

# 素粒子論から見た 近年の量子力学

橋本幸士（京大理）

注意:  $\hbar = 1$

# 科学

Science Journal K A G A K U  
Sep. 2025 Vol.95 No.9  
since 1931

25/9

## 量子は 不思議か？

### ● 問いかけへの15の応答

伊勢田哲治・今田正俊・北野龍一郎  
久保田晃弘・佐藤文隆・谷村省吾・筒井泉  
橋本幸士・羽田野直道・日高義将  
広野雄士・シュテファン ホイスラー  
森田紘平・山本貴博・米谷民明

- 原生生物のRNA編集
- 植物感染性微生物の善悪二面性
- ドラゴンの睡眠とクラウストラム

### ● 脳は数をどう捉えるか

岩波書店

1. OTOC (Out-of-time-order Correlator)  
非時間順序積

2. Quantum Computational Complexity  
量子計算複雑性

3. Neural Network Quantum State  
ニューラル量子状態

- 1974年 米谷、ScherkとSchwarz が、弦理論が重力を含むことを発見。重力の量子論へ。  
Yoneya, Prog.Theor.Phys. 51 (1974) 1907.  
Scherk, Schwarz, Nucl.Phys. B81 (1974) 118.
- 1976年 Hawking、ブラックホールの情報喪失問題。  
Hawking, Phys.Rev.D14(1976)2460.
- 1997年 Maldacena が AdS/CFT 対応を発見。  
ある量子重力理論 = ある量子力学  
Maldacena, Adv.Theor.Math.Phys. 2 (1998) 231.
- 2008年 ブラックホール = 最大量子カオス **OTOC** 予想。  
Sekino, Susskind, JHEP 0810 (2008) 065.
- 2014年 ブラックホールの内側 = **Complexity** 予想。  
Susskind (2014).
- 2019年 Island予想により情報喪失問題が一部解決。  
Penington, JHEP 09 (2020) 002.  
Almheiri, Engelhardt, Marolf, Maxfield, JHEP 12 (2019) 063.

# 1. OTOC (非時間順序積) : 量子カオスの解明

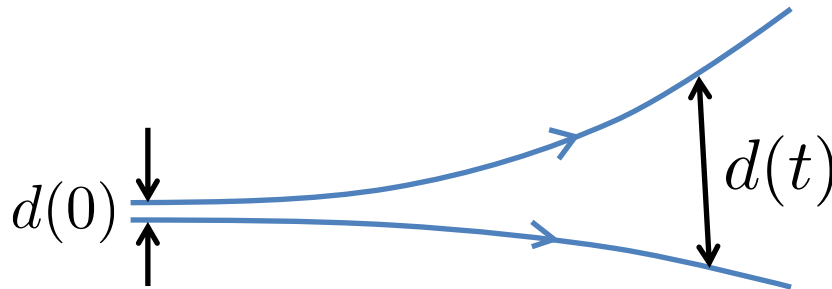
## OTOCはカオスを測る

### Out-of-Time-Ordered Correlator

$$\begin{aligned}\langle Q(t)P(0)Q(t)P(0) \rangle &\sim \left( \frac{\delta Q(t)}{\delta Q(0)} \right)^2 \\ &\sim f_0 - \hbar f_1 e^{Lt}\end{aligned}$$

[Larkin, Ovchinnikov '69]  
[Kitaev '14] [Maldacena,  
Shenker, Stanford '15]

古典カオスのリャプノフ指数に対応する量子版を定義



$$d(t) \sim d(0) \exp[Lt]$$

リャプノフ指数

$$L = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{d(0) \rightarrow 0} \frac{1}{t} \log \frac{d(t)}{d(0)}$$

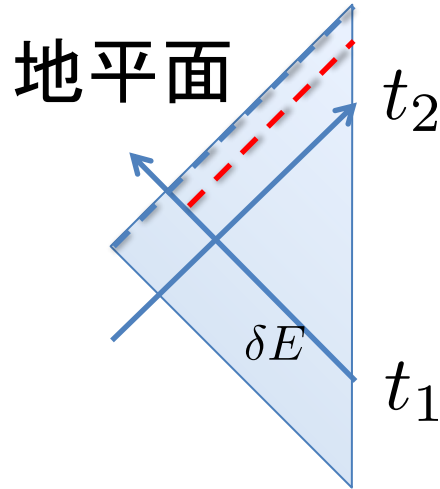
# 1. OTOC (非時間順序積) : 量子カオスの解明

## ブラックホールの地平面はカオスの巣

予想: リャプノフ指数 < ホーキング温度

理由: ホライズン赤方偏移

[Shenker, Stanford '13, '14]

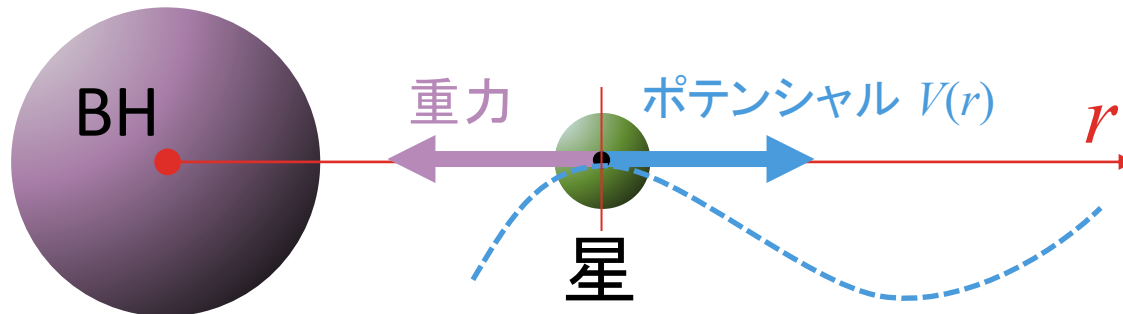


1+1次元dilaton重力理論での計算

[Almheiri, Polchinski '14]

[Engelsoy, Martens, Verlinde '16] ..

$$\delta t_2 = \frac{\delta E}{8\pi T M} e^{2\pi T(t_2 - t_1)}$$



[Tanahashi, KH '16]

# 1. OTOC (非時間順序積) : 量子カオスの解明

## 量子カオス上限予想

MSS予想: 熱的OTOCのリアプノフ指数は温度で上限

$$L \leq 2\pi T$$

[Maldacena, Shenker, Stanford '15]

証拠

SYK (Sachdev-Ye-Kitaev) 模型 [Kitaev '15][Sachdev, Ye '95]

(1+0 次元、 $N$ 個のマヨラナフェルミオン、disorder)

$$H = \frac{-1}{4!} \sum_{i,j,k,l=1}^N j_{[ijkl]} \psi_i \psi_j \psi_k \psi_l \quad \left( \sum_{j,k,l=1}^N \langle j_{ijkl} j_{ijkl} \rangle = 6J^2 \right)$$

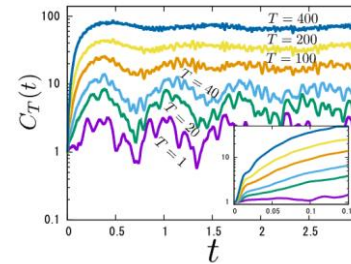
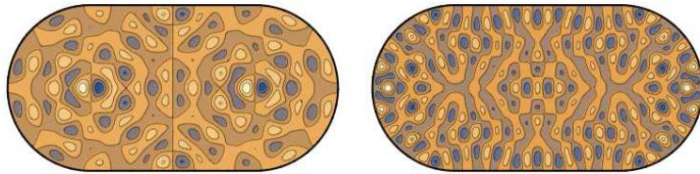
- ラージ $N$ と強結合  $\beta J \rightarrow \infty$  で可解
- 4点熱的OTO相関のリアプノフはカオス上限に一致

[Kitaev '15] [Maldacena, Stanford '16] [Polchinski, Rosenhaus '16]

# 1. OTOC (非時間順序積) : 量子カオスの解明

## 量子カオス系の新たな特徴づけへ

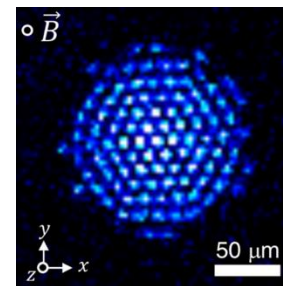
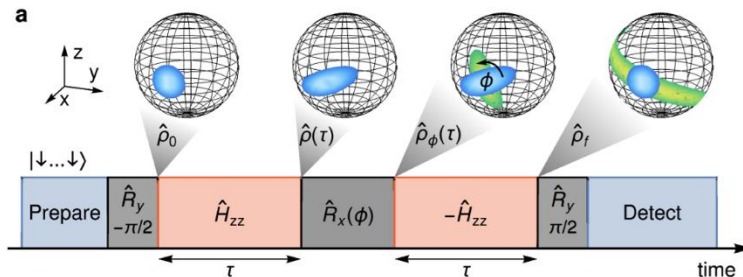
一般ハミルトニアンでの量子力学でOTOCを体系化



[Murata, Yoshii, KH `17]

OTOCの実験研究の基盤が築かれる

[Gärttner *et al.* `17]



OTOCが情報・量子カオス・ブラックホールの“共通言語”

[Swingle `18]

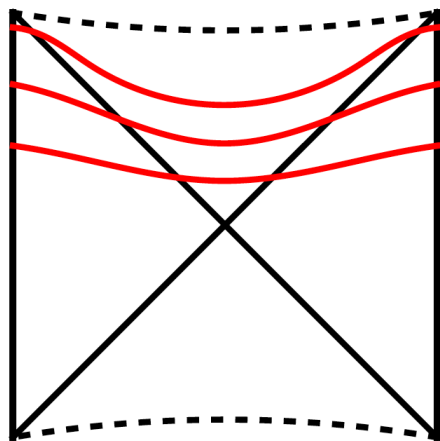
1. OTOC (Out-of-time-order Correlator)  
非時間順序積

2. Quantum Computational Complexity  
量子計算複雑性

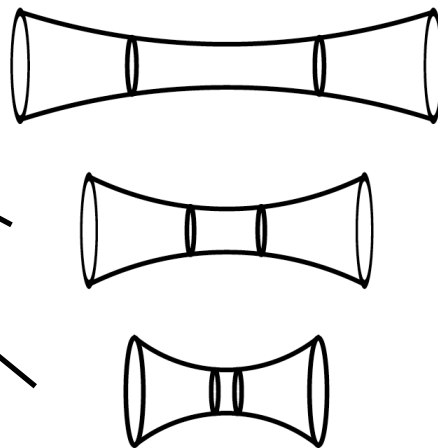
3. Neural Network Quantum State  
ニューラル量子状態

## 2. 量子計算複雑性：量子計算が時空

### ブラックホールの中を測る方法？

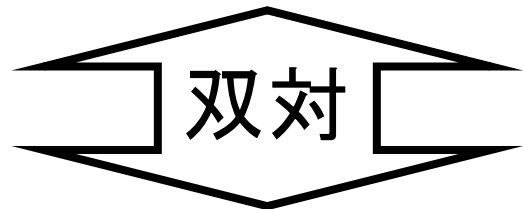
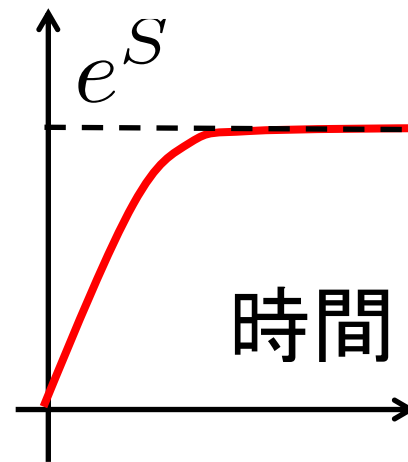


AdS ブラックホール

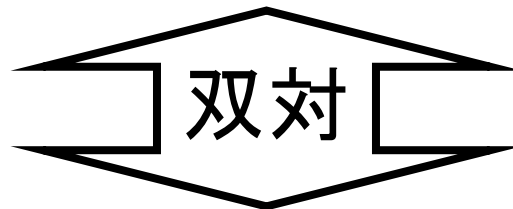


空間的極小曲面

[Hartman, Maldacena '13]



有限温度 CFT



Complexity [Suskind '14]

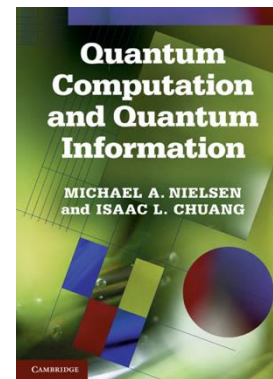
## 2. 量子計算複雑性：量子計算が時空

### 複雑性とは、ある状態を再現する手数

定義 Complexity  $\mathcal{C}(U)$ :

任意のユニタリー演算子  $U$  に対し、  
 $\mathcal{C}(U)$  は次を満たす最小のゲート  $U_i$  の数

$$\|U - U_1 U_2 \cdots U_c\| < \epsilon$$



- ゲート  $U_i \in$  ユニバーサルゲート集合
- Trace ノルム：  
$$\|U - V\|^2 \equiv \frac{1}{\text{Tr}(1)} \text{Tr}[(U - V)^\dagger (U - V)]$$
- $\epsilon (\ll 1)$  : 正則化パラメタ

## 2. 量子計算複雑性：量子計算が時空

### 量子力学でどう定義・評価する？

提案：空間を格子化、 $U(1)$ を $Z_N$ に離散化 [Iizuka, Sugishita, KH '17]

$$\begin{array}{l} 1+2\text{次元}U(1) \\ \text{ゲージ理論} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} U(1) \rightarrow Z_N \rightarrow Z_2 \\ 2d\text{空間} \rightarrow L \times L \text{格子} \end{array} \right\} \begin{array}{l} L^2\text{-qubit} \\ \text{系} \end{array}$$

提案：ヒルベルト空間を有限化 [Jefferson, Myers '17]

[Chapman, Heller, Morrochio, Pastawski '17]

提案 (**クリロフ複雑性**):

ヒルベルト空間のクリロフ部分空間を用いる

[Parker, Cao, Avdoshkin, Scaffidi, Altman, Phys.Rev.X 9 (2019) 4, 041017]

一般ハミルトニアンの量子力学で体系化

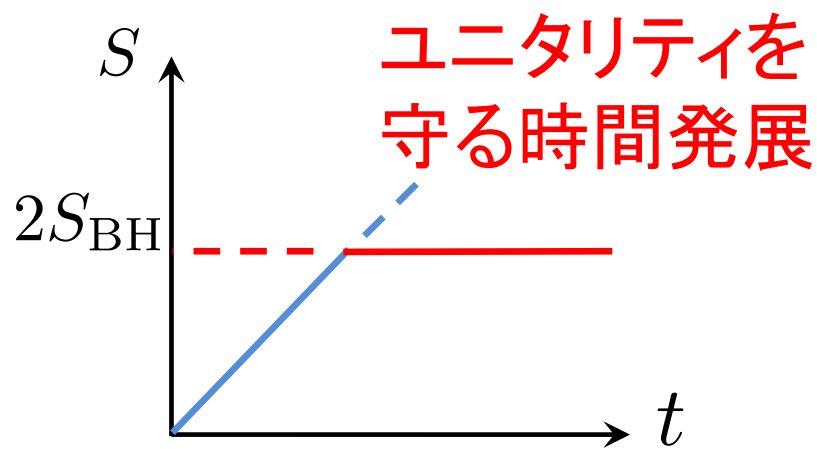
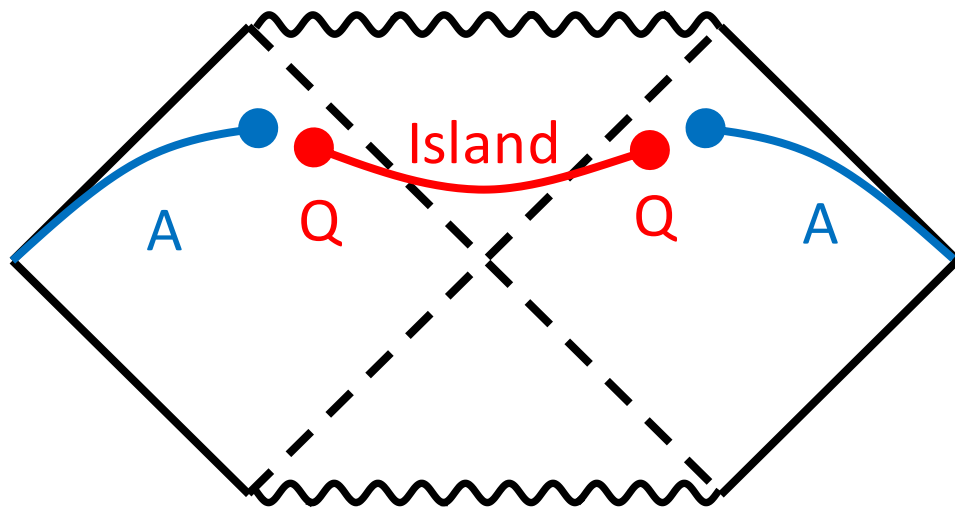
[Murata, Tanahashi, Watanabe, KH '23]

## 2. 量子計算複雑性：量子計算が時空

### 発展：情報喪失問題の解決

[Penington 2019], [Almheiri, Engelhardt, Marolf, Maxfield 2019]  
シュバルツシルト時空の場合：[Iizuka, Matsuo, KH 2020]

ホーキング輻射のエントロピー(領域  $A$  で集める)



$$S = \text{Min.} \left[ \text{Ext.} \left[ \frac{\text{Area}(\mathbf{Q})}{4G_N} + S_{\text{matter}} \right] \right]$$

$\mathbf{Q}$ : 量子極曲面 (アイランド)  
[Engelhardt, Wall 2015]

1. OTOC (Out-of-time-order Correlator)  
非時間順序積

2. Quantum Computational Complexity  
量子計算複雑性

3. Neural Network Quantum State  
ニューラル量子状態

### 3. ニューラル量子状態 : AIが量子を解く

#### 基底状態を解くためにやってきたこと

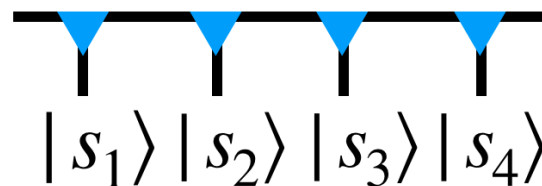
N個のスピンの波動関数 :  $\psi(s_1, s_2, \dots, s_N)$

与えられたハミルトニアンでエネルギーを最小に？

$$E = \sum_{\{s_1, s_2, \dots, s_N\}} \psi^\dagger(s_1, s_2, \dots, s_N) \hat{H} \psi(s_1, s_2, \dots, s_N)$$

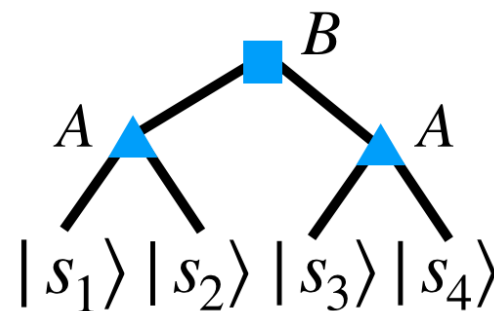
- 行列積状態

$$\psi(s_1, s_2, \dots) = \text{tr}[A^{(s_1)} A^{(s_2)} \dots]$$



- テンソルネット状態

$$\psi(s_1, s_2, \dots) = \sum_{m,n} B_{mn} A_{ms_1s_2} A_{ns_3s_4}$$



# 3. ニューラル量子状態 : AIが量子を解く

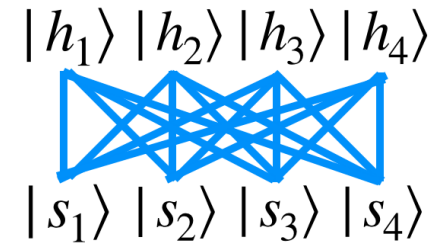
## ニューラルネットワーク状態

### - ボルツマンマシン状態

[Carleo Troyer `17],

[Nomura, Darmawan, Yamaji, Imada `17], ..

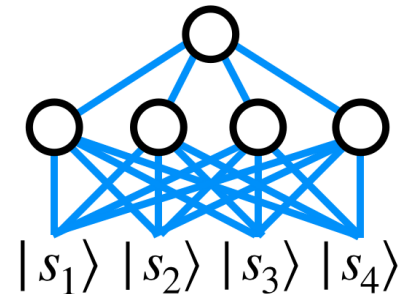
$$\psi(s_1, \dots, s_N) = \sum_{h_A} \exp \left[ \sum_a a_a s_a + \sum_A b_A h_A + \sum_{a,A} J_{aA} s_a h_A \right]$$



### - フィードフォワードニューラル量子状態

[Saito `18], ..

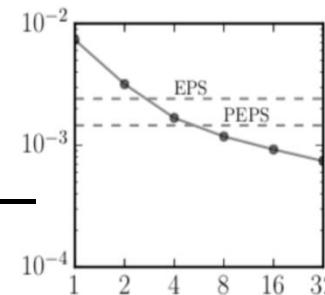
$$\psi(s_1, \dots, s_N) = \sum_i f_i \sigma \left( \sum_j W_{ij} s_j + b_i \right)$$



例: 2次元反強磁性  
ハイゼンベルグ模型

[Carleo, Troyer `17]

ボルツマン  
マシン状態  
のエネルギー



隠れ層の数

# 3. ニューラル量子状態 : AIが量子を解く

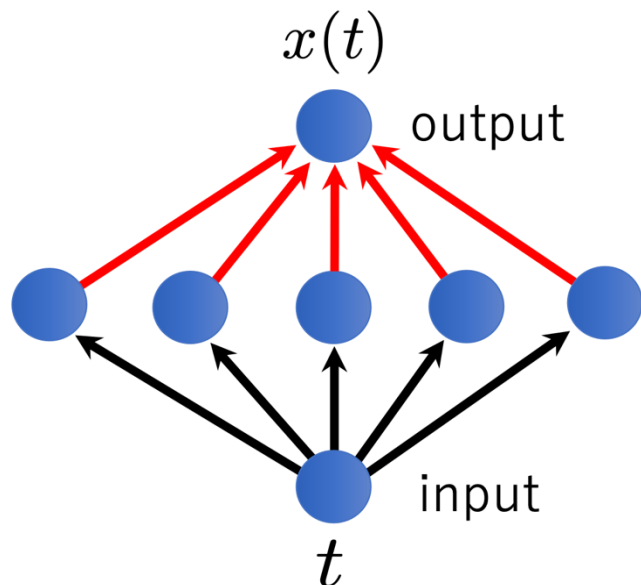
## ランダムニューラルネット = 量子力学

[Halverson, Maiti, Stoner 2008.08601 [cs.LG]]

[Halverson 2112.04527 [hep-th]]

[Demirtas, Halverson, Maiti, Schwartz, Stoner 2307.03223 [hep-th]]

ニューラルネットの重みをランダムにすれば  
出力を量子調和振動子にすることが可能



$$x(\tau) = \sum_{n=1}^N a_n \frac{1}{\sqrt{b_n^2 + k/m}} \cos(b_n \tau + c_n)$$

“Neural Network Field Theory”  
AIで量子力学を再定義

1. OTOC (Out-of-time-order Correlator)

非時間順序積

2. Quantum Computational Complexity

量子計算複雑性

3. Neural Network Quantum State

ニューラル量子状態