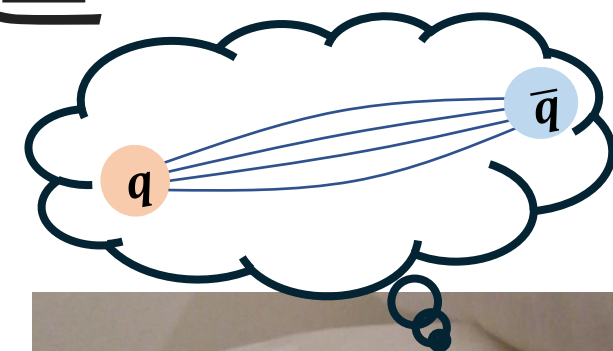


クォーク・グルーオンの 物理とその真空構造

林優依 (京大基研)

素粒子・宇宙論セミナー@東京女子大学

May 17, 2024



Tokyo Woman's Christian University
東京女子大学

Contents

1. Backgrounds [クォークとグルーオンの物理: QCD] (8 pages)
2. Introduction [QCDの真空構造] (4 pages)
3. 研究紹介(まとめ) (2 pages)
4. 研究紹介(詳細) (8 pages)
5. Summary

一般向け

院生～専門の方向け
大筋は一般向け

残った時間で好きに話します

Semiclassics for QCD via T^2 compactification
based on YH and Y. Tanizaki, [arXiv:2402.04320 [hep-th]]

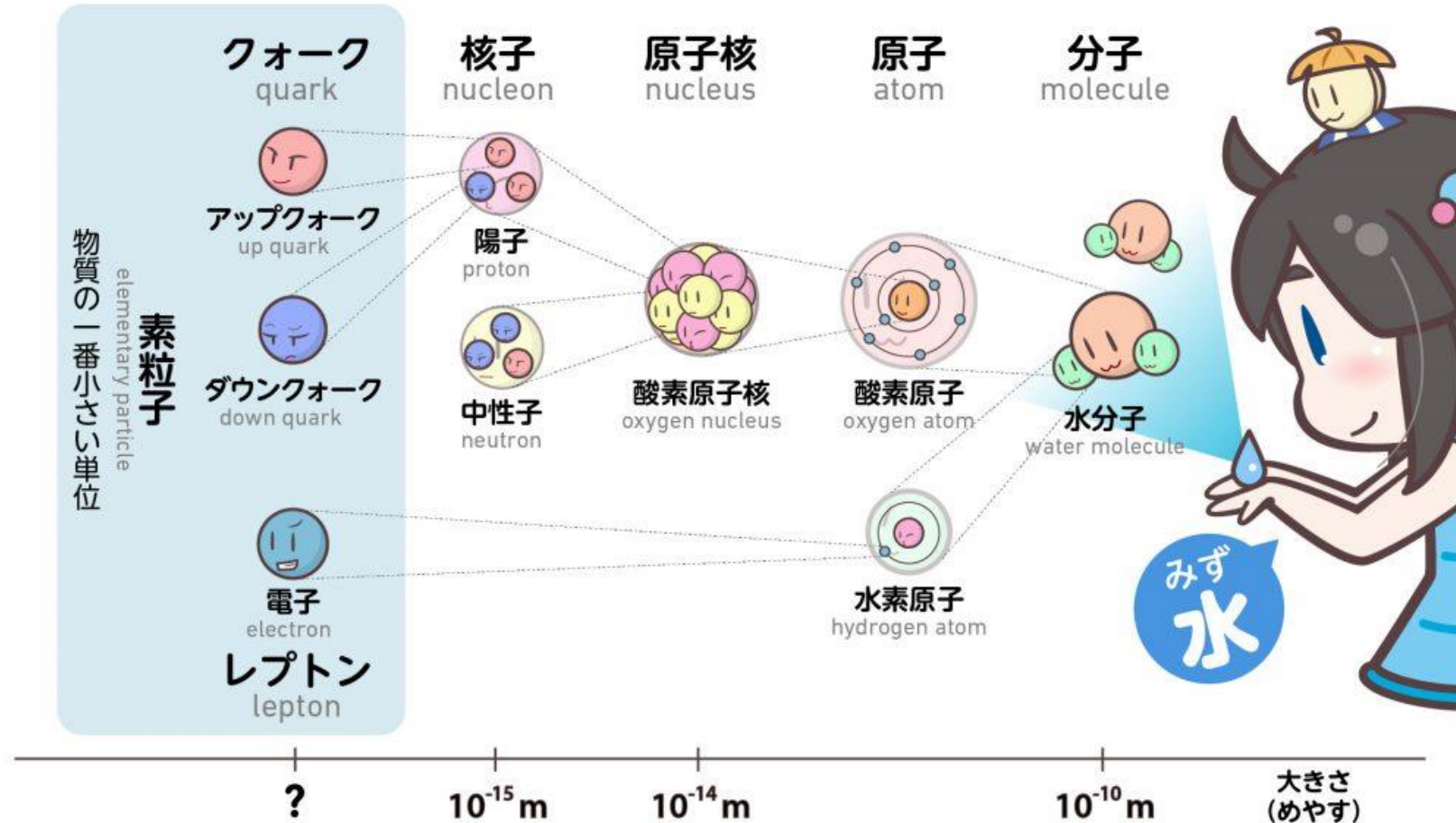
Contents

1. Backgrounds [クォークとグルーオンの物理: QCD] (8 pages)
2. Introduction [QCDの真空構造] (4 pages)
3. 研究紹介(まとめ) (2 pages)
4. 研究紹介(詳細) (8 pages)
5. Summary

素粒子: 物質の根源

小さい

大きい



標準模型の素粒子たち

(人類に手の届くエネルギー
スケールまでの) 物理をほぼ的
確に記述するすごい模型

物質粒子 matter (fermions)

	1 世代	2 世代	3 世代
クォーク quarks	 アップ クォーク	 チャーム クォーク	 トップ クォーク
	 ダウン クォーク	 ストレンジ クォーク	 ボトム クォーク
	 電子	 ミュー粒子	 タウ粒子
レプトン leptons	 電子 ニュートリノ	 ミュー ニュートリノ	 タウ ニュートリノ

ゲージ粒子 gauge bosons

電磁気力 electromagnetic	 光子 (フォトン)
強い力 strong	 グルーオン
弱い力 weak	 ウィークボソン
	 ヒッグス粒子 Higgs bosons

Taken from Higgstan.com

QCD: クォークとグルーオンの物理

QCD(Quantum ChromoDynamics, 量子色力学)

QCD = SU(3) gauge theory (gluons)
+ fundamental fermions (quarks)

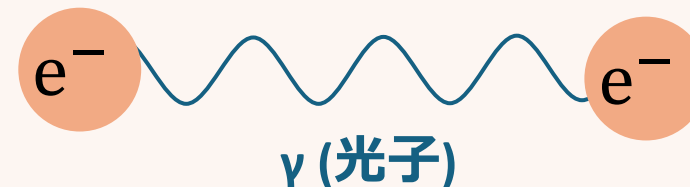
電子・光子の理論
(電磁気) を複雑にし
たもの

クォークとグルーオンの理論



力を媒介する粒子: グルーオン
クォーク: “色荷 (赤, 青, 緑)”

Cf.) 電磁気力



力を媒介する粒子: 光子
電子: 素電荷

グルーオンはすごい

- 光子と違い, 自己相互作用する
(← グルーオンが色荷を持つ/
ゲージ群の非可換性)

2004年ノーベル賞

- 「**漸近自由性**」 [Gross-Wilzeck '73; Politzur '73]:
高エネルギー (近距離) で弱結合
低エネルギー (遠距離) で強結合

自己相互作用で遮蔽の逆がおきる!

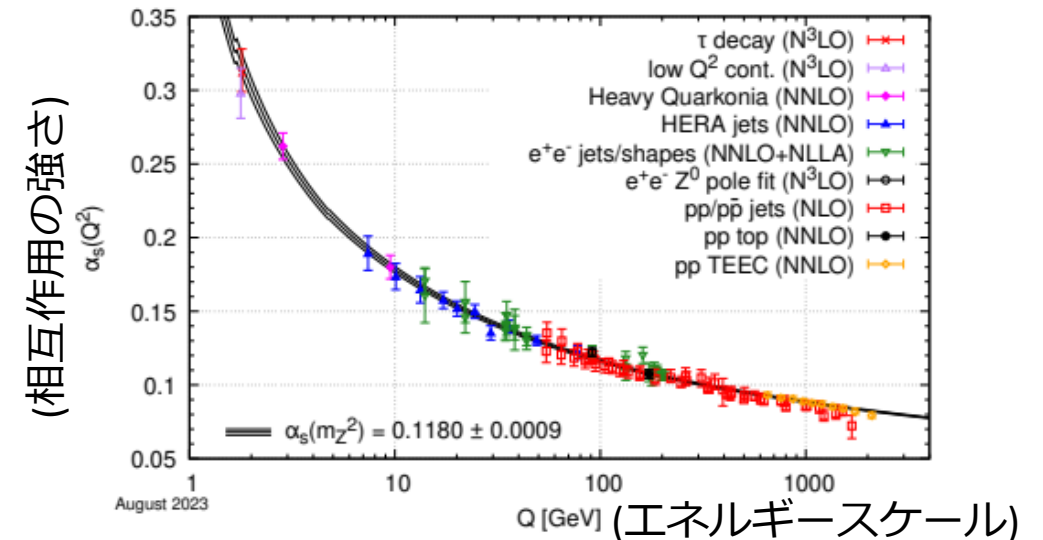
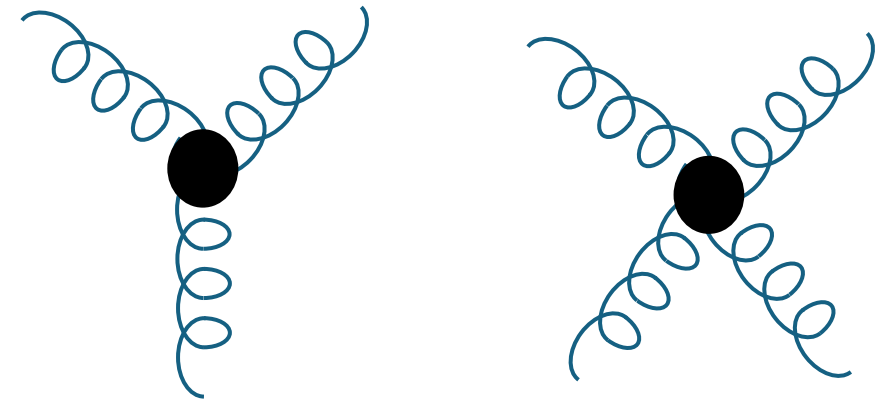


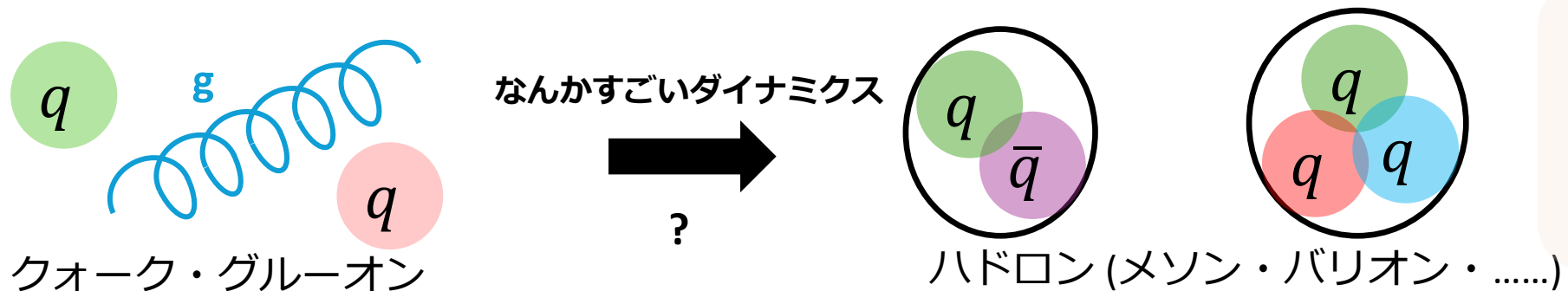
Figure 9.5: Summary of determinations of α_s as a function of the energy scale Q compared to the running of the coupling computed at five loops taking as an input the current PDG average, $\alpha_s(m_Z^2) = 0.1180 \pm 0.0009$. Compared to the previous edition, numerous points have been updated or added. Taken from Review of Particle Physics (PDG), R.L. Workman et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2022**, 083C01 (2022) and 2023 update

実はぜんぜんわかってない

強結合 \Rightarrow 難しい その極み: カラー閉じ込め

カラー閉じ込めの問題 (長年の未解決問題)

「なぜカラーをもったクォークやグルーオンは観測されず、カラーを持たない複合粒子 (ハドロン) としてのみ観測されるのか」これをQCDから説明せよ



「グルーオンだけの理論を定義して、その理論に存在する粒子の質量が正であること」を数学的に厳密に示せたら賞金100万ドル (ミレニアム問題)

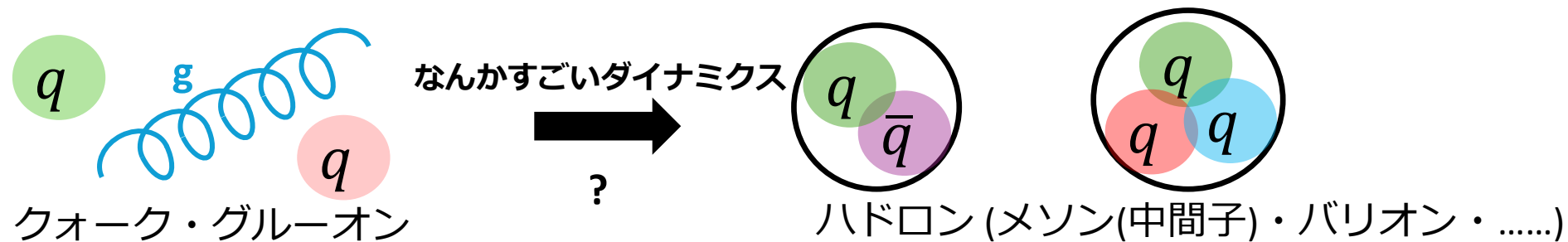
「QCDに物理的にどんな粒子がいるのか」を理論的にちゃんということすら困難!

実はぜんぜんわかってない その2

物質の質量の～98%の起源！

アップクォーク・ダウンクォークの自身の質量 ～数 MeV

陽子[uud]・中性子[udd]の質量 ～ 1 GeV (= 1000 MeV) **質量はどこから？**



期待していること: この「なんかすごいダイナミクス」で「(近似的な)カイラル対称性の自発的破れ[Nambu-Jona-Lasinio '61]」がおきる

・クォークが大きな質量を獲得

2008年ノーベル賞

・自発的対称性の破れに伴う軽い粒子: π 中間子

(strange quarkも軽いと思うと π, η, K 中間子)

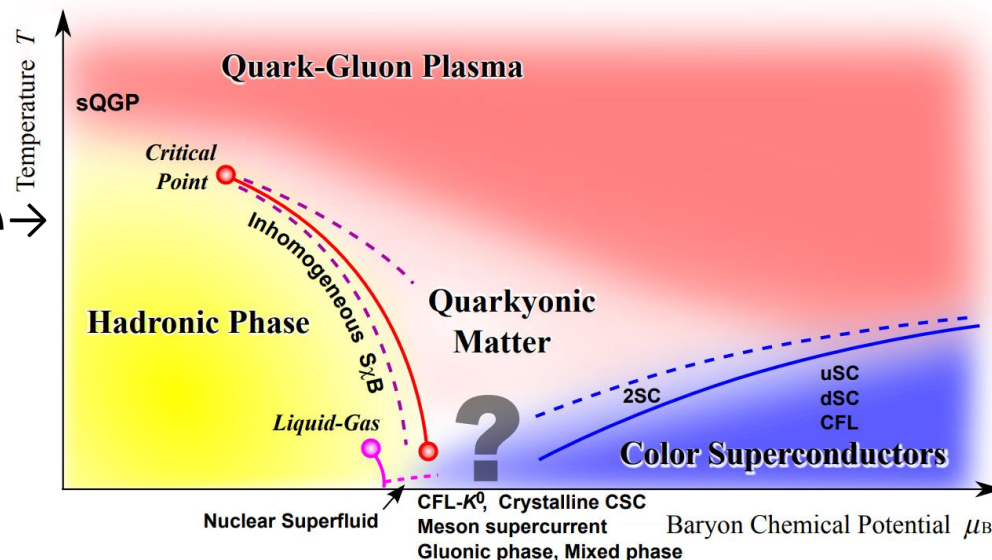
カイラル対称性: フェルミオンに質量がないことを特徴づける対称性 (u, d, (s) クォークは比較的軽いので, ゼロ質量に近似される)

【余談】 QCD frontier: 極限物質の物性理論

現代の「原子核理論」という分野は広い:

原子核理論 \supset 核子多体 + ハドロン + **クォーク・グルーオン** (素粒子論との境界領域)

Main focus: QCD phase diagram



QCDは難しい: 研究手法

- ・ 格子に区切って数値計算 (格子QCD)
- ・ それっぽい模型で計算する
- ・ 理論をがんばる

Keywords: 初期宇宙・中性子星
・ 重イオン衝突.....

[Taken from Fukushima-Hatsuda '10]

Summary of Backgrounds

理論の形式は電子・光子の物理と同じだが、chargeの構造が複雑(電荷の代わりに「色荷」)

- QCD: クォーク・グルーオンの物理

- **漸近自由性: 低エネルギーで強結合 (難しい)**

「低エネルギーQCDを理解する」ことは非常に難しく、素粒子・原子核理論の最大の問題の1つ その最たるもの:

- **カラー閉じ込め/クォーク閉じ込め:**

クォークやグルーオンなどカラーを持った自由度は観測されず、陽子や中性子といった、カラーを持たない複合粒子(ハドロン)としてしか観測されない。

- **カイラル対称性の自発的破れ:**

「なぜ陽子・中性子はクォークよりはるかに重いのか？」 「なぜ特定の間接子(中間子)はほかのハドロンに比べてとても軽いのか？」

- **QCDというシンプルな理論から豊かな物理**

(真空の性質(閉じ込め/カイラル対称性の自発的破れ)から初期宇宙・中性子星まで)

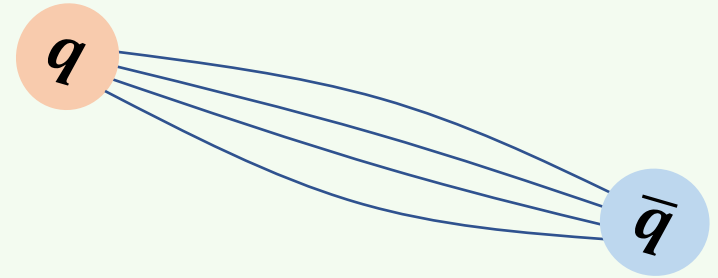
Contents

1. Backgrounds [クォークとグルーオンの物理: QCD] (8 pages)
2. Introduction [QCDの真空構造] (4 pages)
3. 研究紹介(まとめ) (2 pages)
4. 研究紹介(詳細) (8 pages)
5. Summary

Topological something is important

クォーク閉じ込めの有名なシナリオ: **双対超伝導描像**

[Nambu '74, 't Hooft '75, Mandelstam '76]



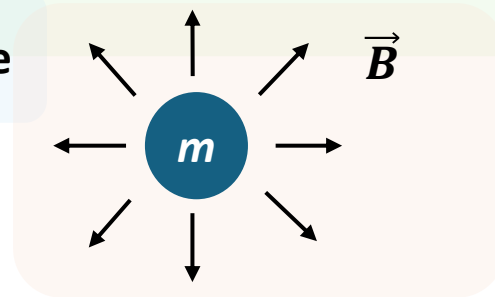
「クォークを単独で取り出すことができない」

⇒ (電磁気との類推で) クォークから出る**(カラー)電気力線が絞られてそう**

似てる現象: 超伝導物質 (Cooper pairが凝縮した相) で磁束が絞られる

⇒ **(カラー)磁気的なもの**が凝縮して, **超伝導の電磁双対版**が起きているのでは?

(color) magnetic monopole



大雑把な共通見解:

いろんなシナリオはあるが, 共通して, クォーク閉じ込めには**topological defect (monopole, vortex,)**が**大事**

Vacuum structure of Yang-Mills theory (gluon)

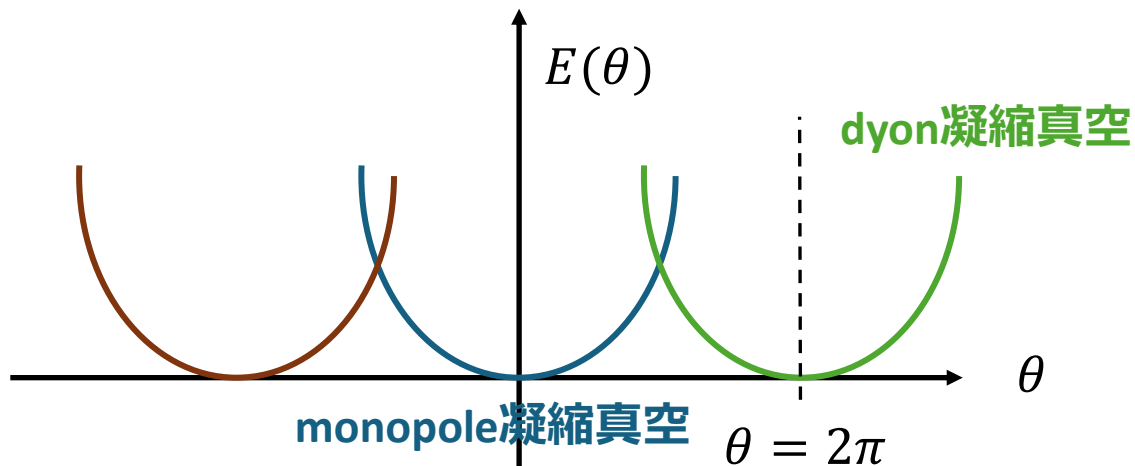
- 理論のトポロジカルな性質を見る: θ 項を加えてみる

$$S = \int d^4x \frac{1}{4g^2} f_{\mu\nu}^a f_{\mu\nu}^a + i\theta Q_{top}$$

$$Q_{top} = \frac{1}{32\pi^2} \int d^4x \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} f_{\mu\nu}^a f_{\rho\sigma}^a \in \mathbb{Z}$$

$\vec{E} \cdot \vec{B}$ みたいな項
 \Rightarrow monopoleが電荷を獲得する
 ("dyon")

- Yang-Mills理論 (グルーオンだけの理論) の期待される真空構造:



Multi-branch structure

monopole凝縮真空

\rightarrow dyon凝縮真空 \rightarrow

最近の言葉: $\mathbb{Z}_N^{[1]}$ symmetryのSPT phaseとして区別される; $\theta \rightarrow \theta + 2\pi N$ で元の真空に戻ることが期待される

Low-energy effective theory: chiral Lagrangian

$N_f = 3$: π, K, η 中間子の模型

• よく使われるQCDの低エネルギー有効理論: $SU(N_f)$ Chiral Lagrangian

軽い中間子: (近似的な) $SU(N_f)_{\text{chiral}}$ の自発的破れに伴うNambu-Goldstone boson

$$\Rightarrow S[U] = \int d^4x \frac{1}{4} f_\pi^2 \text{tr} \left(\partial_\mu U^\dagger \partial_\mu U \right) - \text{tr} (MU) + c.c.$$

quark mass由来のmass matrix

• θ 項は?

慣習的には, 少し重い η' 中間子も入れて $U(N_f)$ chiral Lagrangianに拡大して, アノマリー由来のmass termを入れる

$N_f = 3$: π, K, η, η' 中間子の模型

$$\Rightarrow S[U] = \int d^4x \frac{1}{4} f_\pi^2 \text{tr} \left(\partial_\mu U^\dagger \partial_\mu U \right) - \text{tr} (MU) - \Delta e^{-i\theta} \det(U) + c.c.$$

η' massの入れ方にも任意性が残る
(cf.) Large-N では $\log \det(U)$

あいまいな疑問:

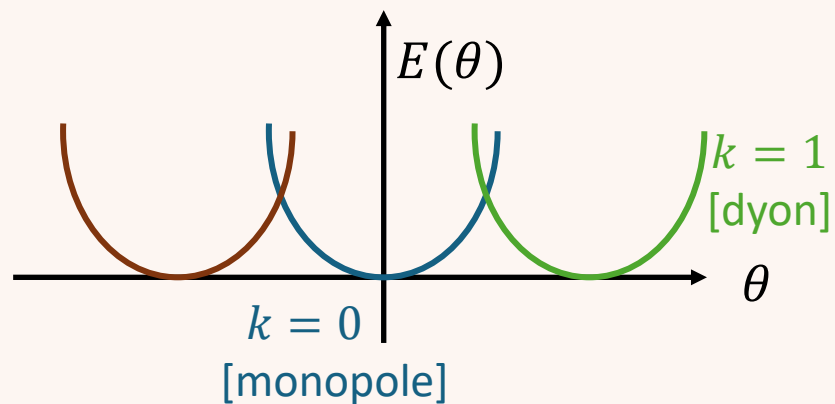
Yang-Mills理論(グルーオンのみの理論)の真空構造と相性が悪そう?

e.g.) カラーの数の情報が完全に失われている, (模型の適用範囲外だが) quarkが重い極限での真空構造が違う

Summary of Introduction

トポロジカルな構造が大事 \Rightarrow θ 項を加えて、理論がどう変わるか見てみる

SU(N) Yang-Mills理論の真空構造 (gluonだけの理論)



- $\theta \rightarrow \theta + 2\pi$ で別の真空に移る
- $\theta \rightarrow \theta + 2\pi N$ で元の真空に戻る

QCDの低エネルギー有効理論



クォーク・グルーオン

軽い中間子(π meson, ...)

よく使われる理論: (カイラル対称性の自発的破れに伴う) **軽い中間子の模型**
 θ 項: 慣習的に、少し重い η' 中間子も加えてそれっぽく入れる

整合的か？

Contents

1. Backgrounds [クォークとグルーオンの物理: QCD] (8 pages)
2. Introduction [QCDの真空構造] (4 pages)
3. 研究紹介(まとめ) (2 pages)
4. 研究紹介(詳細) (8 pages)
5. Summary

今回の研究 (方針) [arXiv:2402.04320 [hep-th]] w/ 谷崎さん (京大基研)

Motto:

閉じ込めの本質を失わずに，簡単な理論に変形してから「解く」



方針:

QCD on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ with 't Hooft flux (+ baryon magnetic flux) で半古典的な解析をする.

~ "鞍点近似"
(非摂動的寄与がとりこめる)

Small T^2 (短距離のスケールが入る)
で弱結合になる
[でも普通にやると"非閉じ込め"]

Small T^2 でも閉じ込めを維持
するような特殊な"境界条件"

$\mathbb{R}^2 \times T^2$



今回の研究 (結果)

[arXiv:2402.04320 [hep-th]] w/ 谷崎さん (京大基研)

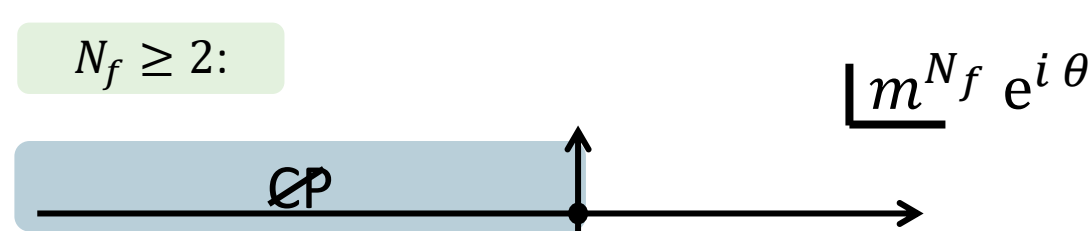
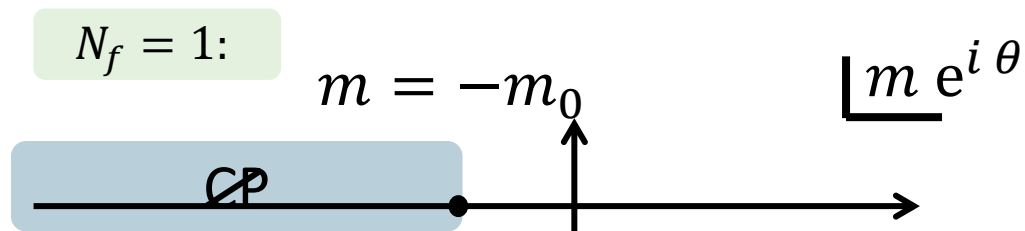
方針:

QCD on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ with 't Hooft flux (+ baryon magnetic flux) で半古典的な解析をする。
→ 低エネルギー (長距離) の物理を記述する2次元理論が手に入る。

結果:

- 2d effective theory = chiral Lagrangianの2次元版 (+ periodicity-extended η')
 - この2d effective theoryは, 期待されるQCDの真空構造を説明する。
 - η' がYang-Millsの真空のラベルを”食べて”周期が伸びている
- ⇒ 教訓: 周期を伸ばした η' (と, 伸びた周期に対応した質量項) を用いることで, chiral LagrangianがYang-Millsの真空構造と整合的になる!

$$\begin{aligned}\eta' &\sim \eta' + 2\pi \\ \Rightarrow \eta' &\sim \eta' + 2\pi N\end{aligned}$$



Contents

1. Backgrounds [クォークとグルーオンの物理: QCD] (8 pages)
2. Introduction [QCDの真空構造] (4 pages)
3. 研究紹介(まとめ) (2 pages)
4. 研究紹介(詳細) (8 pages)
5. Summary

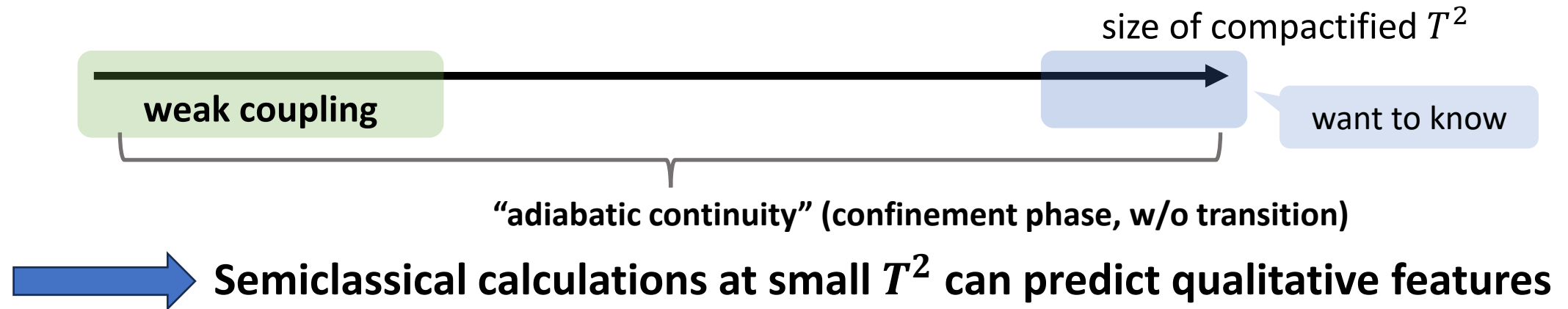
Methodology: Semiclassics on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ with 't Hooft flux

Main ansatz: adiabatic continuity conjecture

theory on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ with 't Hooft flux (small T^2)

\approx

theory on \mathbb{R}^4



✓ this method successfully gives a reasonable picture for confining vacuum in SU(N) YM, SU(N) N=1 SYM, QCD(F), QCD(Sym), QCD(AS), QCD(BF) [Tanizaki-Ünsal '22 '23][Tanizaki-Hayashi-Watanabe '23]. (cf. [Yamazaki-Yonekura '17]) This talk: detailed analysis for QCD(F).

Example: Semiclassics on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ in $SU(N)$ YM [Tanizaki-Ünsal '22]

- 't Hooft flux on T^2 ($\leftrightarrow \mathbb{Z}_N^{[1]}$ background)

In gauge theory on T^2 , the field is periodic up to a gauge transformation $g_3(x_4), g_4(x_3)$ (transition function). Without fundamental matter, we can choose

$$g_3(0)g_4(L)g_3^\dagger(L)g_4^\dagger(0) = e^{\frac{2\pi i}{N}}$$

We can take $g_3 = S$, $g_4 = C$ (shift and clock matrices of $SU(N)$) up to gauge.

There are some important observations:

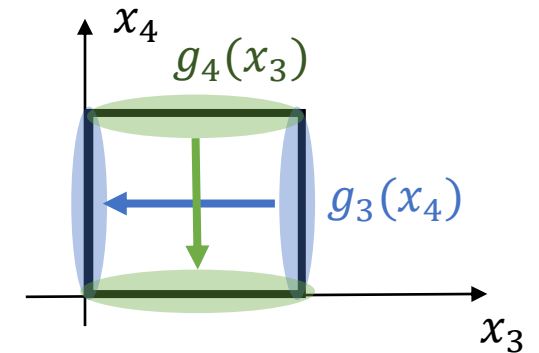
1. The center symmetry is preserved at small T^2

Classically, $P_3 = S$ and $P_4 = C \Rightarrow \langle \text{tr } P_3 \rangle = \langle \text{tr } P_4 \rangle = 0$.

2. Center vortex / Fractional instantons

If we further compactify \mathbb{R}^2 with 't Hooft flux, the minimal topological charge is $Q_{\text{top}} = \frac{1}{N}$. $\rightarrow Q_{\text{top}} = \frac{1}{N}$, $S_{YM} = \frac{8\pi^2}{Ng^2}$ (self-dual solution).

It is numerically confirmed that such a self-dual solution (**fractional instanton/center vortex**) exists and will survive in $\mathbb{R}^2 \times T^2$ as a local solution [Gonzalez-Arroyo-Montero '98, Montero '99].



$$\begin{cases} a(\vec{x}, x_3 + L, x_4) = g_3^\dagger a g_3 - i g_3^\dagger d g_3 \\ a(\vec{x}, x_3, x_4 + L) = g_4^\dagger a g_4 - i g_4^\dagger d g_4 \end{cases}$$

e.g.) $N = 3$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi i}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{4\pi i}{3}} \end{pmatrix}$$

Example: Semiclassics on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ in $SU(N)$ YM [Tanizaki-Ünsal '22]

3. Gapped/heavy gluon

No gluon constant modes under the twisted boundary condition $\begin{cases} a(\vec{x}, x_3 + L, x_4) = S^\dagger a(\vec{x}, x_3, x_4) S \\ a(\vec{x}, x_3, x_4 + L) = C^\dagger a(\vec{x}, x_3, x_4) C \end{cases}$

→ gluon acquires $O(1/NL)$ KK mass and is ignored in 2d effective description.

• Semiclassics by center vortices

~adjoint higgsing by Polyakov loops $P_3, P_4: SU(N) \rightarrow \mathbb{Z}_N$

We write (center-vortex vertex) = $K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2} + i\theta/N}$ with a dimensionful constant K .

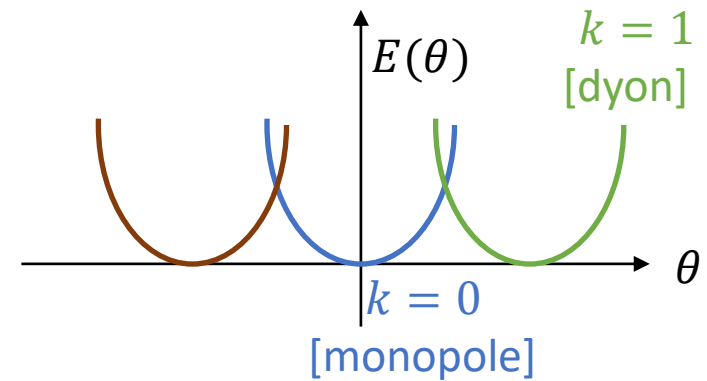
Then, the dilute gas approximation yields, (only configurations with $Q_{top} \in \mathbb{Z}$ are admitted)

$$Z_{YM} = \sum_{n, \bar{n} \geq 0} \frac{1}{n! \bar{n}!} \delta_{n - \bar{n} \in \mathbb{Z}} \left(V K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2} + i\frac{\theta}{N}} \right)^n \left(V K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2} - i\frac{\theta}{N}} \right)^{\bar{n}}$$

$$= \sum_{k \in \mathbb{Z}_N} \exp \left[-V \left(-2K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2}} \cos \left(\frac{\theta - 2\pi k}{N} \right) \right) \right]$$

N semiclassical vacua

Energy density of k-th vacuum
→ multibranch structure!



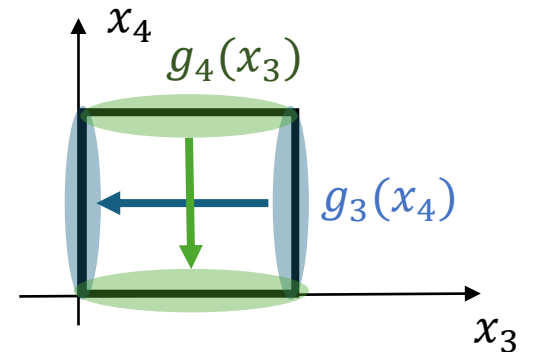
Setup for QCD

- In the presence of fundamental quarks, it is impossible to insert 't Hooft flux alone ($g_3(0)g_4(L)g_3^\dagger(L)g_4^\dagger(0) = e^{\frac{2\pi i}{N}}$ leads to an inconsistency).
- To avoid this problem, we also introduce **baryon magnetic flux** simultaneously:

$$\int_{T^2} dA_B = 2\pi.$$

Boundary conditions for quarks (in the gauge $g_3 = S$, $g_4 = C$):

$$\begin{cases} \psi(\vec{x}, x_3 + L, x_4) = e^{i\frac{2\pi x_4}{NL}} S^\dagger \psi(\vec{x}, x_3, x_4) \\ \psi(\vec{x}, x_3, x_4 + L) = C^\dagger \psi(\vec{x}, x_3, x_4) \end{cases}$$



- At small T^2 , there is one 2d Dirac “low-energy mode” (\Leftrightarrow without KK mass) per flavor. (obtained by solving zero mode equation)

Index theorem “ $N \times \int_{T^2} dA_q = 1$ ” ($U(1)_B = U(1)_q / \mathbb{Z}_N$)

Constructing 2d effective theory

Goal: write 2d effective theory from the dilute gas approximation.

For simplicity, let us focus on $N_f = 1$ case.

- Low-energy mode: one 2d Dirac fermion (\Leftrightarrow compact scalar)
- Center-vortex vertex: $K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2} + i\theta/N} "e^{-i\varphi/N}"$ from $U(1)_{\text{chiral}}$ spurious symmetry
- Dilute gas approximation

Invariance under
 $\theta \rightarrow \theta + \alpha, \varphi \rightarrow \varphi + \alpha$

$$\longrightarrow S[\varphi] = \int \frac{1}{8\pi} |d\varphi|^2 - m\mu \cos \varphi - 2K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2}} \cos \left(\frac{\varphi - \theta - 2\pi k}{N} \right)$$

φ "eats" the vacuum label k and extends its periodicity to $\varphi \sim \varphi + 2\pi N$.

Technicality: \mathbb{Z}_N gauging and vacuum label

- Problem: Center-vortex vertex: $K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2} + i\theta/N} "e^{-i\varphi/N}"$ looks ill-defined/non-genuine.
- Keypoint: **residual \mathbb{Z}_N gauge** after adjoint higgsing by Polyakov loops : $SU(N) \rightarrow \mathbb{Z}_N$.
- The residual \mathbb{Z}_N gauge is vector-like to fermion ψ . It couples to φ magnetically

$$\frac{i}{2\pi} \int a_{\mathbb{Z}_N} \wedge d\varphi$$

Integrating out $a_{\mathbb{Z}_N} \Rightarrow$ constraint $\int d\varphi \in 2\pi N \mathbb{Z}$

\Rightarrow It is possible to regard $\varphi \in \mathbb{R}/2\pi N \mathbb{Z}$.

$e^{-i\varphi/N}$ becomes well-defined.

- In the lift from 2π -periodic field to $2\pi N$ -periodic field, there is \mathbb{Z}_N ambiguity: $\varphi \rightarrow \varphi + 2\pi k$. This 1-to- N correspondence absorbs the vacuum label k . In summary,

$$\int D a_{\mathbb{Z}_N} \sum_{k \in \mathbb{Z}_N} \int_{\varphi \sim \varphi + 2\pi} D\varphi \dots \Rightarrow \int_{\varphi \sim \varphi + 2\pi N} D\varphi \dots$$

2d version of chiral Lagrangian

- For $N_f > 1$, we use the non-Abelian bosonization: looks like **chiral Lagrangian with η'** !

[$U \in U(N_f)$ with $2\pi N$ -periodic $(\det U)$]

$$S[U] = \int \frac{1}{8\pi} |dU|^2 - m\mu \operatorname{tr}(U) - K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2}} (\det U)^{1/N} + c.c. + S_{WZW}^{3d}[U]$$

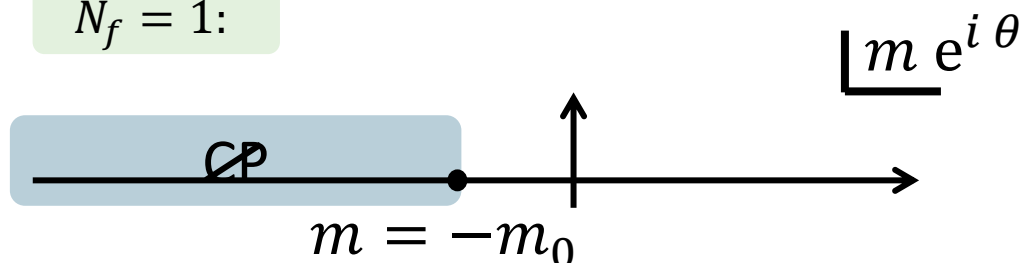
quark-mass deformation
(if present)

Center-vortex-induced η' mass term
cf.) 't Hooft-Kobayashi-Maskawa
vertex vs. log-det vertex

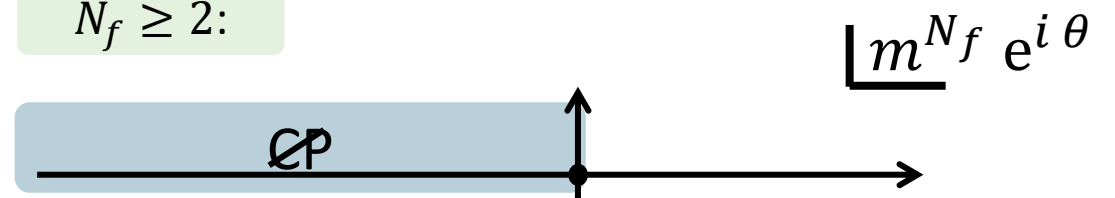
WZW-term
(actually consistent with
flux compactification of
4d chiral Lagrangian)

- The 2d effective theory explains the vacuum structure, just by finding potential minima:

$N_f = 1$:



$N_f \geq 2$:

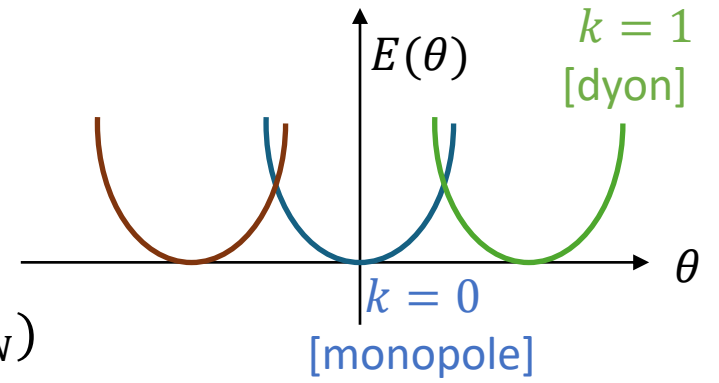


Why η' periodicity is extended

- Yang-Mills vacuum structure: multi-branch structure

$\mathbb{Z}_N^{[1]}$ SPT, labelled by $k \in \mathbb{Z}_N$

Semiclassics for YM: $E_k(\theta) = -2K e^{-\frac{8\pi^2}{Ng^2}} \cos\left(\frac{\theta - 2\pi k}{N}\right)$ ($k \in \mathbb{Z}_N$)



- $\eta' =$ pseudo-Nambu-Goldstone boson of chiral $U(1)_{\text{chiral}}$;

From the ABJ anomaly, the shift $\eta' \mapsto \eta' + 2\pi$ corresponds to $\theta \mapsto \theta + 2\pi \Leftrightarrow k \mapsto k + 1$

It is natural that η' absorbs the vacuum label $k \in \mathbb{Z}_N$ and extends its periodicity to $2\pi N$.

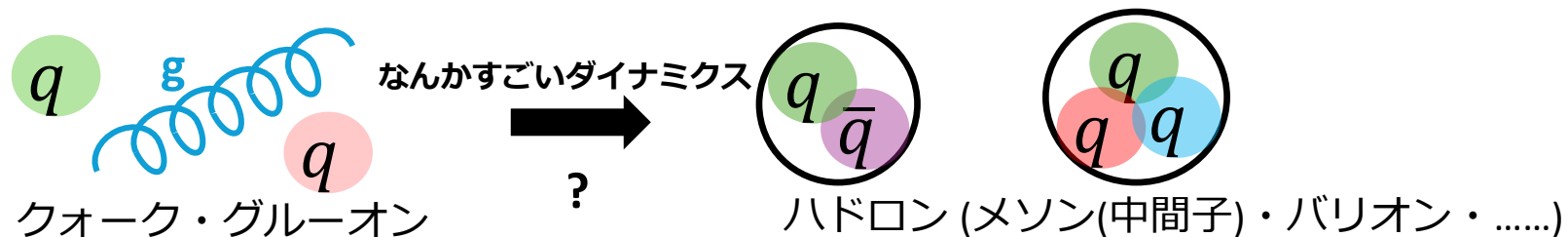
The periodicity extension = inclusion of YM vacuum label

This improves the consistency with global aspects, e.g.) discrete anomalies.

Contents

1. Backgrounds [クォークとグルーオンの物理: QCD] (8 pages)
2. Introduction [QCDの真空構造] (4 pages)
3. 研究紹介(まとめ) (2 pages)
4. 研究紹介(詳細) (8 pages)
5. Summary

Summary



背景:「低エネルギーQCDを理解する」ことは重要かつ困難な課題
特に, 真空の性質 (閉じ込め・カイラル対称性の自発的破れ) を解明することは,
素粒子・原子核理論の最大の問題の1つ

ざっくりとした問題意識 「QCDの低エネルギー有効理論であるchiral Lagrangian (軽い中間子の模型)」と, 「Yang-Mills理論 (グルーオンだけの理論)の真空構造」の相性がよくなさそう

今回の研究:「真空の性質を保ちつつ, 弱結合理論に変形して解く」

(QCD on $\mathbb{R}^2 \times T^2$ with 't Hooft flux (+ baryon magnetic flux) at small T^2 で半古典的解析)

結果:

- 2d effective theory at small T^2 = chiral Lagrangianの2次元版 (+ periodicity-extended η')
- この2d effective theoryは, 期待されるQCDの真空構造を説明する
- η' がYang-Millsの真空のラベルを"食べて"周期が伸びている

$$\begin{aligned}\eta' &\sim \eta' + 2\pi \\ \Rightarrow \eta' &\sim \eta' + 2\pi N\end{aligned}$$

⇒教訓: 周期を伸ばした η' を用いることで, chiral LagrangianがYang-Millsの真空構造と整合的になる!