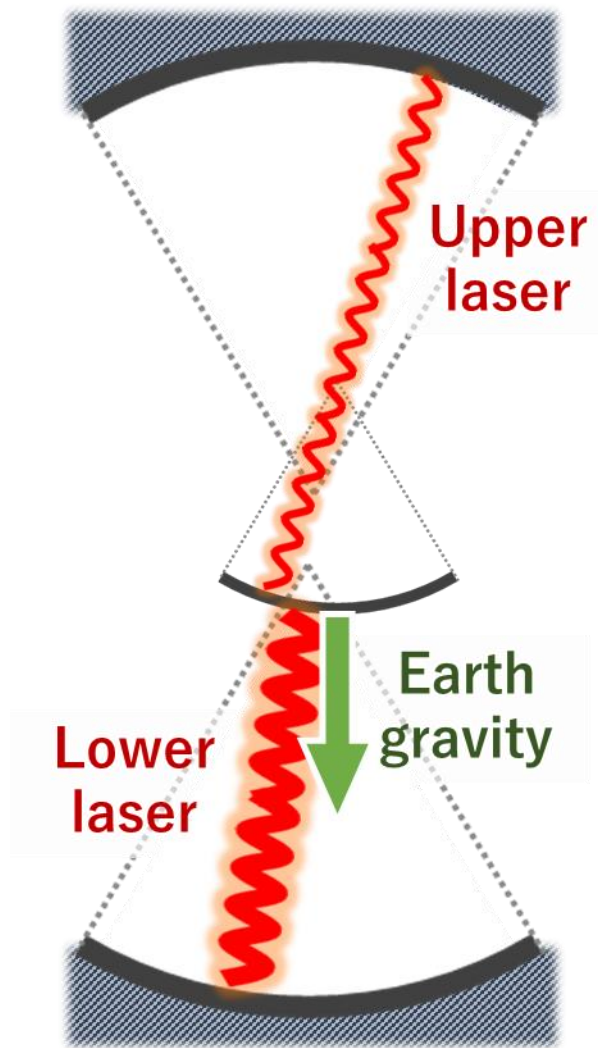
The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power:

$$\begin{cases} P_U/a_U - P_L/a_L > 0 & \Leftrightarrow & \lambda > 0 \\ P_U/a_U - P_L/a_L < 0 & \Leftrightarrow & \lambda < 0 \end{cases}$$

How to realize inverted oscillator?

- Improved method to trap a mirror in sandwich configuration Michimura+ (2017)



We consider small mirror sandwiched by 2 fixed mirrors in a vertical direction.

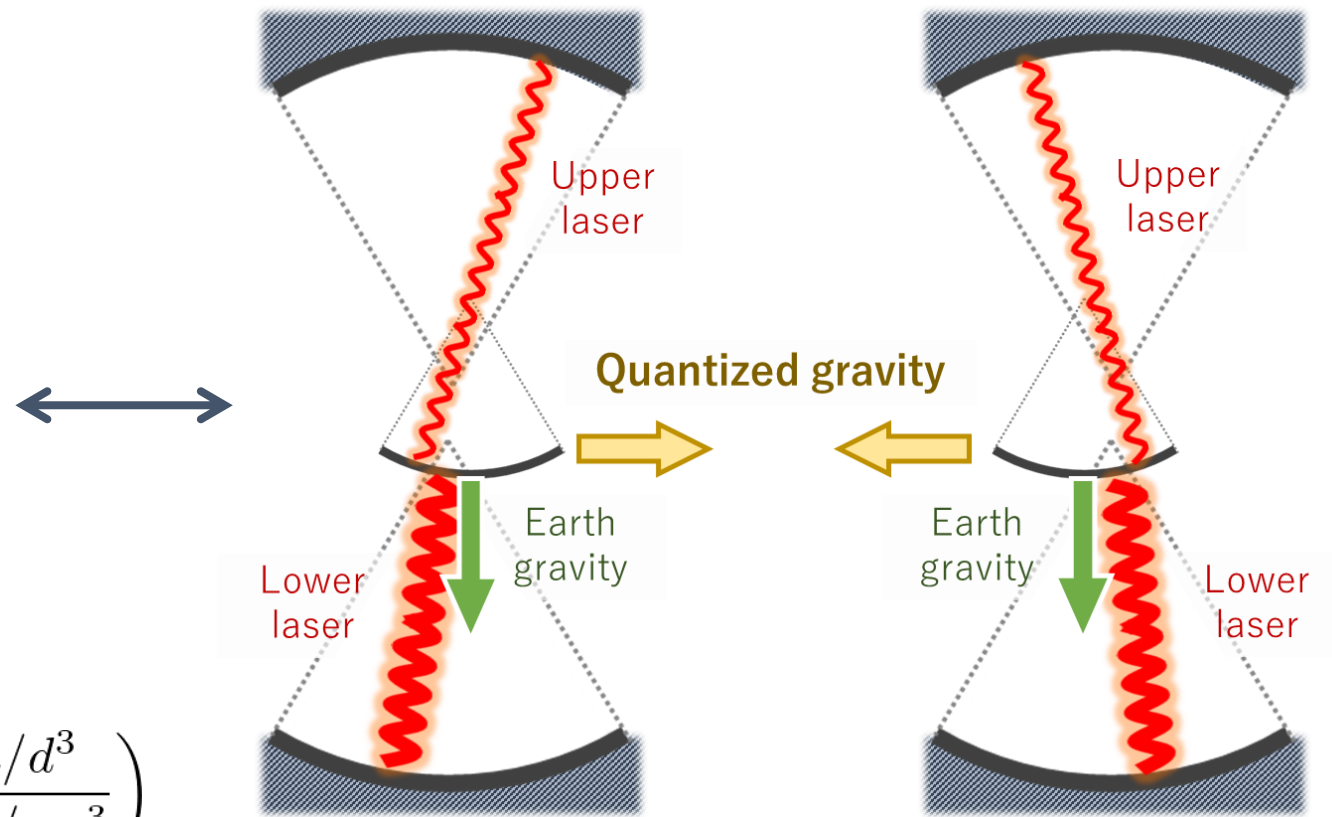
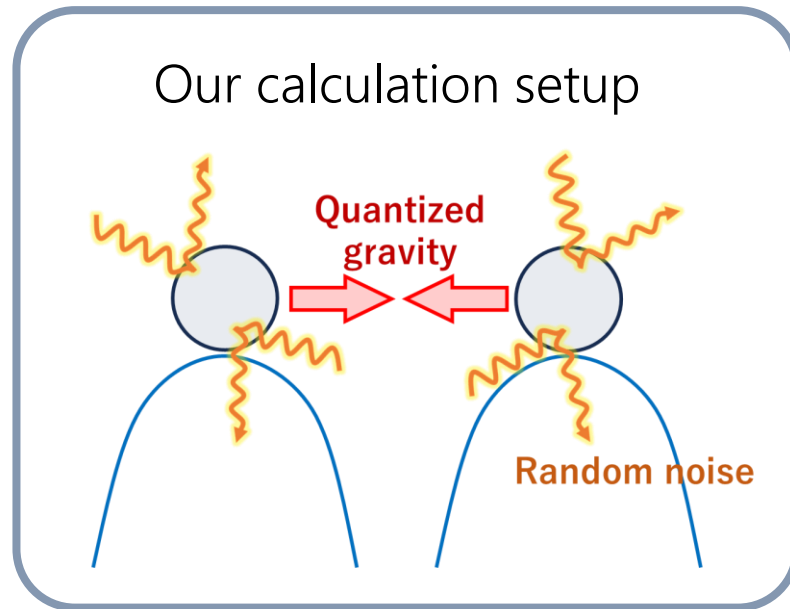
The levitated mirror keeps its balance among the earth gravity + upper & lower laser pressure.

Trapping potential of the levitated mirror is controlled by laser power.

This setup overcomes the previous issues:

- Mirror mass could be milligram scale!
- Since laser beam is almost orthogonal to the mirror motion, laser shot noise decoherence is almost negligible!

Feasible setup to detect gravity-induced entanglement



$$\left\{ \begin{array}{l} \eta := \frac{2Gm}{\omega^2 d^3} = 2.7 \times 10^{-13} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{m/d^3}{2 \text{ g/cm}^3} \right) \\ \mu_{\text{shot}} = 2.5 \times 10^{-14} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^3 \left(\frac{a_L}{2 \text{ mm}} \right)^{-1} \left(\frac{m}{0.1 \text{ mg}} \right)^{-1} \left(\frac{\omega_{\text{in}}}{1 \text{ MHz}} \right)^{-2} \end{array} \right.$$

Gravity exceeds random noise and gravity-induced entanglement grows exponentially!