

# 拡張されたSU(5)大統一理論の現象論的性質

進藤哲央（国際基督教大学）

T. Goto, S. Mishima, and T.S., Phys.Rev.D 108, 095012 (2023), and work in progress

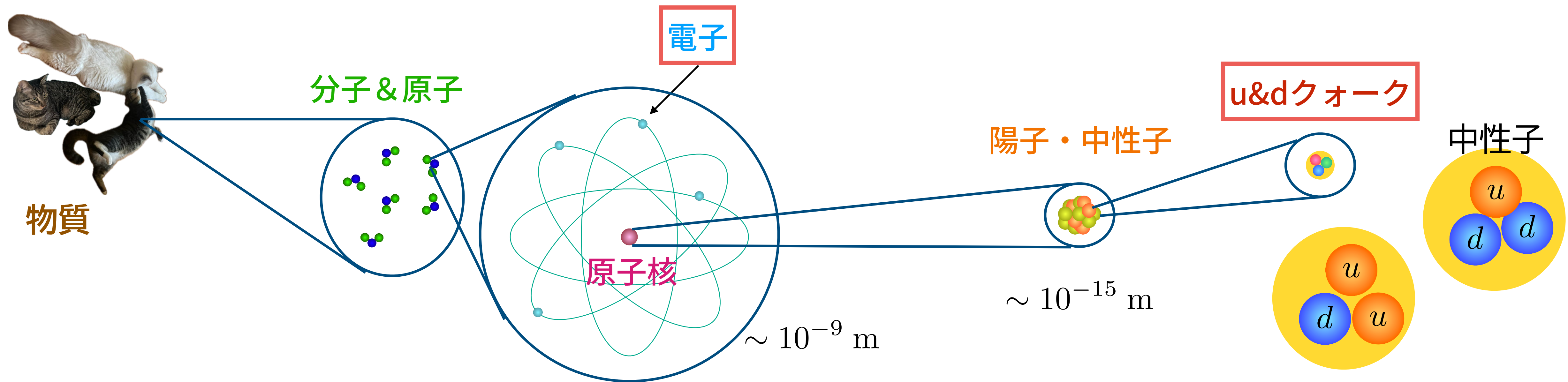
2026年7月9日 セミナー@TWCU

# SU(5)大統一理論のレビュー

# 素粒子物理

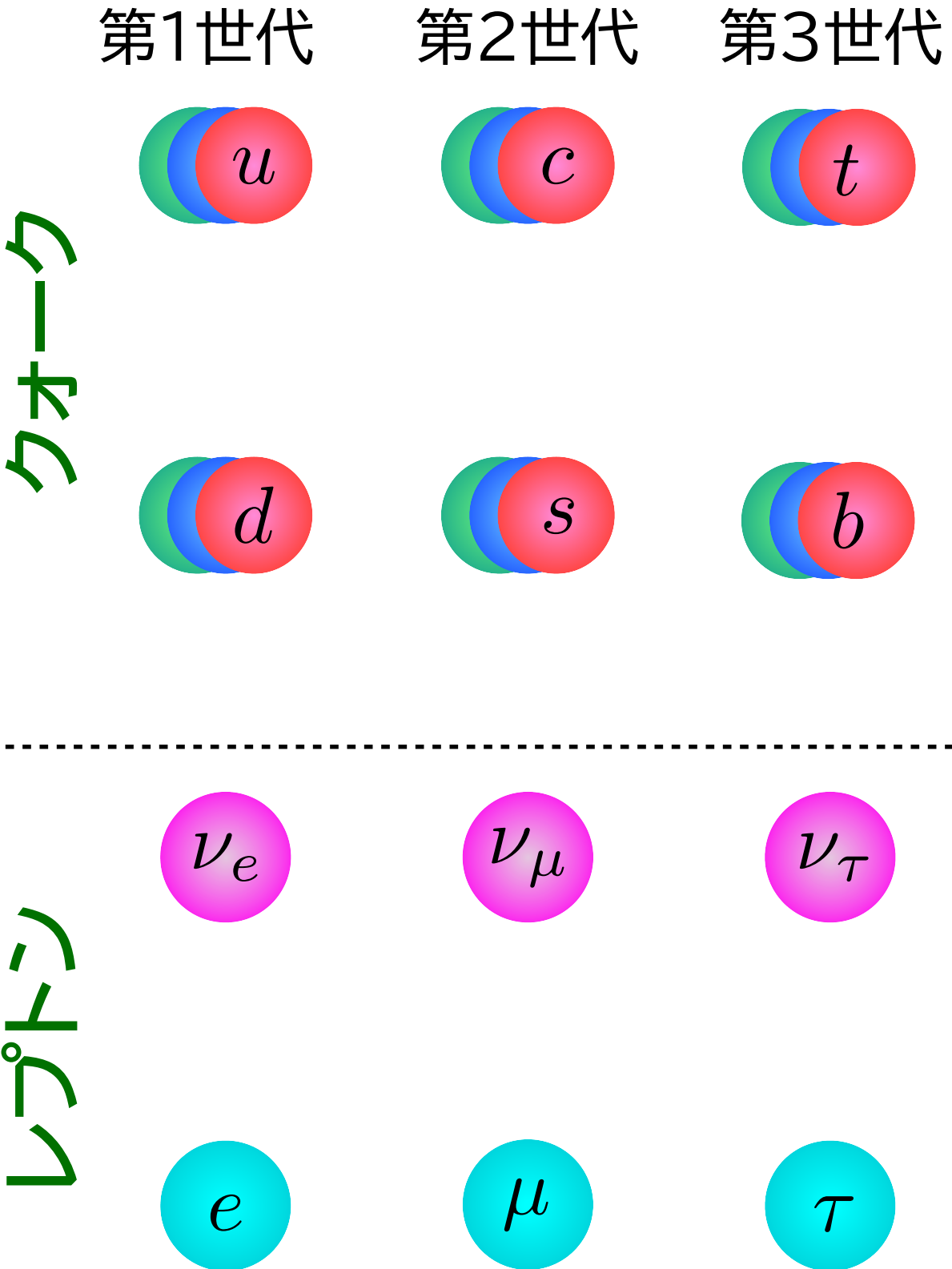
## この世界の物質の成り立ちは？

- 物質はどんな基本粒子でできているか？
- 素粒子はどのような相互作用をするか？

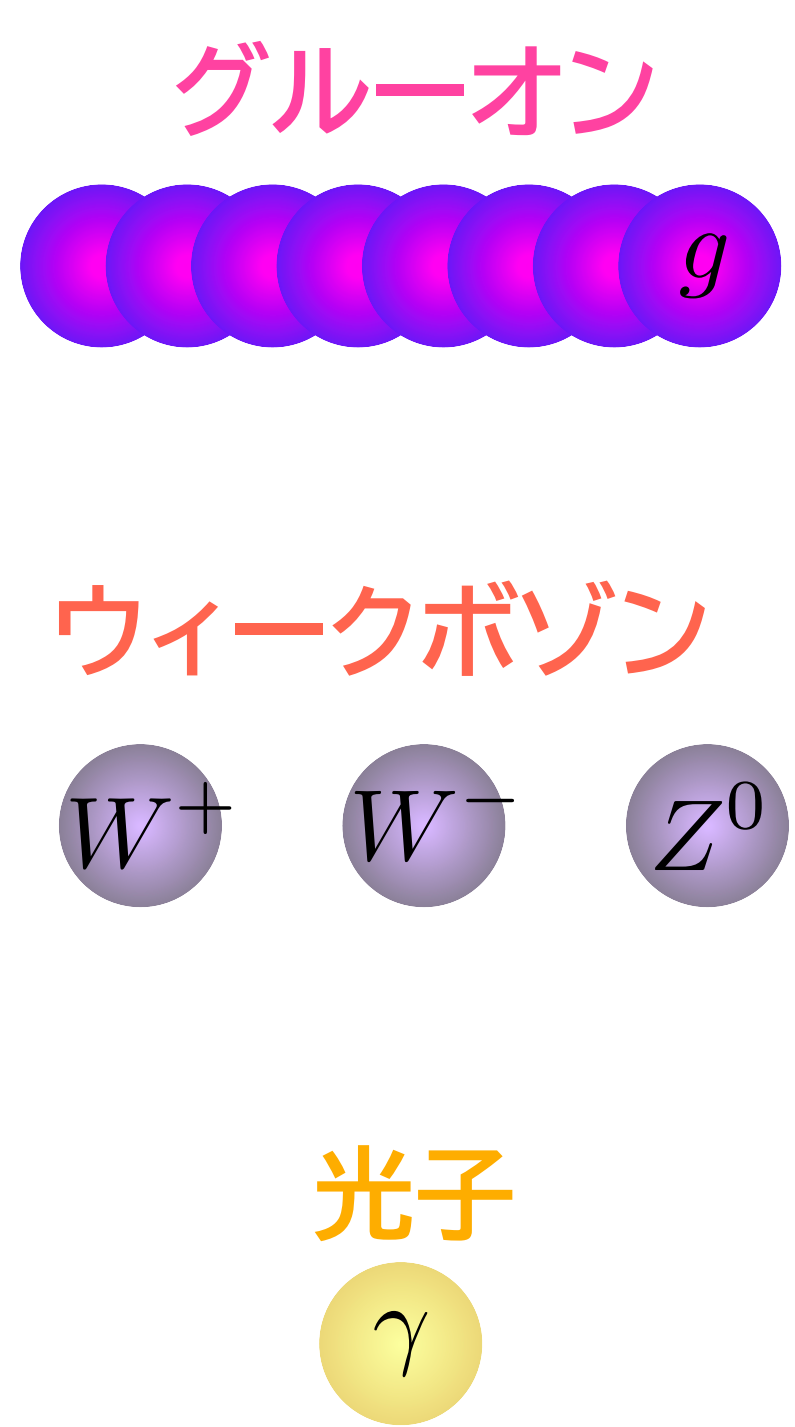


# 素粒子標準模型

## フェルミオン



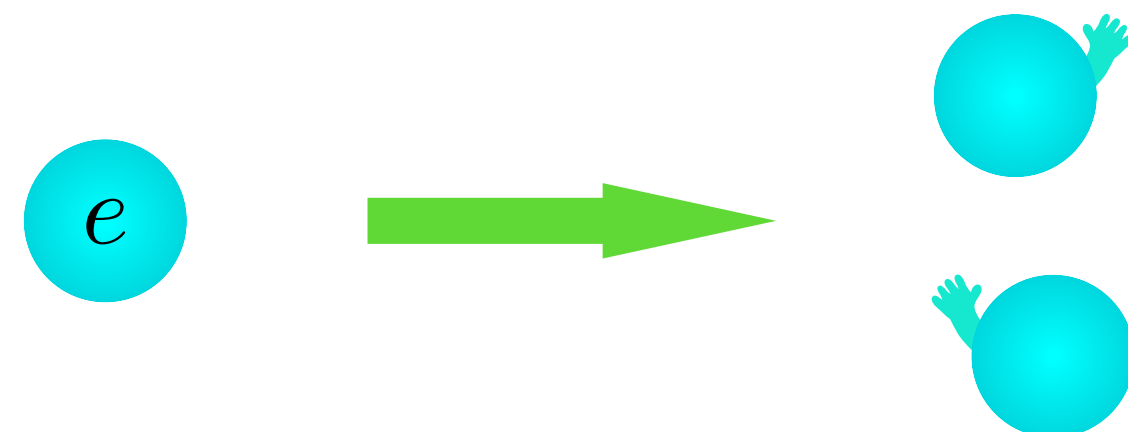
## ゲージボゾン



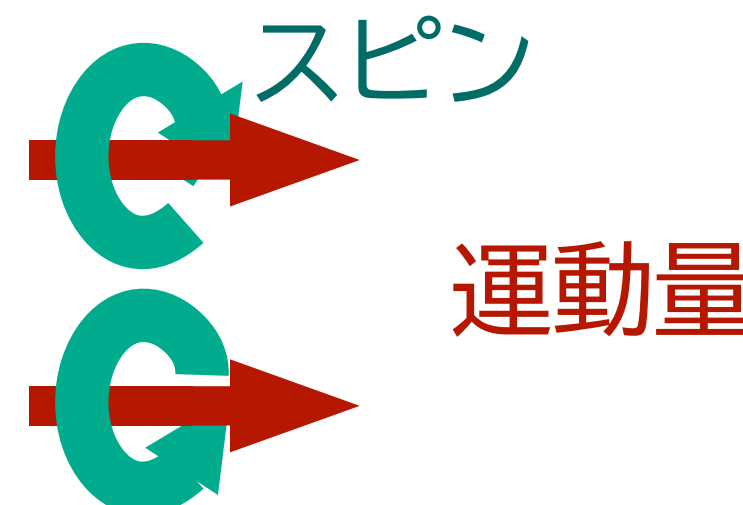
## ヒッグスボゾン



フェルミオンには右手型と左手型がある



質量ゼロの極限でのヘリシティと一致する

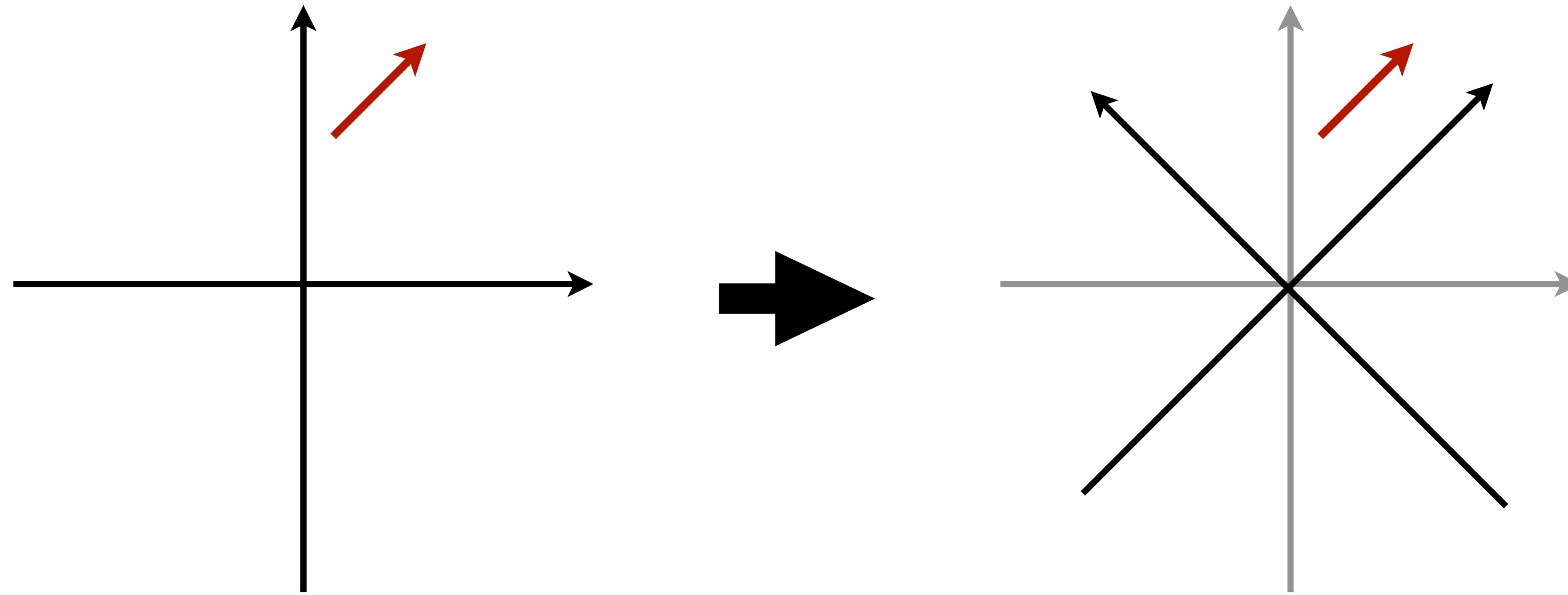


# 対称性と群論

物理では対称性が重要

対称性を表すためにしばしば数学の群論の言葉が用いられる

例： 2次元平面の回転



ベクトルの表式は回転すると変化するが、  
ベクトルの長さ(内積)は不変

$SO(2)$ 変換

$2 \times 2$ 特殊(行列式=1)直交行列全体の集合

素粒子理論ではラグランジアンを持つ対称性(変換に対して不変かどうか)がとても重要

# 対称性と群論

U(1)対称性

場の位相変換

 場の種類に応じたチャージ(”電荷”はその一例)

例えば

不変！

不変じゃない ➡ 禁止

SU(N)対称性

$N \times N$ の特殊ユニタリ変換の集合

一般にSU(N)の行列は

のように表される

# SU(2)群

定義通りに書くと

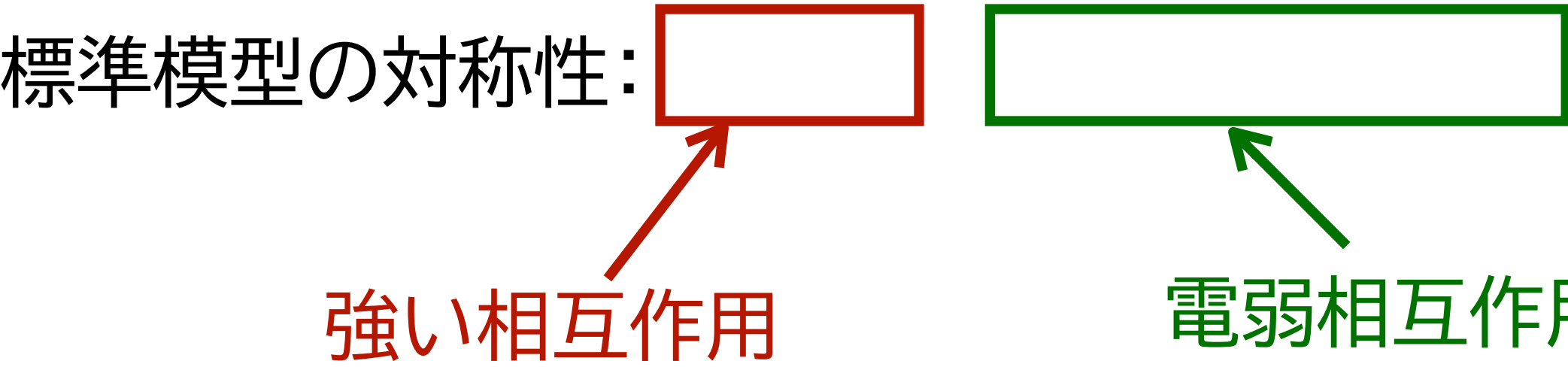
SU(2)の定義通りの生成子は                      パウリ行列:  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$        $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$        $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

実は変換性は生成子の構造によって特定される                      :構造定数

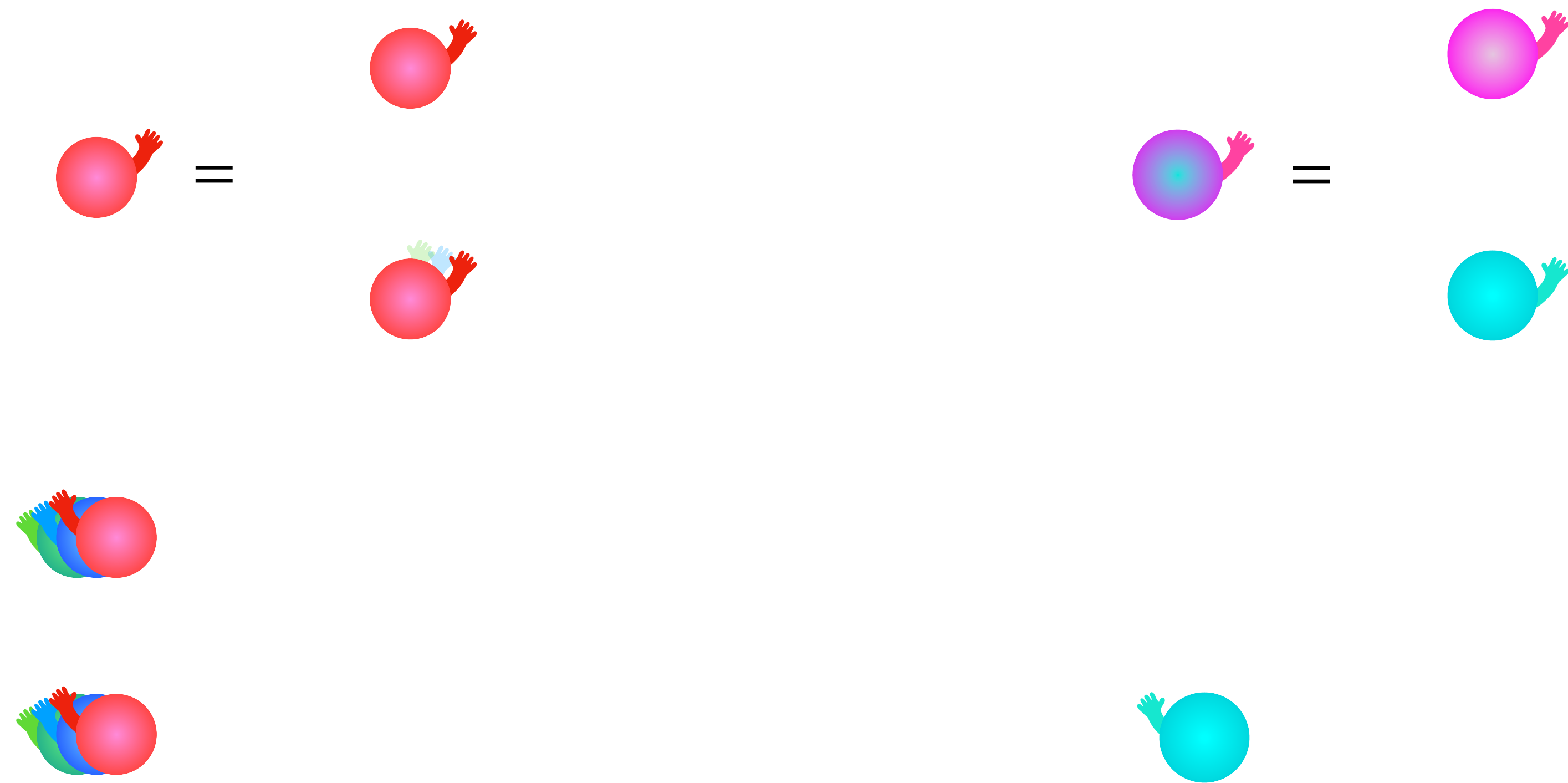
同じ代数構造を持つ生成子によって、様々な次元の表現を作ることができる  
例えば

はSU(2)の代数関係を満たす(3次元表現)  
これはスピン1の状態に対応する表現になる       $|1, 1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$        $|1, 0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$        $|1, -1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

# 標準模型の電弱相互作用



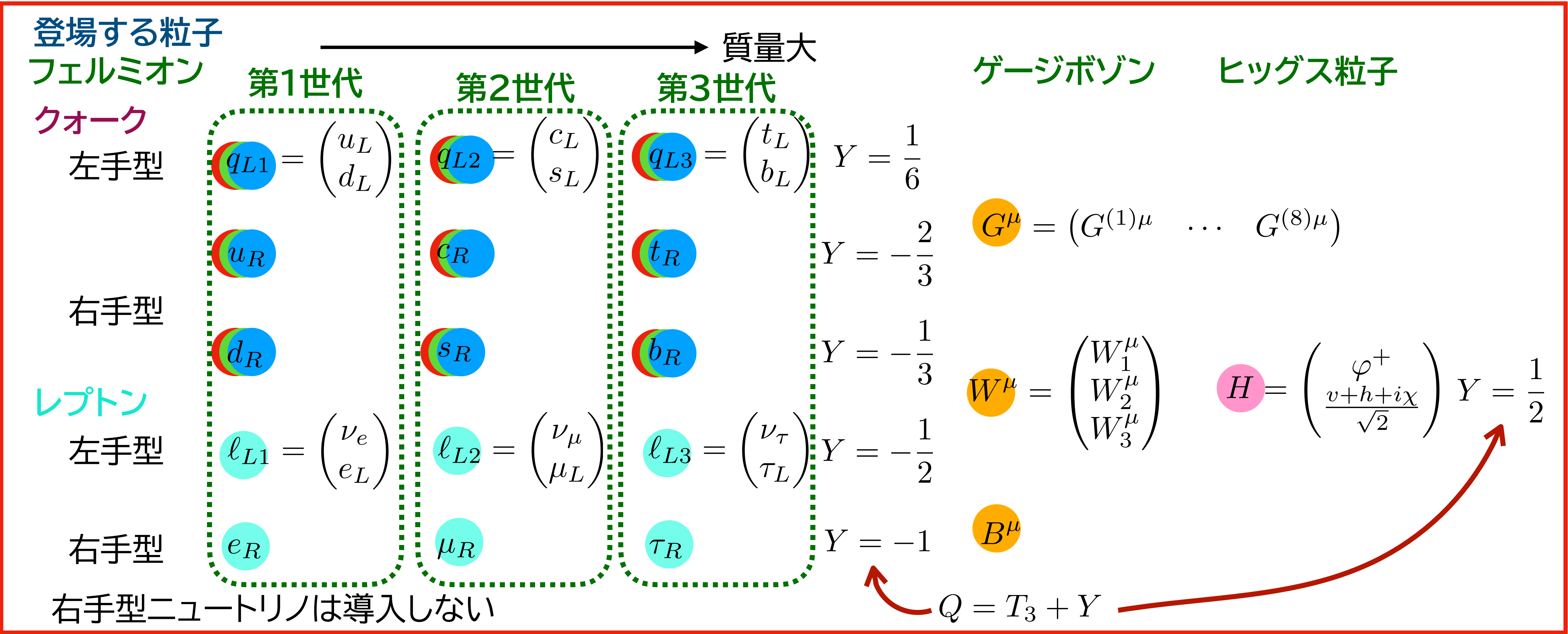
標準模型のフェルミオン達の表現



# 素粒子標準模型の設計図

ラグランジアン密度のゲージ対称性:  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_C \times U(1)_{em}$

ヒッグスの真空期待値による  
自発的対称性の破れ



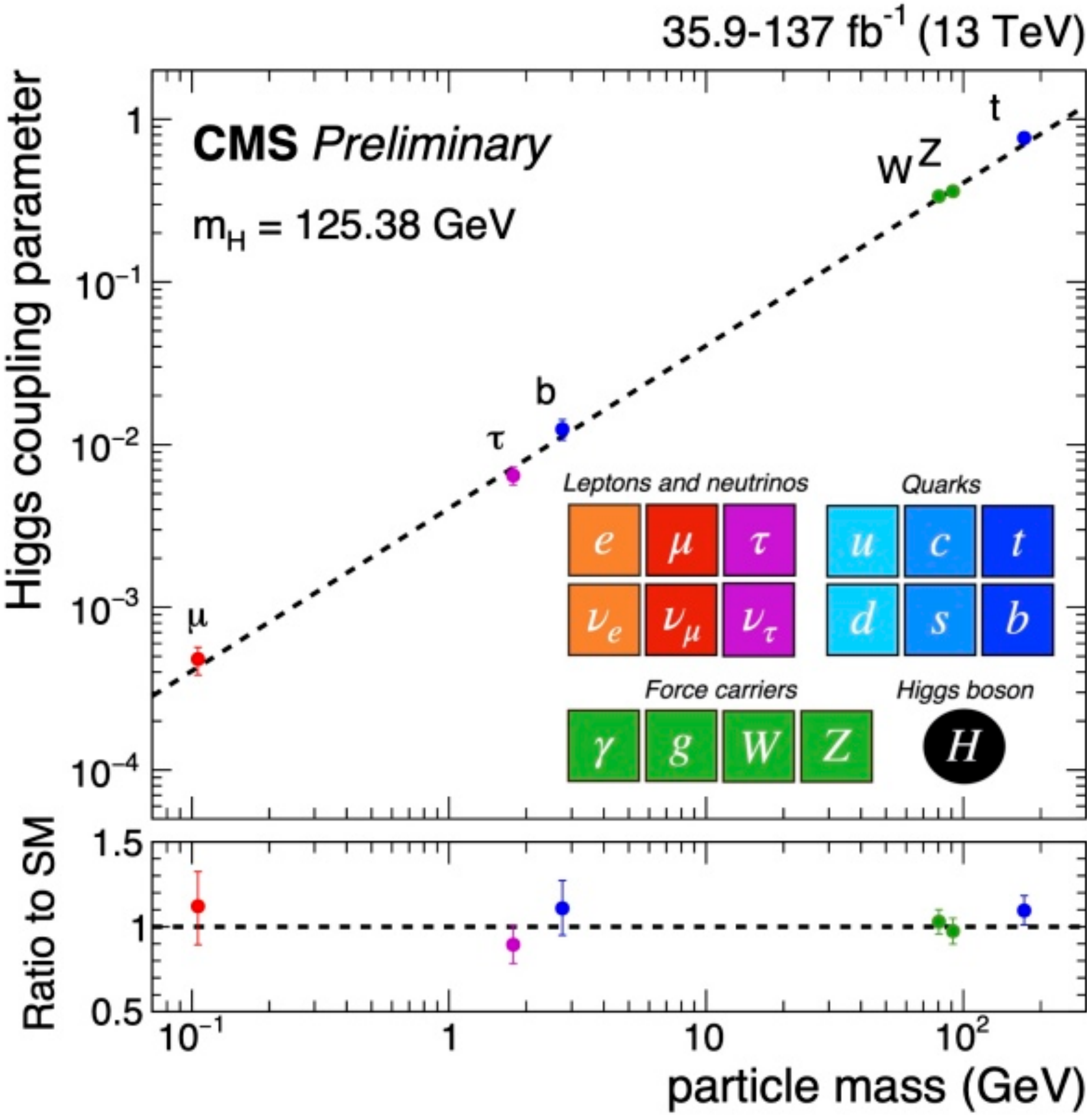
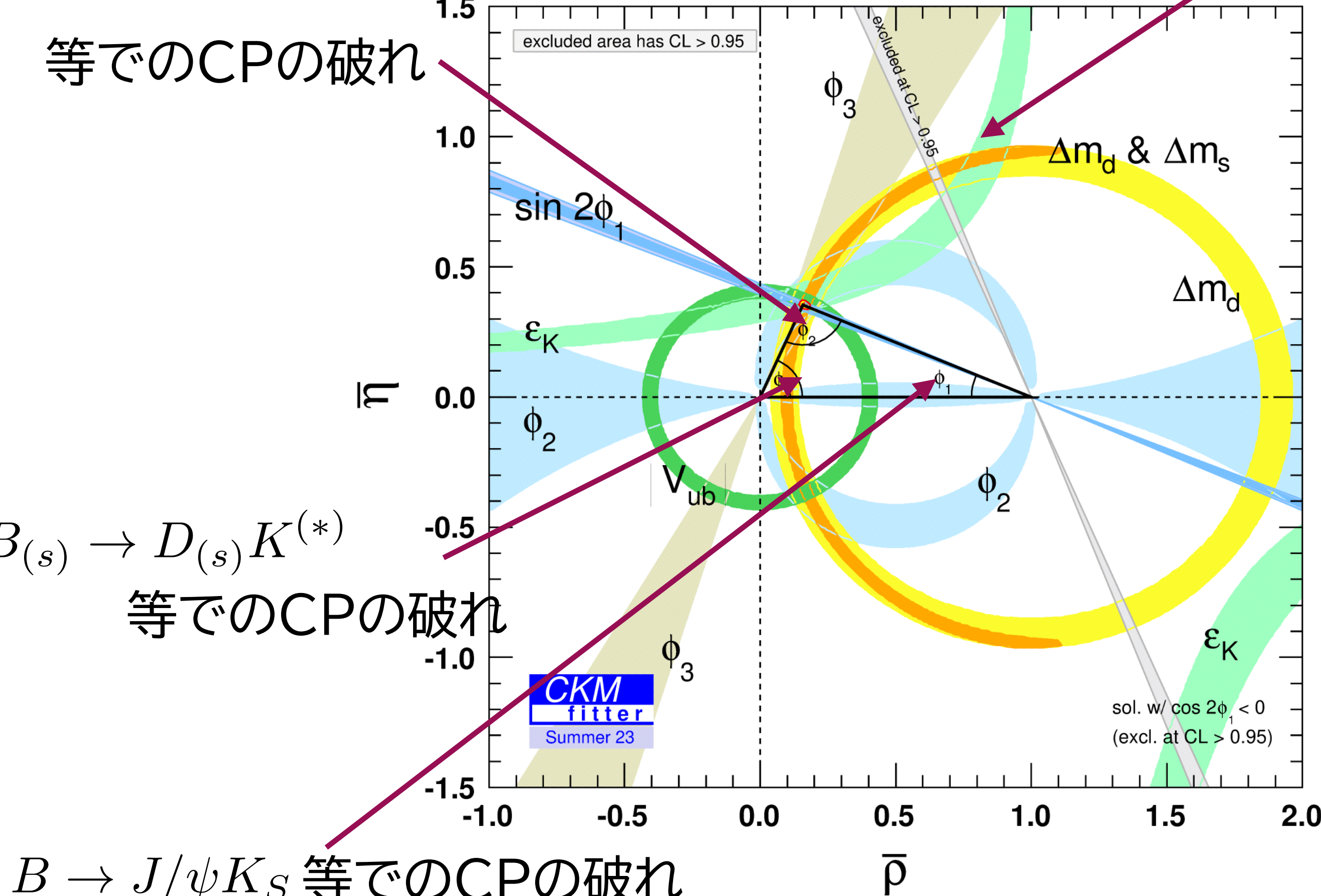
# 素粒子標準模型の成功

非常に多くの実験事実を説明できる

登場する全ての粒子が発見 & それ以外の粒子は見つかっていない  
標準模型の物理的パラメーターは19個

$B \rightarrow \rho\rho, \rho\pi, \pi\pi$  等でのCPの破れ

K中間子のCPの破れ



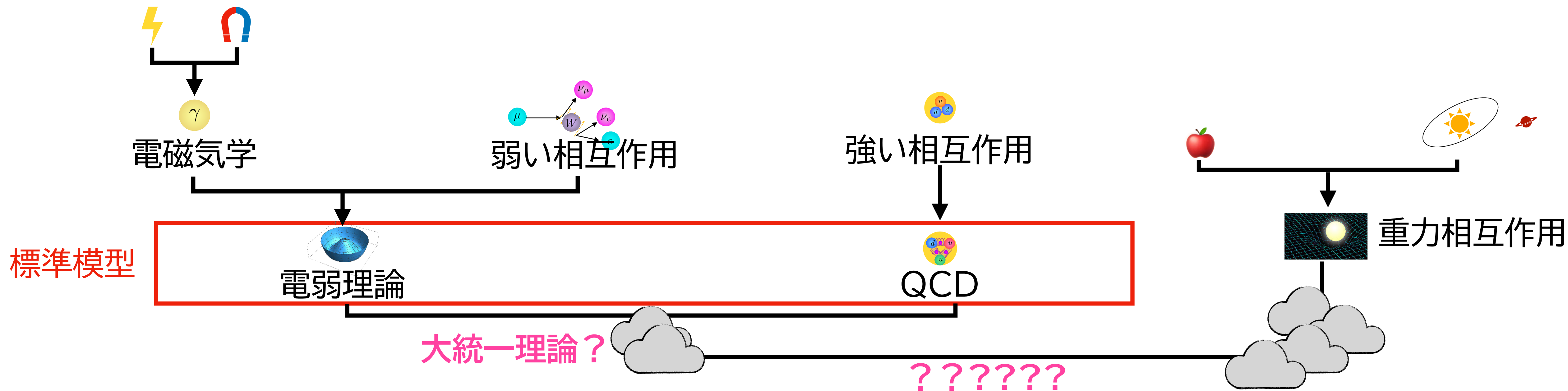
# 統一理論に向かって

暗黒物質、バリオジェネシス、ニュートリノ質量など標準模型のほころびはいくつかあるが…

なぜクォークとレプトンの電荷が綺麗に量子化されているかも未解決の問題 ➡ クォーク・レプトンの統一？

電子の電荷と陽子の電荷の絶対値が等しい

さらに、これまでの物理理論の成功体験に基づくと、さらなる統一理論があると期待できる



# ゲージ相互作用の大統一

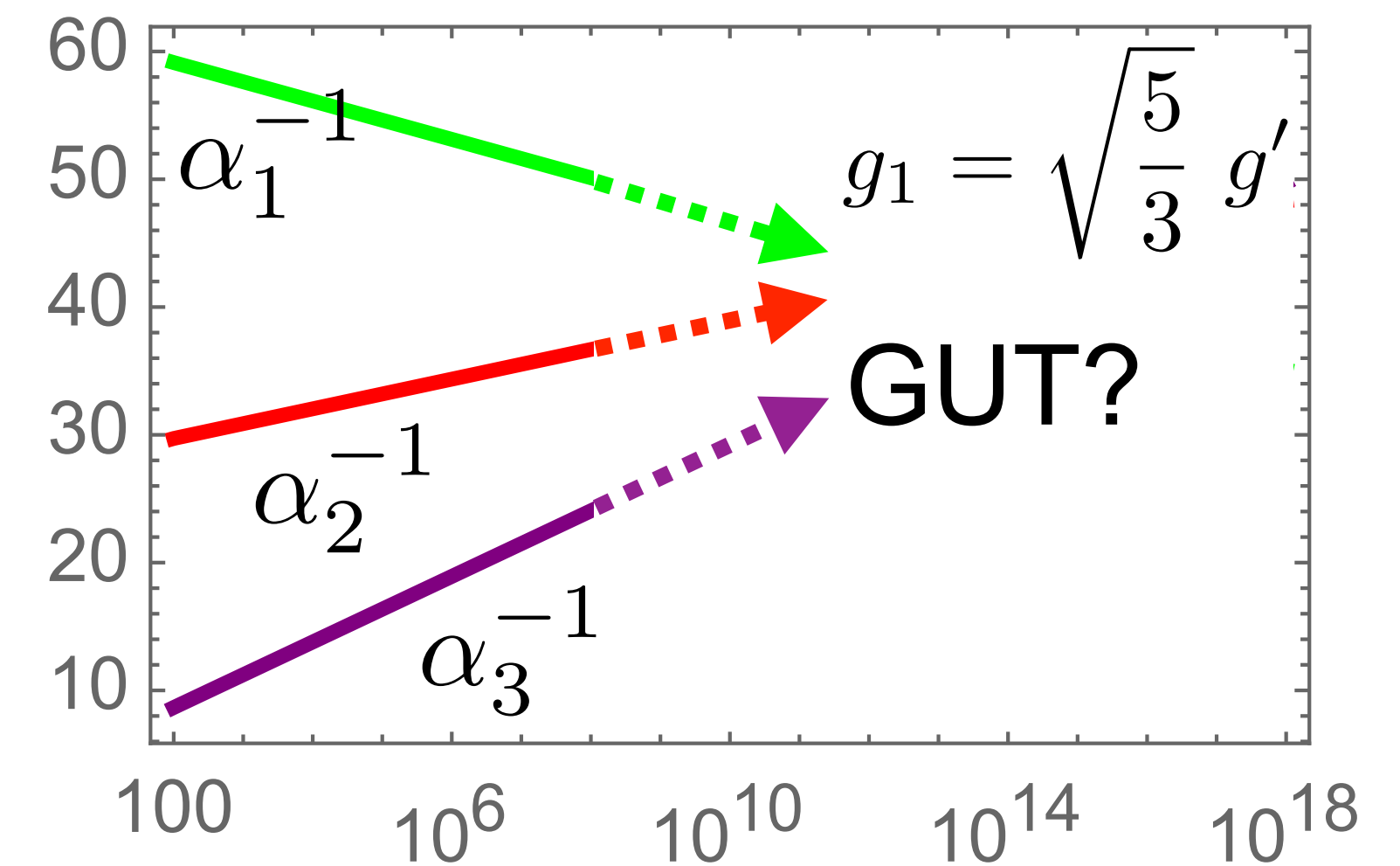
クォーク・レプトンの統一 → 強い相互作用と電弱相互作用の統一を意味する

くりこみ群によるゲージ結合定数のスケール依存性を眺めると…

大統一理論は大きなゲージ対称性によって表現される

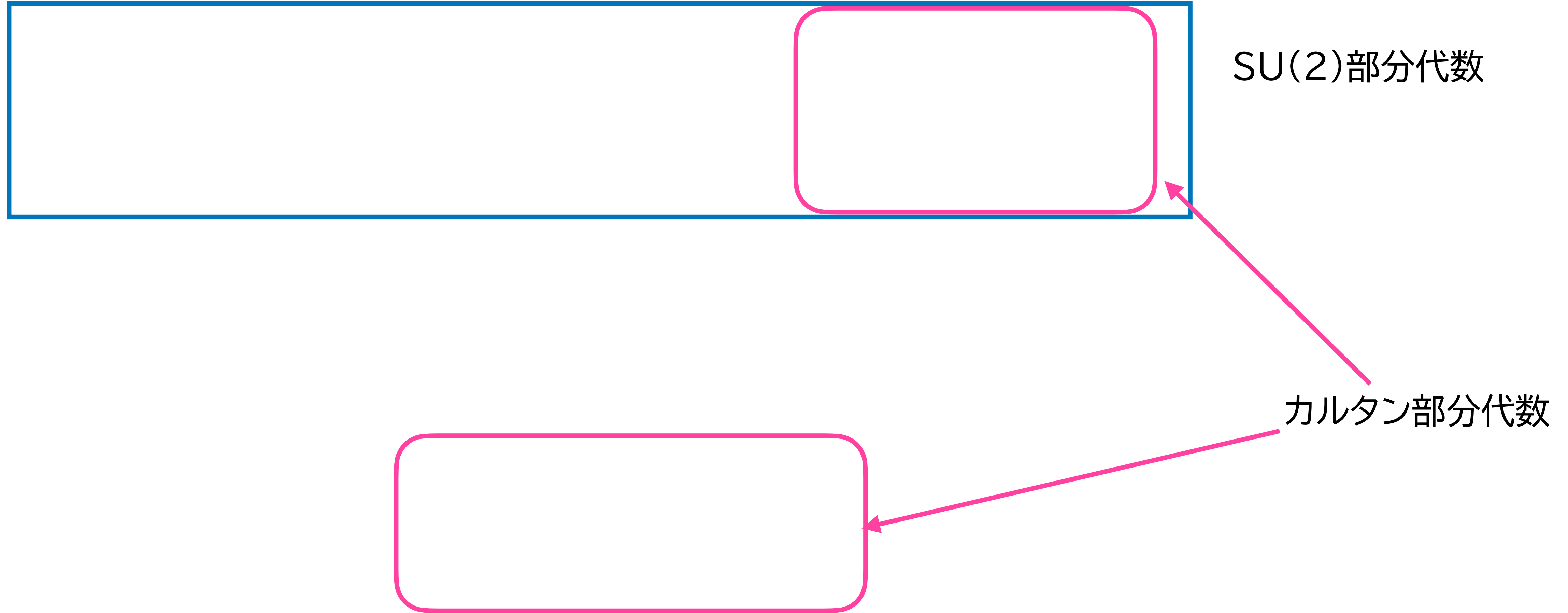


が埋め込まれるような対称性



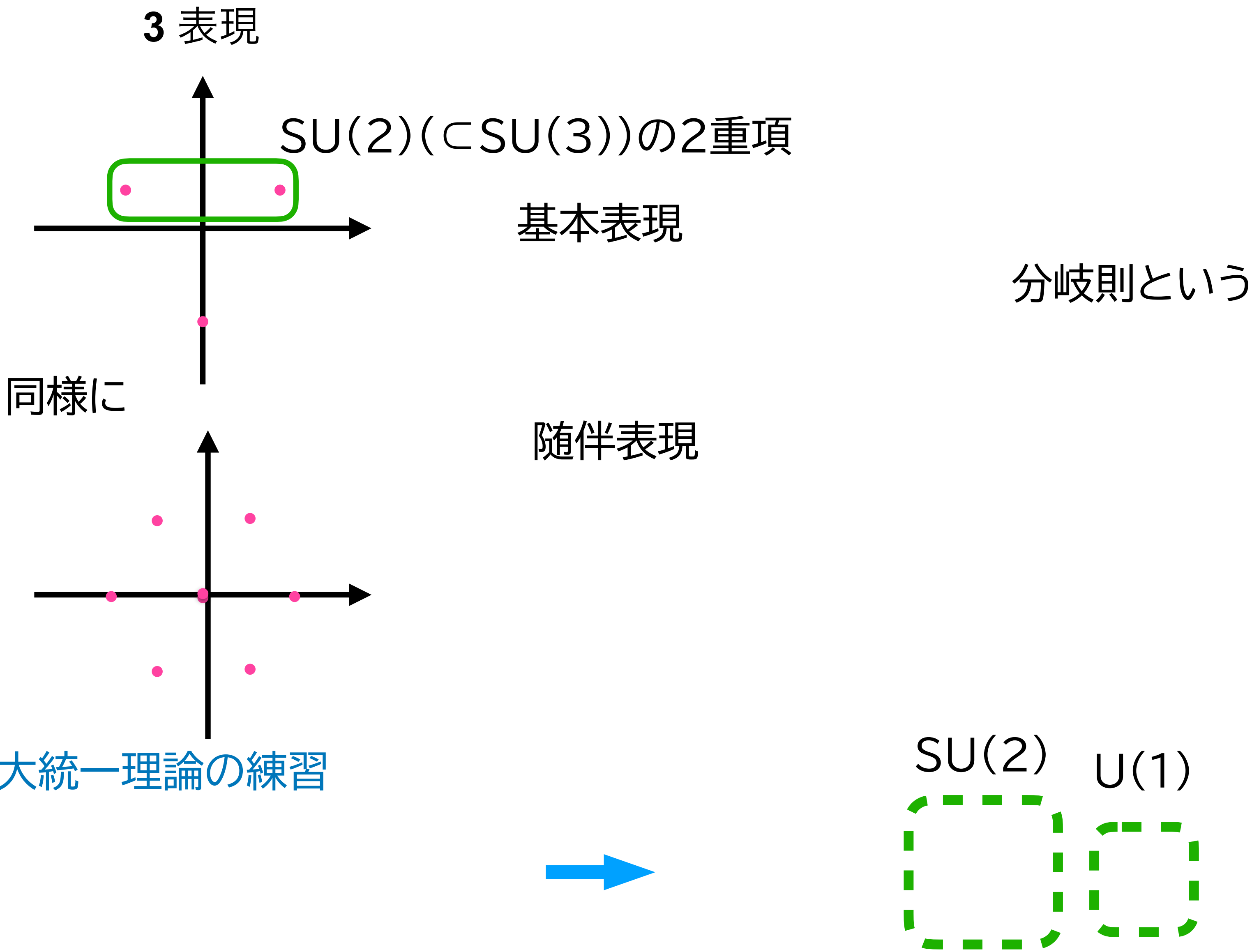
お互いに近づいていく

# SU(3)で雰囲気をつかむ



# SU(3)で雰囲気をつかむ

状態はすべてカルタン部分代数の固有値(ウェイト)で分類できる



# SU(5)対称性

が埋め込まれるような最小の単純群はSU(5)

SU(5)の5次元表現(基本表現)の生成子は

SU(3)

SU(2)

これ以外のもの12個

U(1)

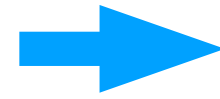
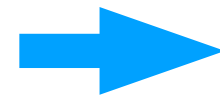
ゲージボゾン:

# 標準模型粒子の埋め込み

標準模型の粒子はSU(5)の5表現と10表現に埋め込まれる

基本表現 反対称表現( $5 \times 5$ の反対称行列で表せる)

## 分岐則は



The diagram illustrates the distributive property of the dot product over addition. It shows a sequence of operations: a vector (red sphere) dotted with the sum of two vectors (blue and green spheres), which is equal to the sum of the vector dotted with each of the two vectors individually. The diagram uses colored spheres with arms to represent vectors and includes equals signs and minus signs to show the algebraic steps.

## ヒッグス2重項を含む最小の表現は5表現

Diagram illustrating the Higgs doublet structure. It shows five colored spheres (red, blue, green, blue, blue) arranged vertically. A pink arrow points from the text "ヒッグス2重項" (Higgs doublet) to the second blue sphere from the bottom.

## ヒッグス2重項

# 対称性の破れ

ヒッグス機構による自発的対称性の破れを用いてSU(5)対称性を破る

対称性を破るためのスカラー場が必要

どんな表現が適切か？

**5** :  $SU(5) \rightarrow SU(4), \dots$

**10** :  $SU(5) \rightarrow SO(5), \dots$

**15** :  $SU(5) \rightarrow SU(4), SO(5), \dots$

⋮

次の補題が知られている

SU(N)理論で随伴表現がとりえる、異なる真空期待値はせいぜい2種類

SU(5)の場合

対称性は破れない

標準模型に破ることができる最小のものは随伴表現

# まとめとして(SU(5)GUTの問題点)

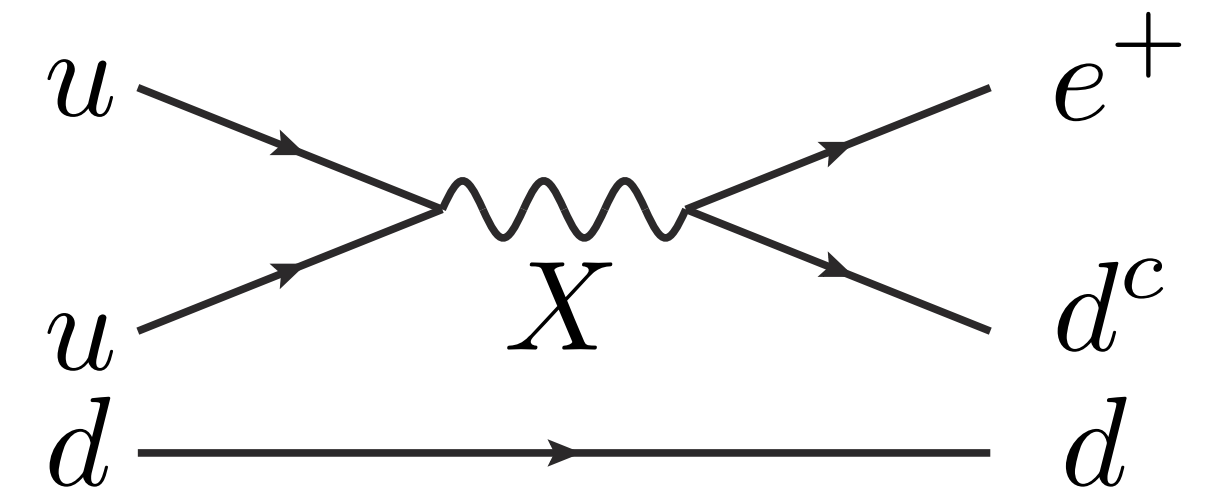
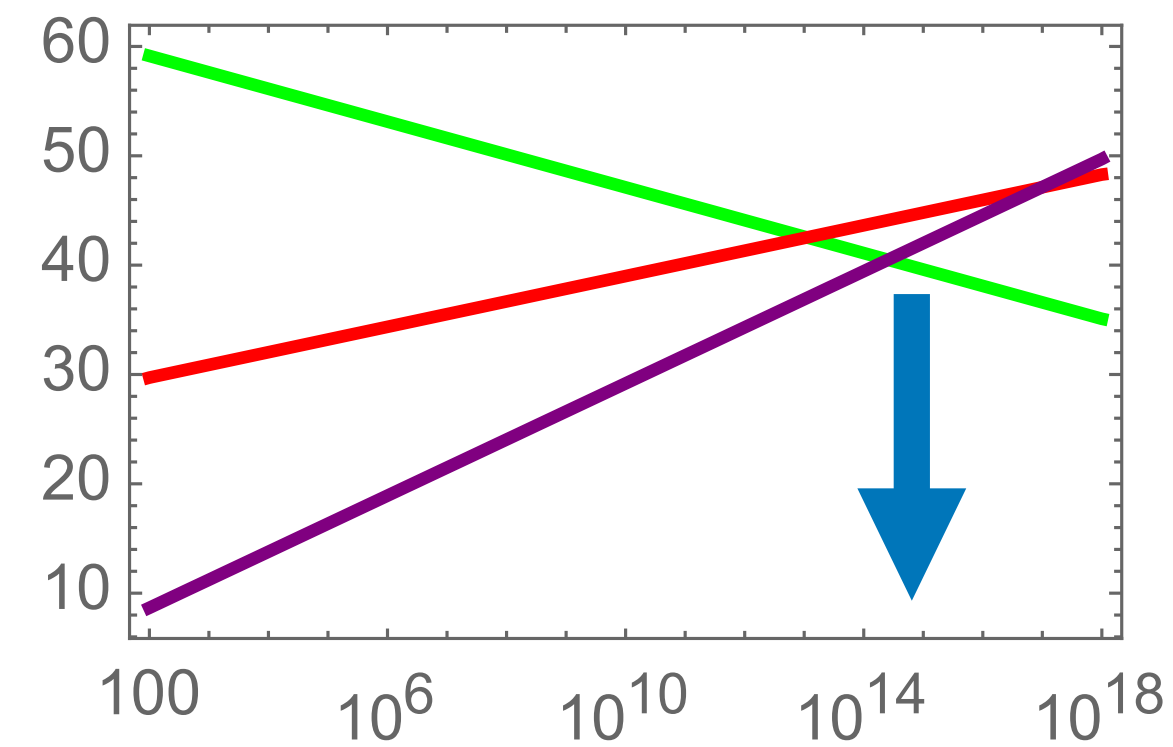
SU(5)GUTはシンプルで魅力的だが問題がある

- フェルミオンの質量スペクトルが現実とあわない



$$m_{d_i} = m_{e_i} \text{ 😞}$$

- 素朴なRGEによるゲージ結合定数の統一は実現しない
  - GUTスケールが低く、陽子崩壊の制限と矛盾する
- ゲージ階層性問題
- 5表現スカラーのダブレット・トリプレット分離問題



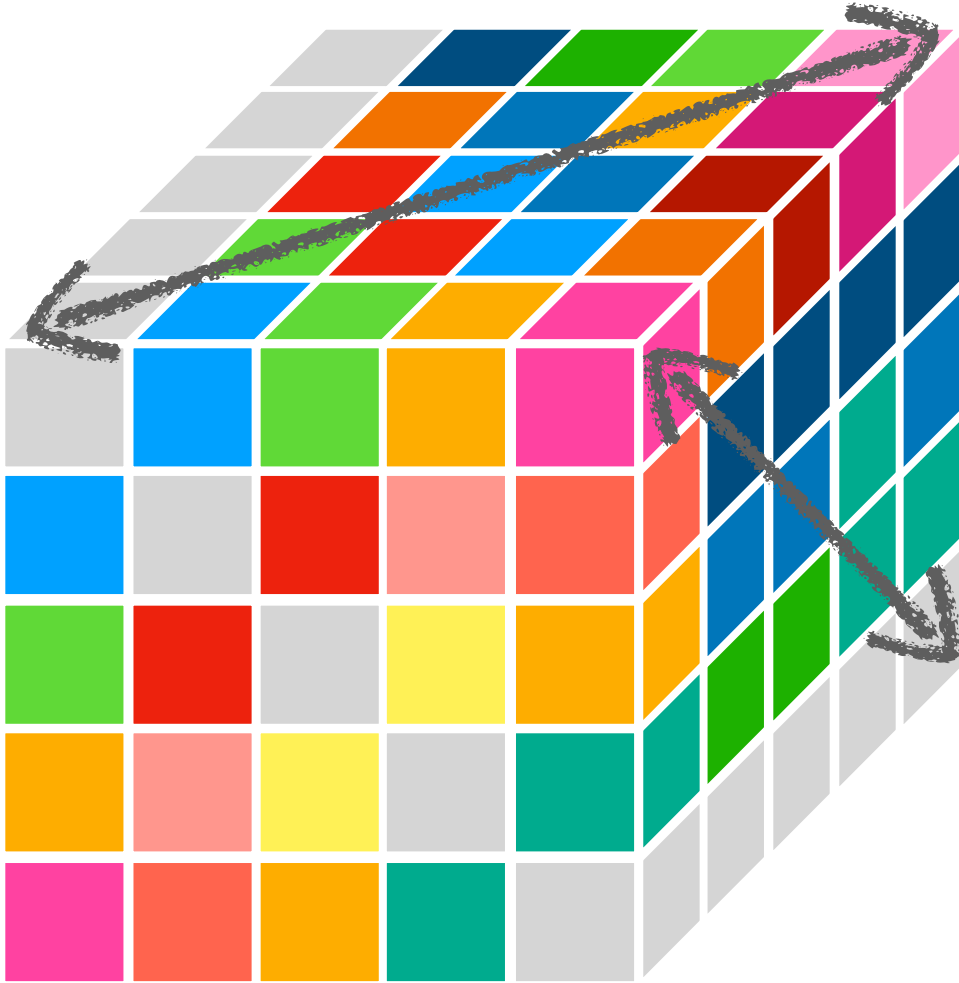
より

# 拡張されたSU(5)大統一理論の現象論

T. Goto, S. Mishima, and T.S., Phys.Rev.D 108, 095012 (2023), and work in progress

# 45表現スカラーの導入

最小SU(5)GUTの問題点(のいくつか)を解決するために45表現スカラーを導入する

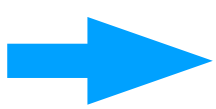


=

スカラーセクターにあるのは:



ヒッグス2重項と同じ量子数

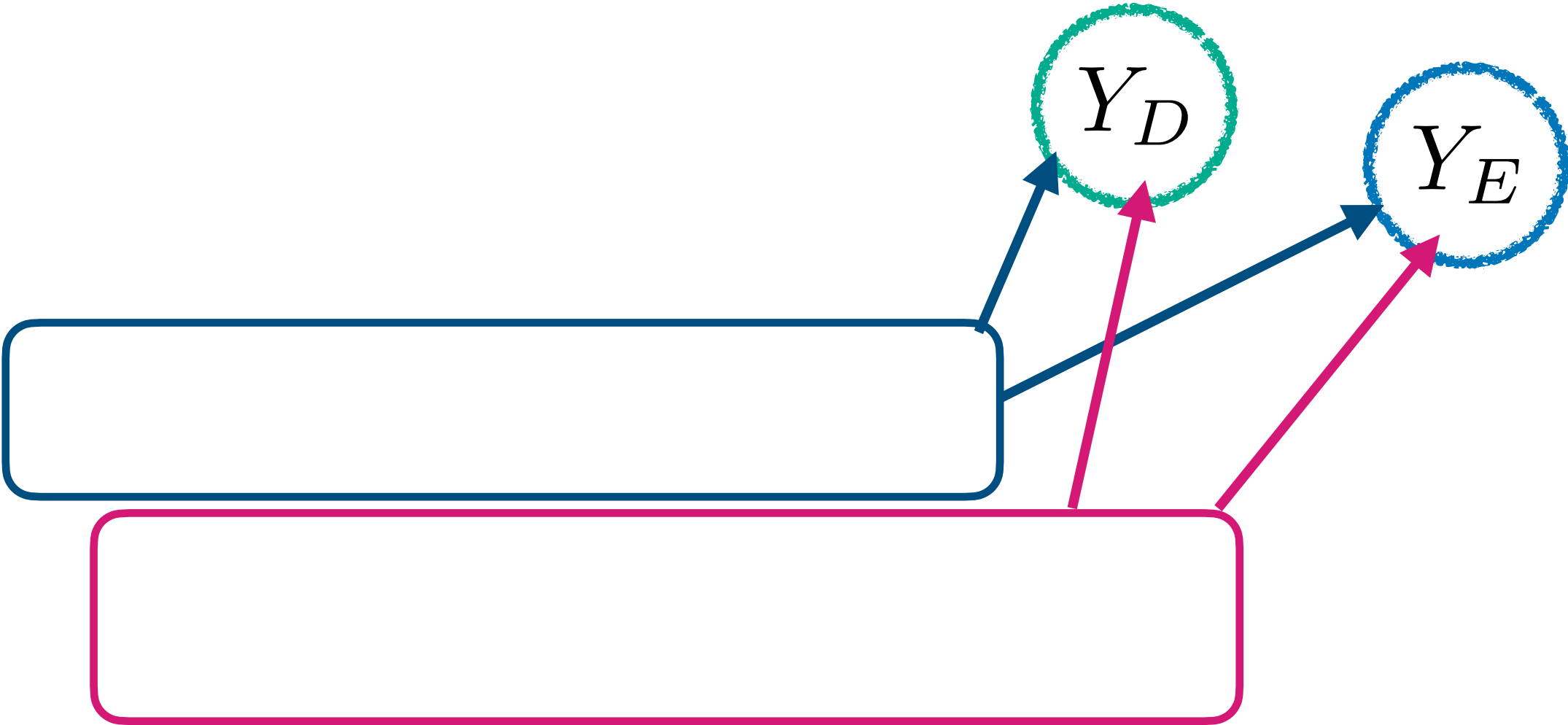


標準模型ヒッグス2重項はこれらの線型結合



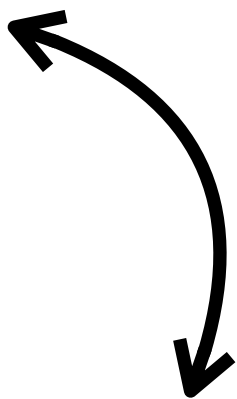
# 標準模型の湯川結合

45表現と5表現スカラーによる湯川結合は



Georgi-Jarlskogメカニズム

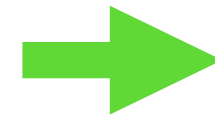
{



異なる固有値が得られる  $m_{d_i} \neq m_{e_i}$

# ゲージ結合定数の統一

SM+大砂漠

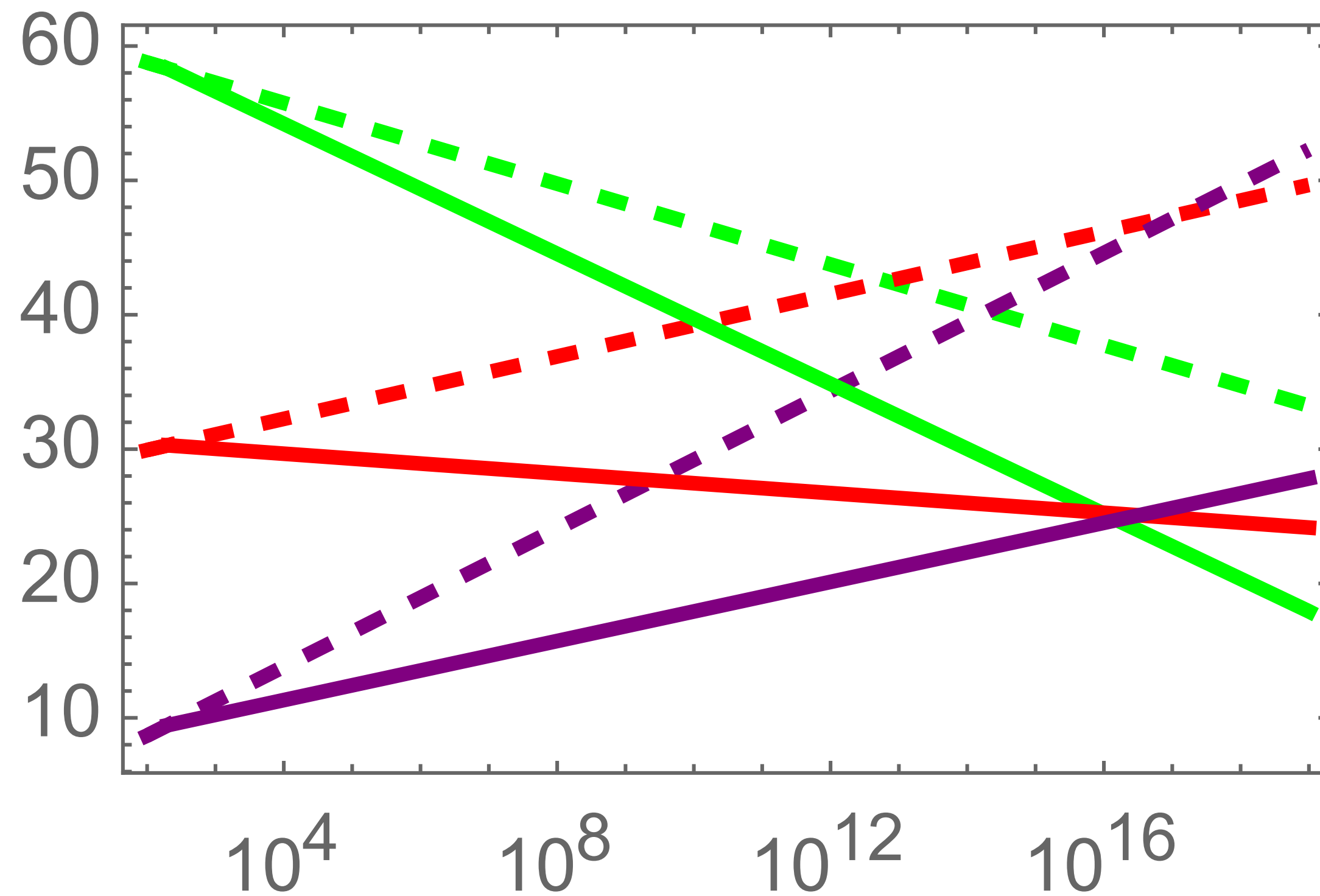


素朴なゲージ結合定数の統一は実現しない



この仮定にこだわらなくてもよい

有名な例: 最小超対称性標準模型



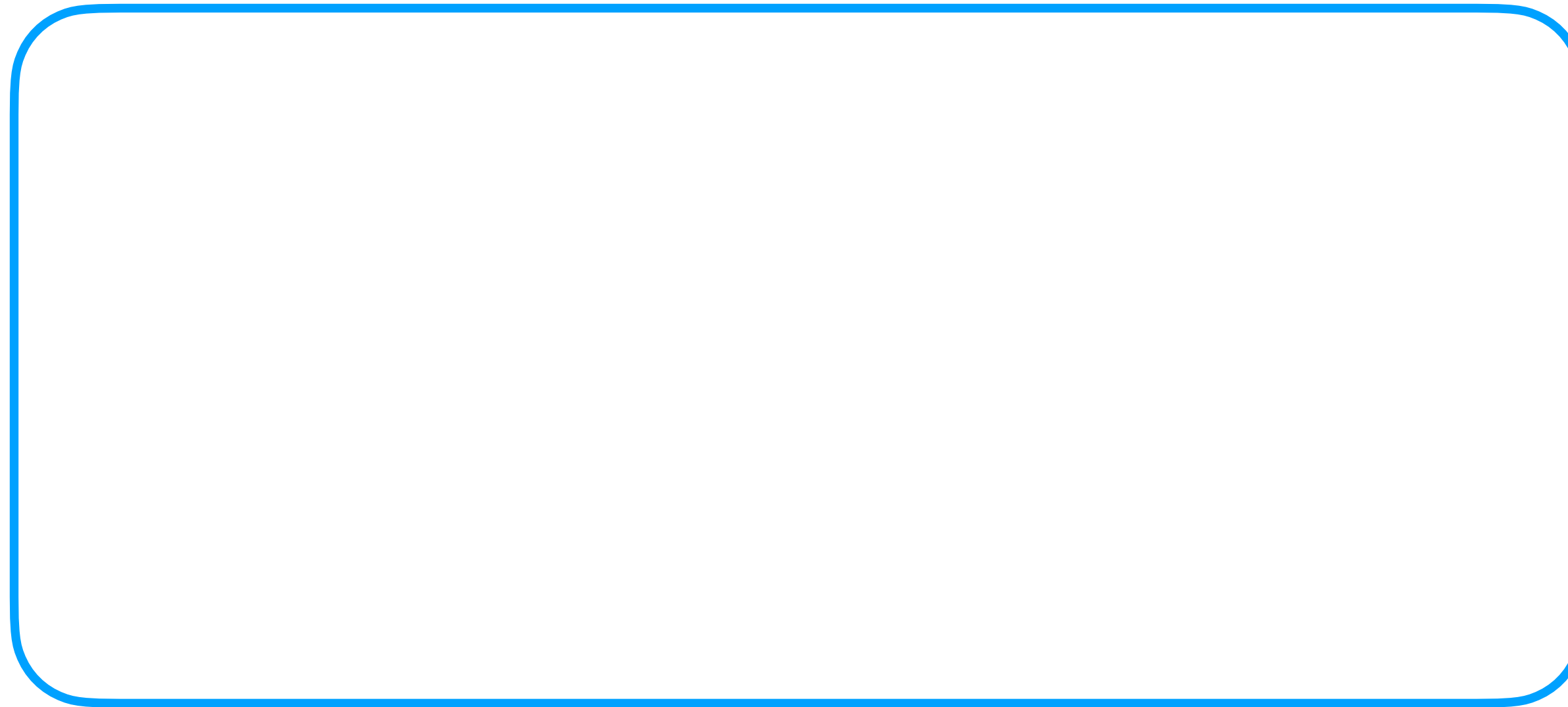
同じ状況は45表現スカラーの模型でも可能

# 追加のスカラー場@低エネルギー

我々の拡張模型には多くのスカラー場が含まれている



NGボゾン



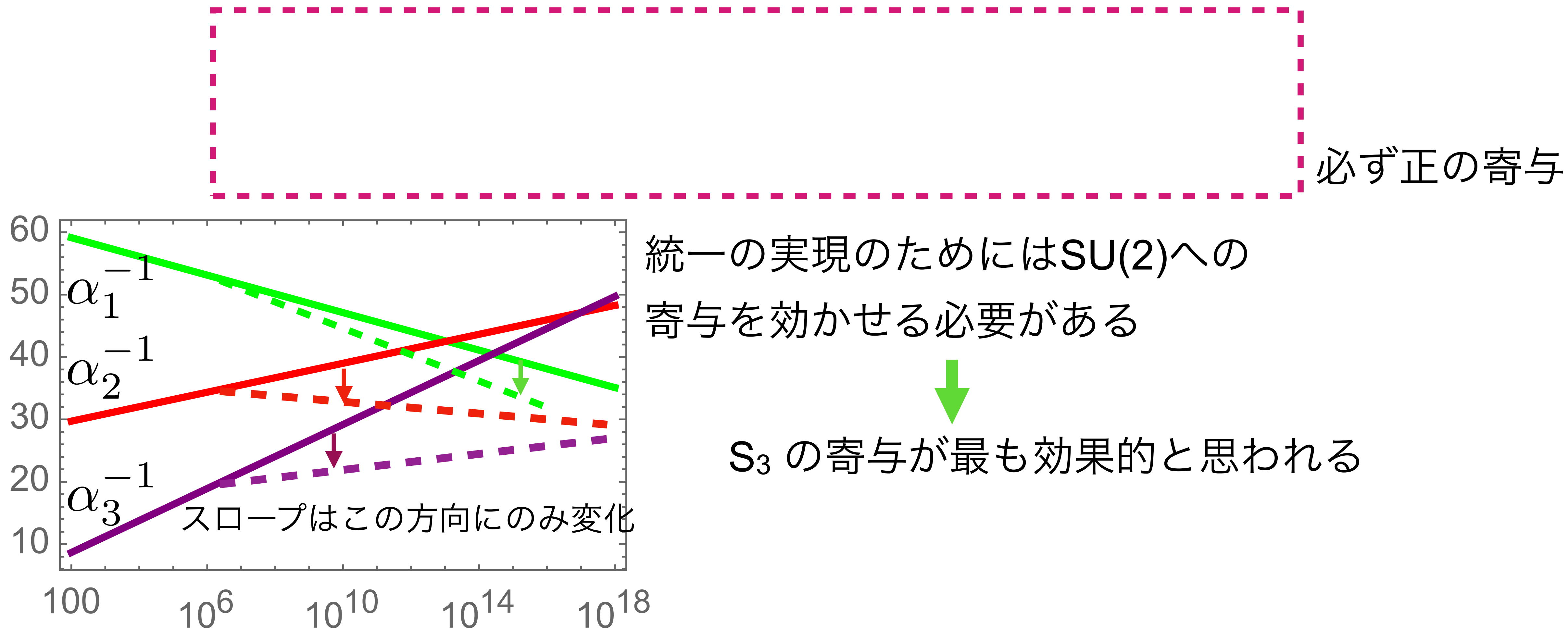
いわゆるレプトクォーク

これらのスカラーのいくつかが軽ければ、ゲージ結合定数のRGEに寄与する

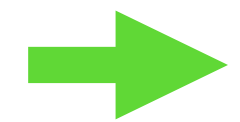


結合定数の素朴な統一が実現する

# ゲージ結合定数のRGE



# ゲージ結合定数の統一



(1-loop level)

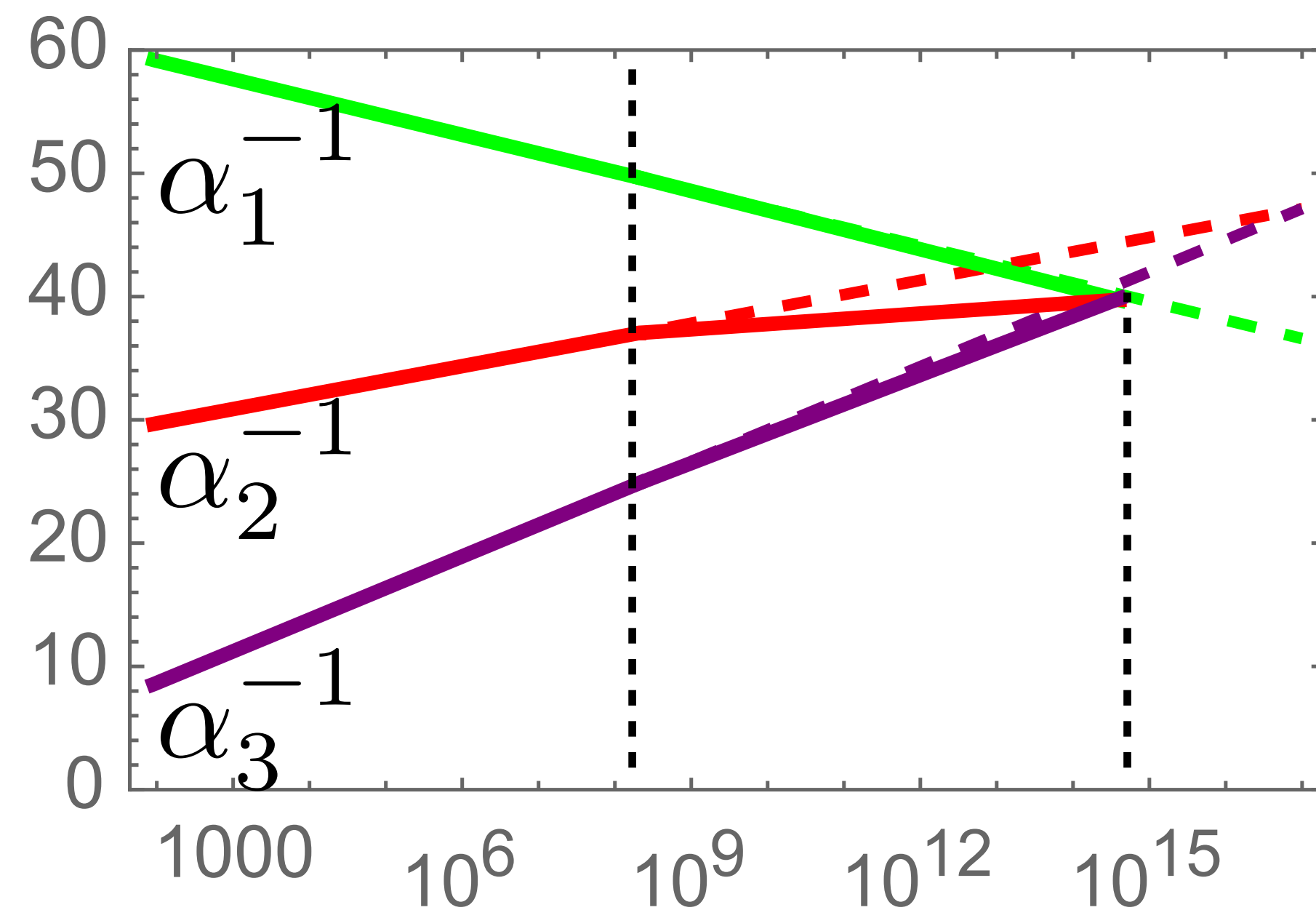
ゲージ結合定数の統一が実現するためには下記の2つの等式が成立する必要がある



が望ましい

# ゲージ結合定数の統一

S3 の寄与によりゲージ結合定数の素朴な統一は実現する



陽子崩壊の制限から棄却される

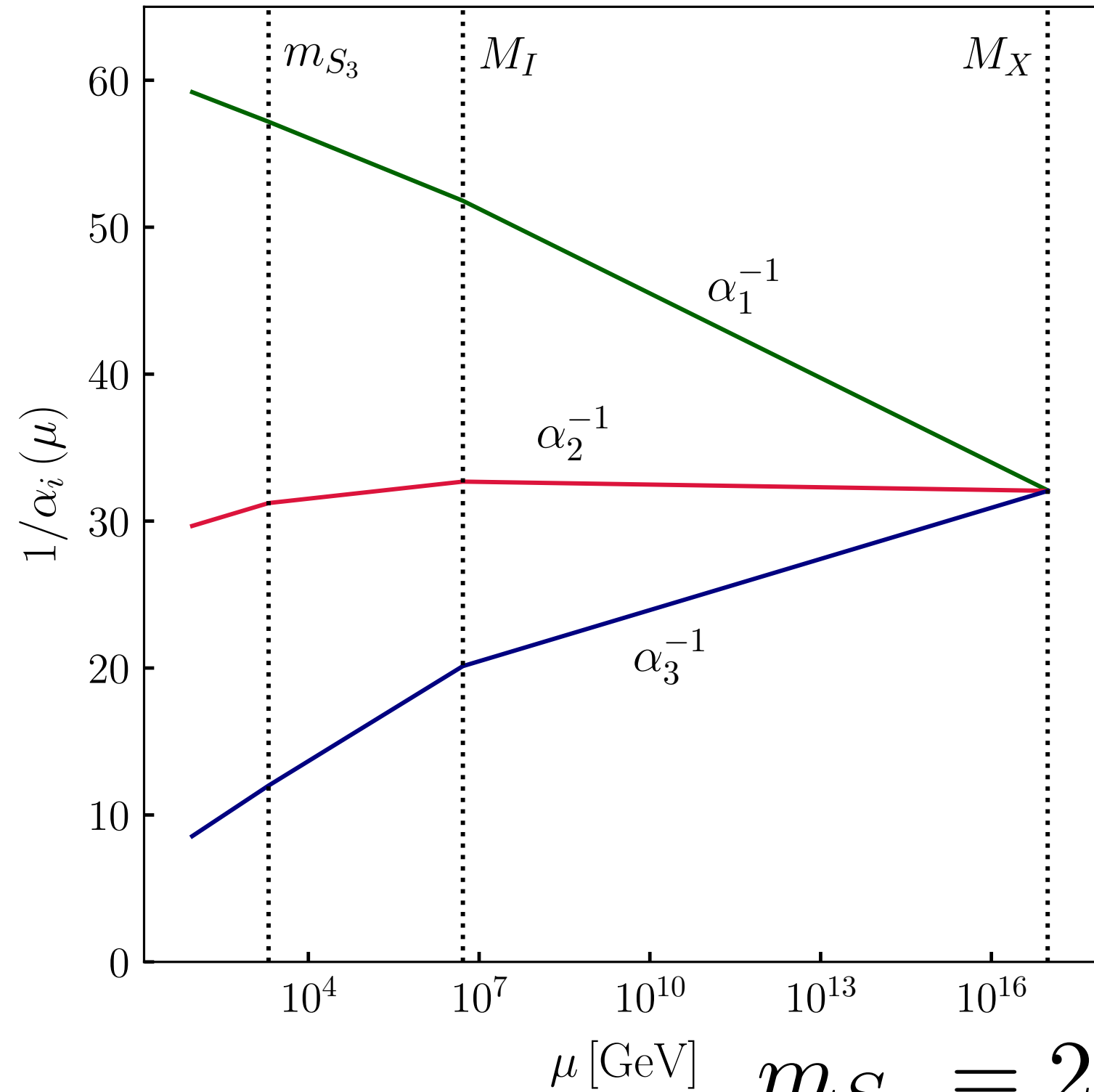
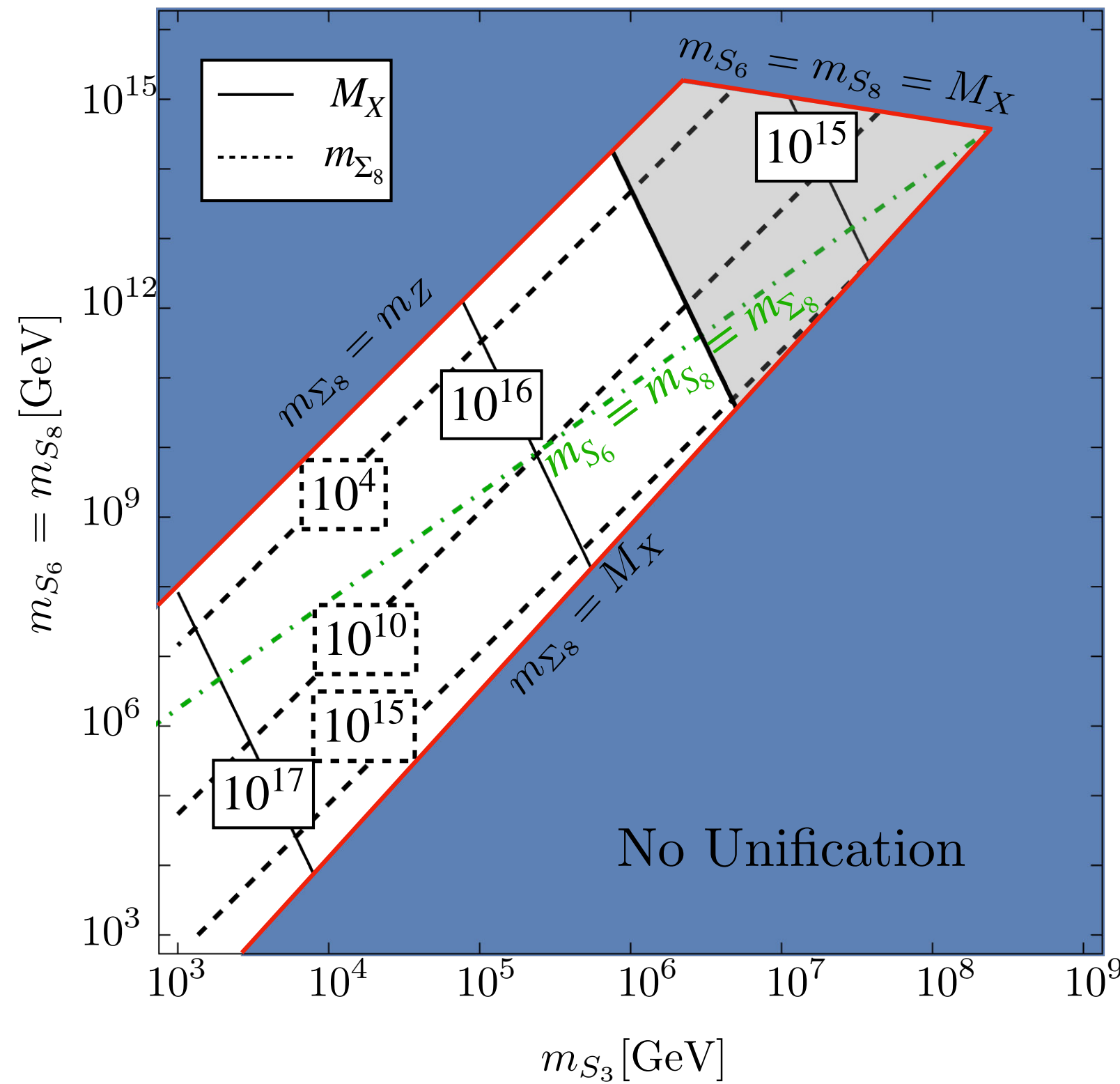
GUTスケールをもっと高くする必要がある

SU(3)結合への寄与を効かせる必要がある

$$S_6, \quad S_8, \quad \Sigma_8$$

# ゲージ結合定数の統一

T. Goto, S. Mishima, and T.S., PRD (2023)



GUTのポテンシャル

$$\begin{aligned}
 & -8(s_H^2 m_H^2 + c_H^2 m_{H'}^2) \\
 & +6(s_S^2 m_{H_C}^2 + c_S^2 m_{S_1}^2) \\
 & +6m_{\tilde{S}_1}^2 - 6m_{R_2}^2 \\
 & +9m_{S_3}^2 + 3m_{S_6}^2 - 10m_{S_8}^2 \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

単純のために次を仮定する

$$m_{\Sigma_1} = m_{\Sigma_3} = m_{H'} = m_{H_C} = m_{S_1} = m_{\tilde{S}_1} = M_X$$

軽いS3のシナリオは現象論的にも興味深い

$$m_{S_3} = 2 \text{ TeV}$$

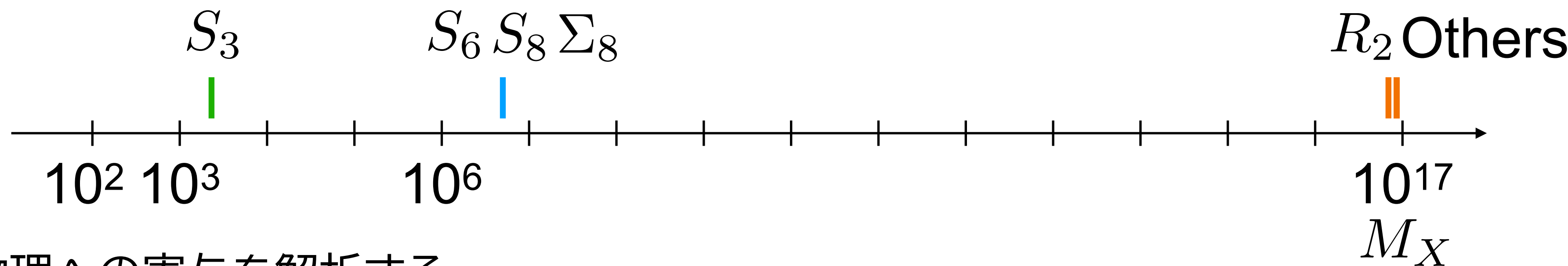
$$m_{S_6} = m_{S_8} = m_{\Sigma_8} = 5.2 \times 10^6 \text{ GeV}$$

$$\cot \theta_H = 50$$

ただし、GUTの破れを考慮した再解析が必要(後述)

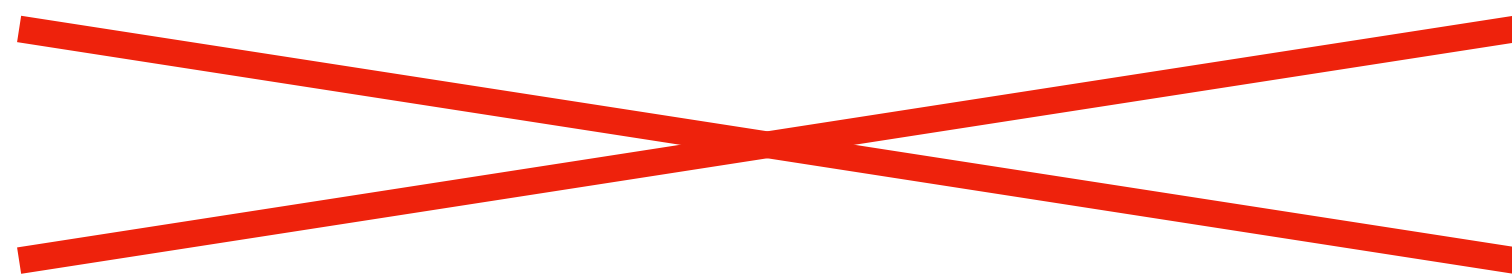
# SU(5)+45モデルの低エネルギー有効理論

下記のようなベンチマークを考える



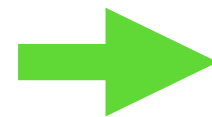
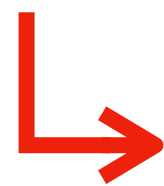
S3のフレーバー物理への寄与を解析する

関係のある湯川結合は



しかし、 $S_3$ を媒介する陽子崩壊の制限を逃れるためには

この制限を避けるためのansatz:



が  $M_X$ 以下でも対称性で担保される

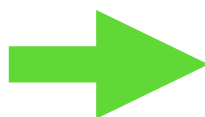
|      | $R_2^*$ | $S_3^*$ | $S_6^*$ | $S_8$ |
|------|---------|---------|---------|-------|
| $3B$ | -1      | 1       | -2      | 0     |
| $L$  | 1       | 1       | 0       | 0     |

# $S_3$ の湯川結合

$M_X$ でのマッチング

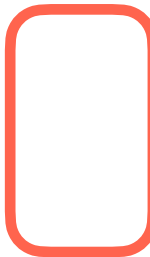


dやeの質量固有状態の基底



本研究の解析では

$3 \times 3$ ユニタリー行列

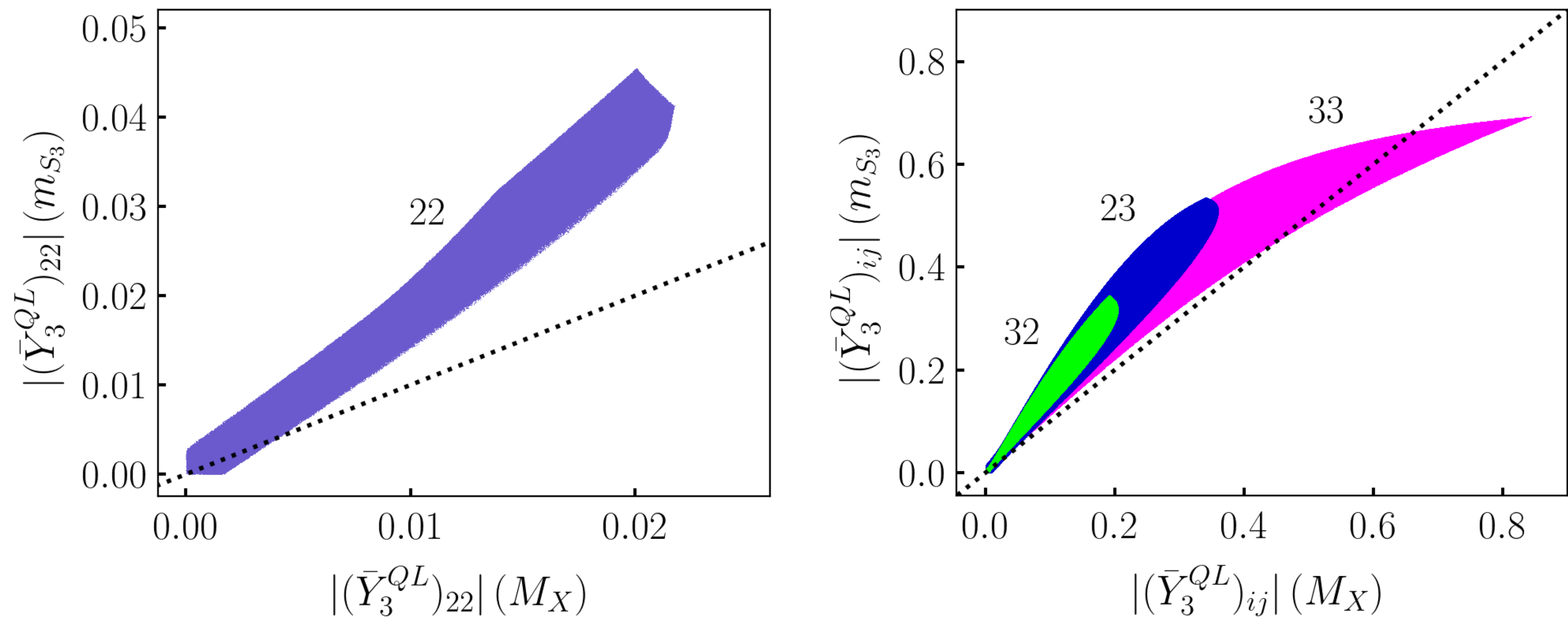


の制限

# 湯川結合のサイズ

湯川行列のRGEを取り入れる

T. Goto, S. Mishima, and [T.S.](#), PRD (2023)



我々のモデルにおける顕著な特徴



# 様々な観測量への影響

| Transition                             | Couplings                                      | Observable                                              | Current measurement                            | Future sensitivity             |
|----------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------|
| $b \rightarrow s\mu^+\mu^-$            | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{22}(\bar{Y}_3^{QL})_{32}$  | $R_{K^+}[0.1, 1.1]$                                     | $0.994^{+0.090+0.029}_{-0.082-0.027}$ [71, 72] |                                |
|                                        |                                                | $R_{K^{*0}}[0.1, 1.1]$                                  | $0.927^{+0.093+0.036}_{-0.087-0.035}$ [71, 72] |                                |
|                                        |                                                | $R_{K^+}[1.1, 6.0]$                                     | $0.949^{+0.042+0.022}_{-0.041-0.022}$ [71, 72] | $\pm 0.007$ [73]               |
|                                        |                                                | $R_{K^{*0}}[1.1, 6.0]$                                  | $1.027^{+0.072+0.027}_{-0.068-0.026}$ [71, 72] | $\pm 0.008$ [73]               |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+\mu^-)$               | $(3.01 \pm 0.35) \times 10^{-9}$ [74]          | $\pm 0.16 \times 10^{-9}$ [73] |
| Loop                                   | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$  | $\Delta M_s$                                            | $(17.765 \pm 0.006) \text{ ps}^{-1}$ [74]      |                                |
| $b \rightarrow s\nu\bar{\nu}$          | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$  | $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\nu\bar{\nu})$          | $< 1.6 \times 10^{-5}$ (90%) [75]              | $\pm 11\%$ of SM [76]          |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K_S\nu\bar{\nu})$          | $< 1.3 \times 10^{-5}$ (90%) [77]              |                                |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^{*+}\nu\bar{\nu})$       | $< 4.0 \times 10^{-5}$ (90%) [78]              | $\pm 9.3\%$ of SM [76]         |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0}\nu\bar{\nu})$       | $< 1.8 \times 10^{-5}$ (90%) [77]              | $\pm 9.6\%$ of SM [76]         |
| $b \rightarrow c\tau^-\bar{\nu}$       | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$  | $R(D)$                                                  | $0.357 \pm 0.029$ [79]                         | $(\pm 2.0 \pm 2.5)\%$ [76]     |
|                                        |                                                | $R(D^*)$                                                | $0.284 \pm 0.012$ [79]                         | $(\pm 1.0 \pm 2.0)\%$ [76]     |
| $b \rightarrow s\tau^+\tau^-$          | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$  | $\mathcal{B}(B_s \rightarrow \tau^+\tau^-)$             | $< 5.2 \times 10^{-3}$ (90%) [80]              | $5 \times 10^{-4}$ [73]        |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\tau^+\tau^-)$          | $< 2.25 \times 10^{-3}$ (90%) [81]             | $2.0 \times 10^{-5}$ [76]      |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0}\tau^+\tau^-)$       | $< 3.1 \times 10^{-3}$ (90%) [82]              | $5.3 \times 10^{-4}$ [83]      |
| $b \rightarrow s\mu^+\tau^-$           | $(\bar{Y}_3^{QL})_{23}^*(\bar{Y}_3^{QL})_{32}$ | $\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^\mp\tau^\pm)$          | $< 3.4 \times 10^{-5}$ (90%) [84]              | $3 \times 10^{-6}$ [73]        |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\mu^-\tau^+)$           | $< 5.9 \times 10^{-6}$ (90%) [85]              | $3.3 \times 10^{-6}$ [76]      |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^-\tau^+)$        | $< 1.0 \times 10^{-5}$ (90%) [86]              |                                |
| $b \rightarrow s\mu^-\tau^+$           | $(\bar{Y}_3^{QL})_{22}^*(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$ | $\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+\mu^+\tau^-)$           | $< 2.45 \times 10^{-5}$ (90%) [85]             | $3.3 \times 10^{-6}$ [76]      |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\tau^-)$        | $< 8.2 \times 10^{-6}$ (90%) [86]              |                                |
| $\tau^- \rightarrow \mu^-\bar{s}s$     | $(\bar{Y}_3^{QL})_{22}^*(\bar{Y}_3^{QL})_{23}$ | $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow \mu^-\phi)$             | $< 2.3 \times 10^{-8}$ (90%) [87]              | $8.4 \times 10^{-10}$ [88]     |
| $b\bar{b} \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp$ | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{32}(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$  | $\mathcal{B}(\Upsilon(1S) \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp)$ | $< 2.7 \times 10^{-6}$ (90%) [89]              |                                |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(\Upsilon(2S) \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp)$ | $< 3.3 \times 10^{-6}$ (90%) [90]              |                                |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(\Upsilon(3S) \rightarrow \mu^\pm\tau^\mp)$ | $< 3.1 \times 10^{-6}$ (90%) [90]              |                                |
| Loop                                   | $(\bar{Y}_3^{QL*})_{32}(\bar{Y}_3^{QL})_{33}$  | $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow \mu^-\gamma)$           | $< 4.2 \times 10^{-8}$ (90%) [91]              | $6.9 \times 10^{-9}$ [88]      |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(\tau^- \rightarrow \mu^-\mu^+\mu^-)$       | $< 2.1 \times 10^{-8}$ (90%) [92]              | $3.6 \times 10^{-10}$ [88]     |
|                                        |                                                | $\mathcal{B}(Z \rightarrow \mu^\mp\tau^\pm)$            | $< 6.5 \times 10^{-6}$ (95%) [93]              | $\mathcal{O}(10^{-9})$ [94]    |

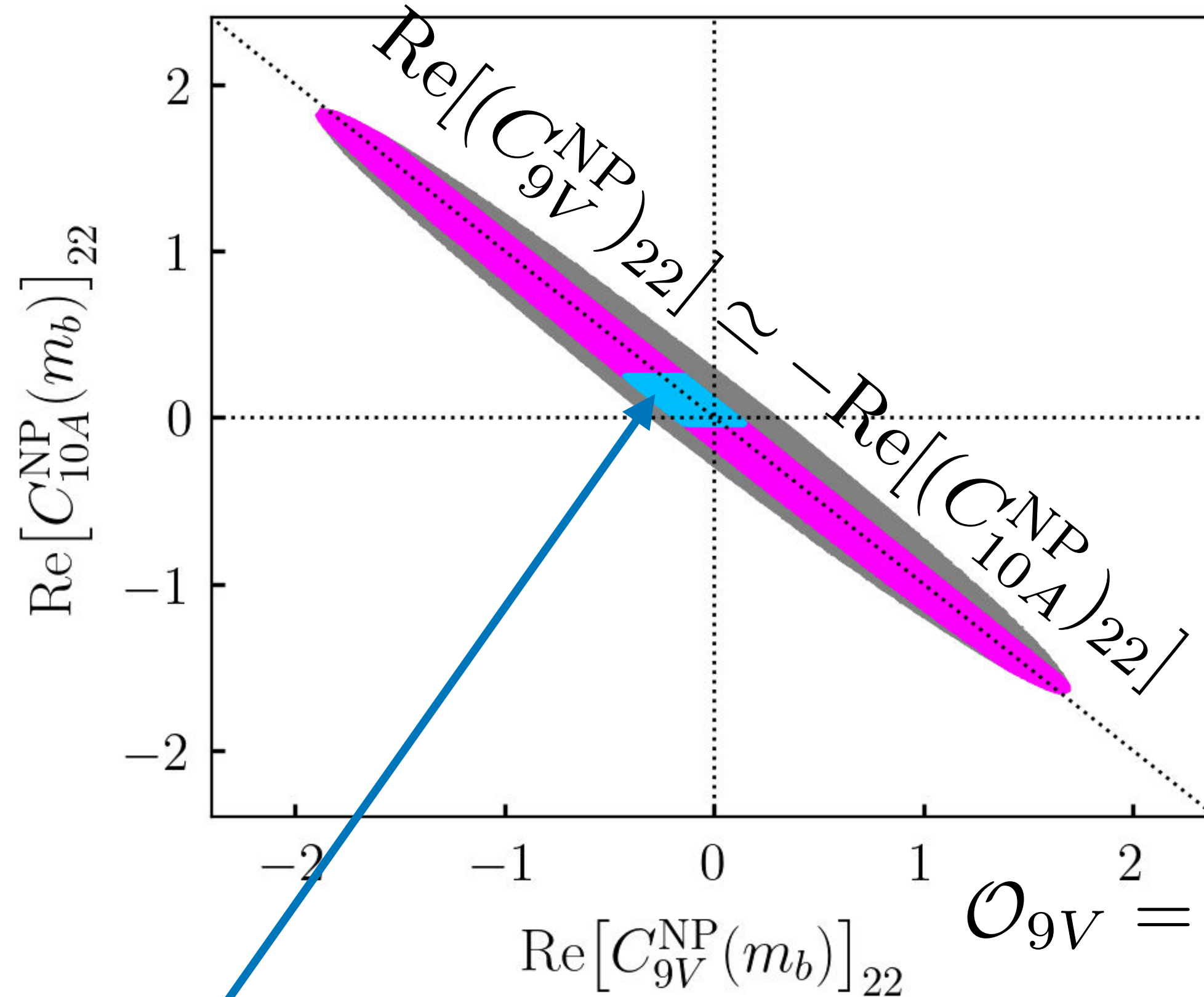
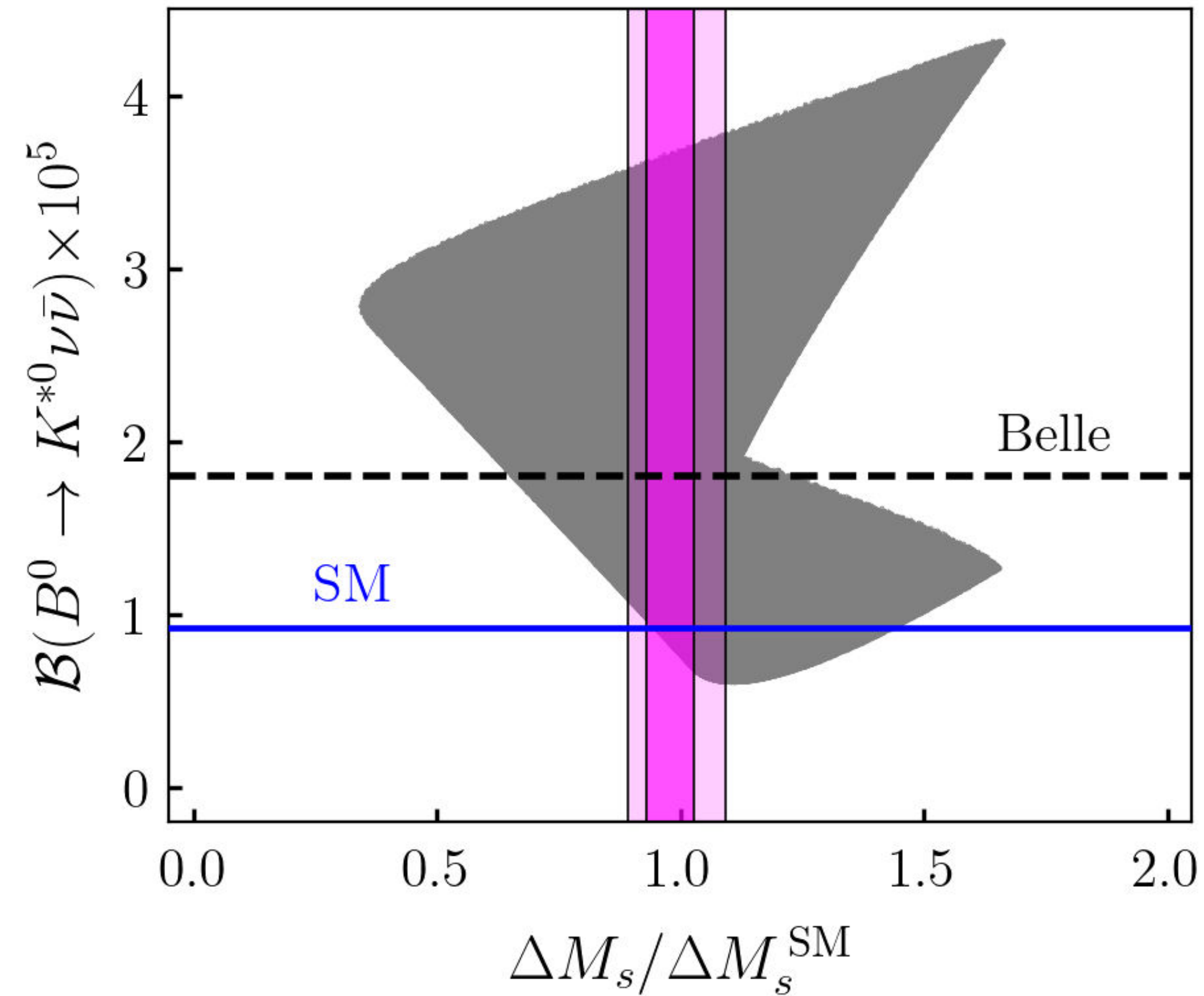
パラメータ領域に制限

顕著な寄与

寄与は抑制的

# 予言と制限

T. Goto, S. Mishima, and T.S., PRD (2023)



$$\mathcal{O}_{9V} = (\bar{\hat{s}}_L \gamma^\mu \hat{b}_L) (\bar{\hat{e}}_i \gamma_\mu \hat{e}_j)$$

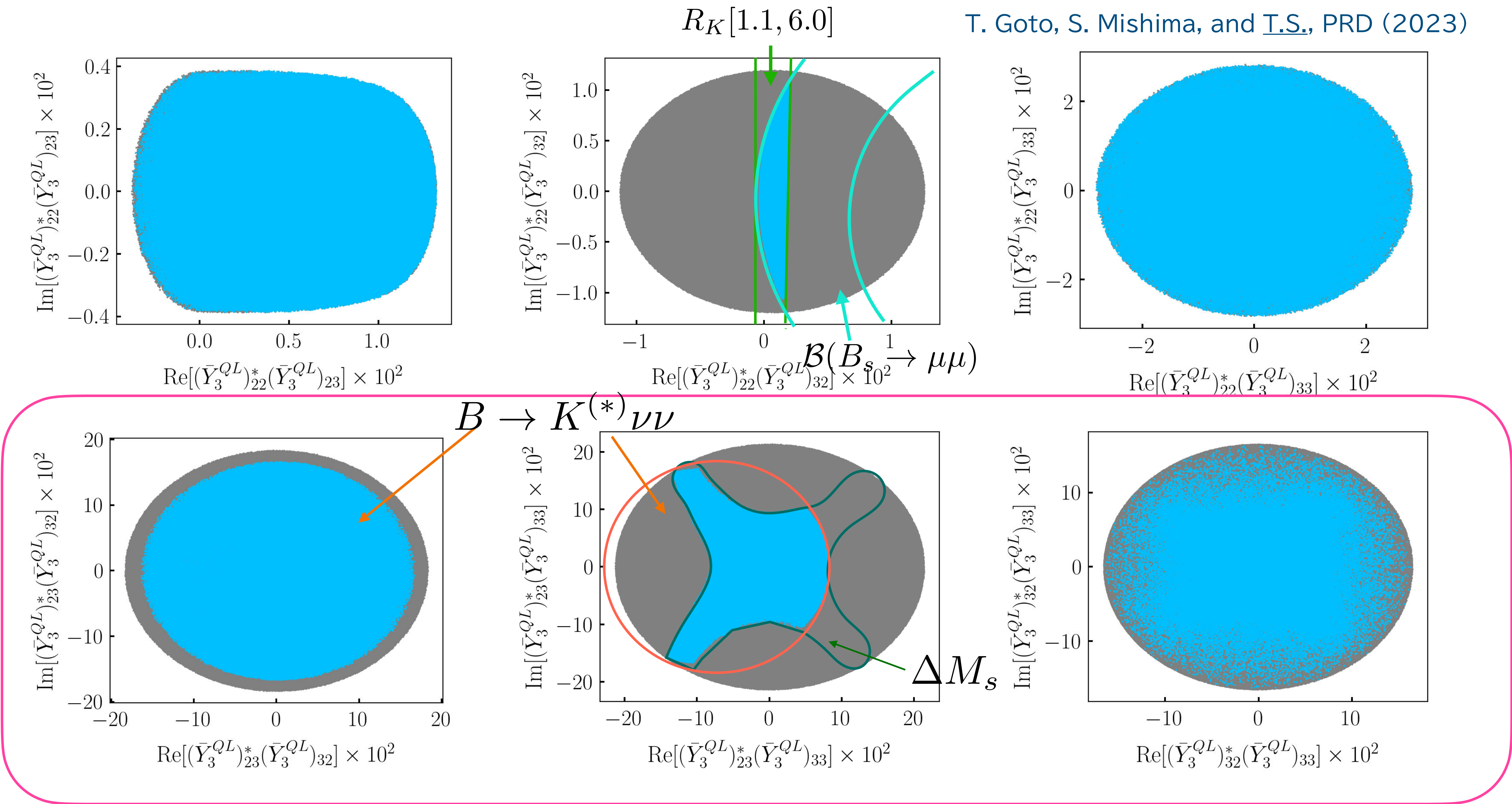
$$\mathcal{O}_{10A} = (\bar{\hat{s}}_L \gamma^\mu \hat{b}_L) (\bar{\hat{e}}_i \gamma_\mu \gamma_5 \hat{e}_j)$$

$R_{K^+} [1.1, 6.0], R_{K^0} [1.1, 6.0], \mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$  からの制限

$$R_H[q_{\min}^2, q_{\max}^2] = \frac{\int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} dq^2 \frac{d\mathcal{B}(B \rightarrow H \mu^+ \mu^-)}{dq^2}}{\int_{q_{\min}^2}^{q_{\max}^2} dq^2 \frac{d\mathcal{B}(B \rightarrow H e^+ e^-)}{dq^2}}$$

# 湯川結合の許容領域

T. Goto, S. Mishima, and [T.S.](#), PRD (2023)

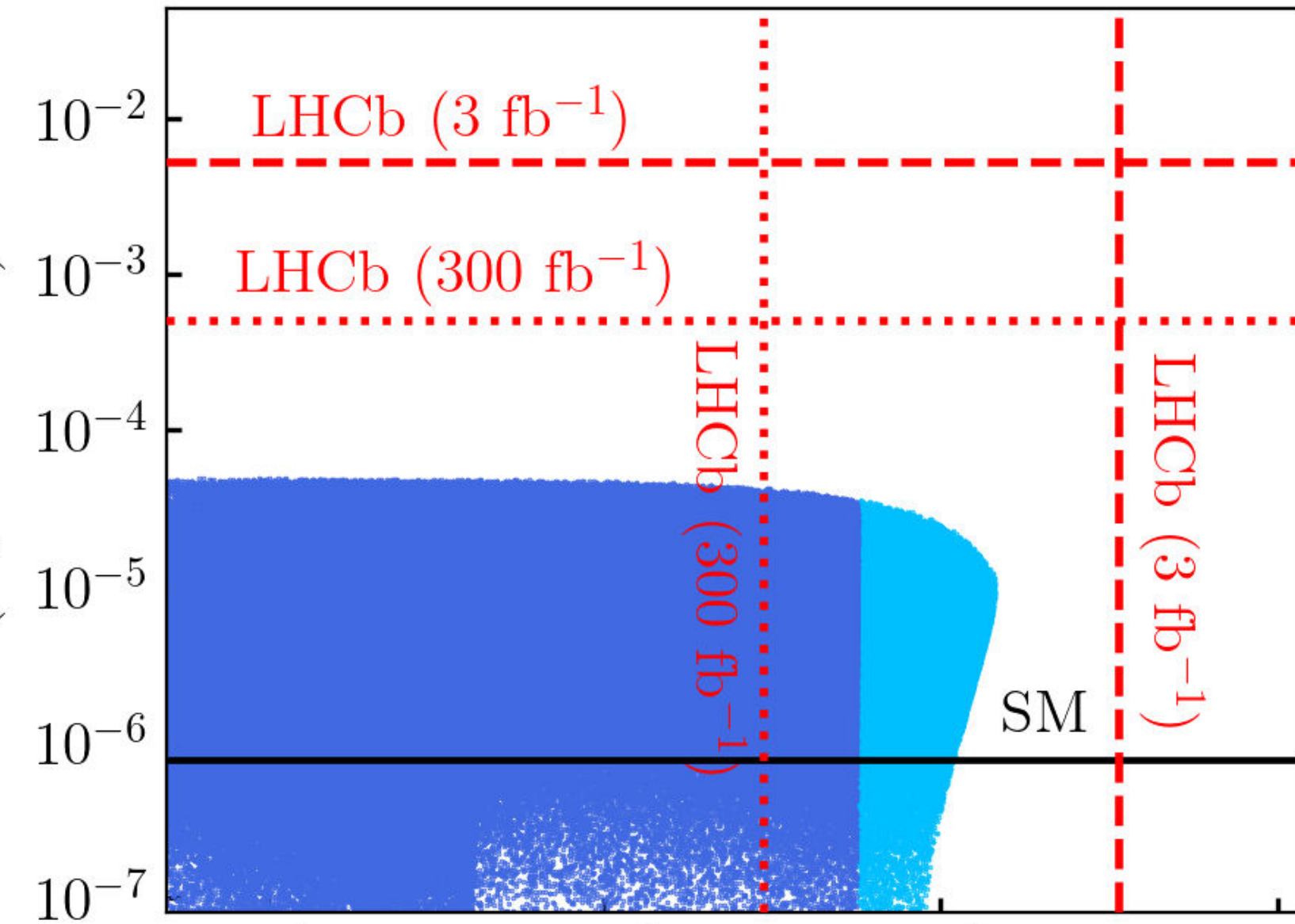


# 予言と制限

T. Goto, S. Mishima, and T.S., PRD (2023)

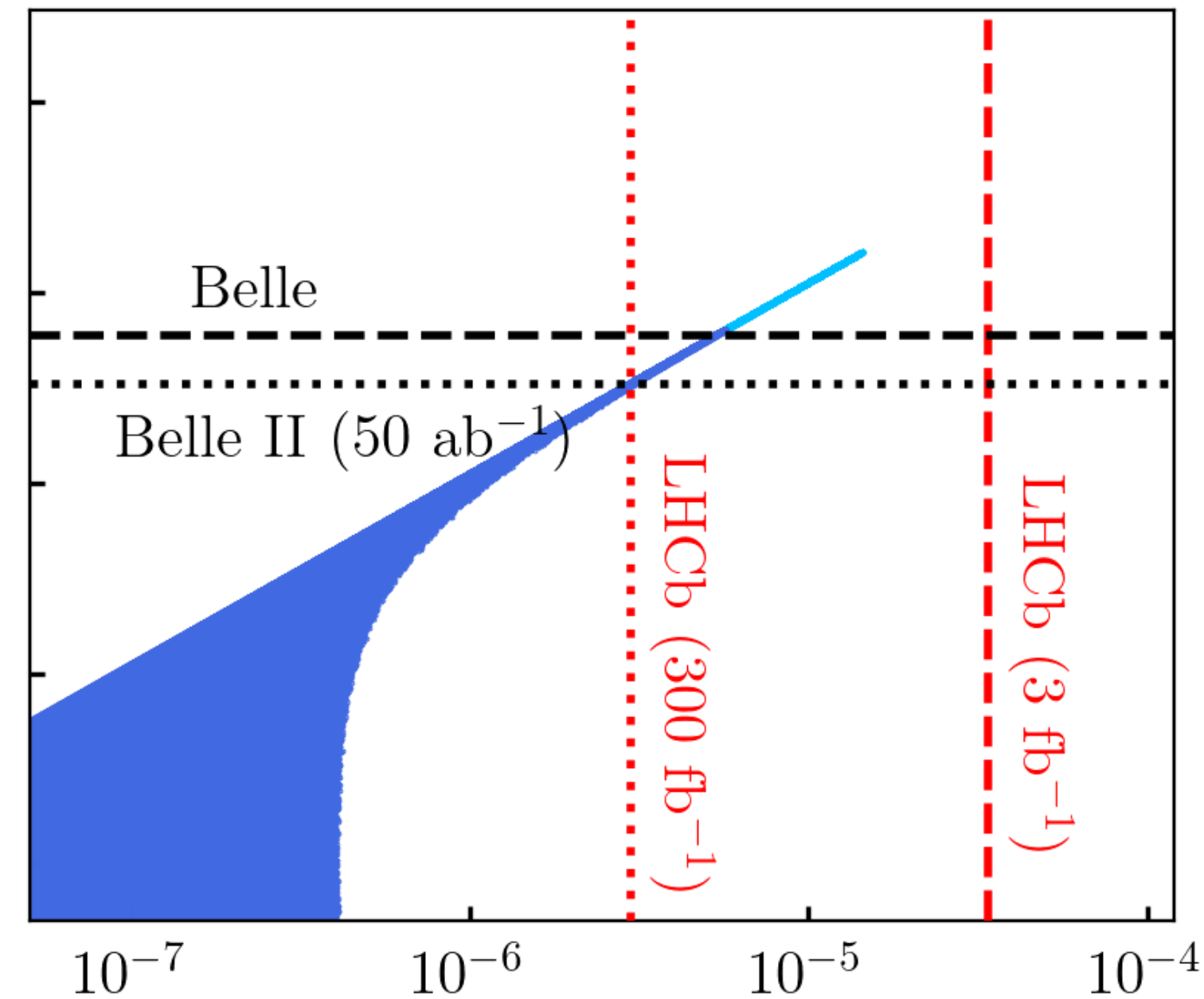
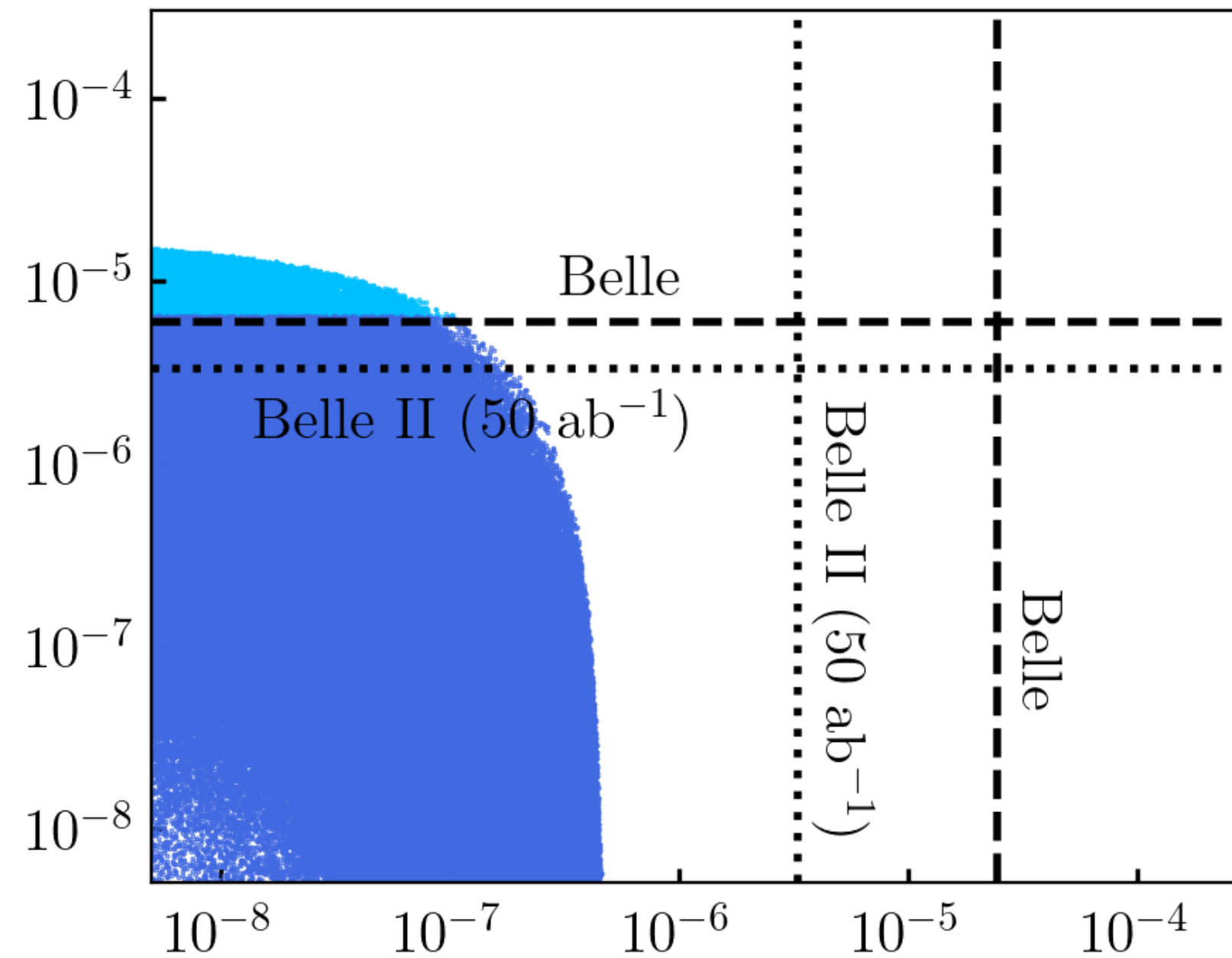
$$(\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{33} \rightarrow$$

$$\mathcal{B}(B_s \rightarrow \tau^\mp \tau^\pm)$$



$$(\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{32} \rightarrow$$

$$\mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^- \tau^+)$$

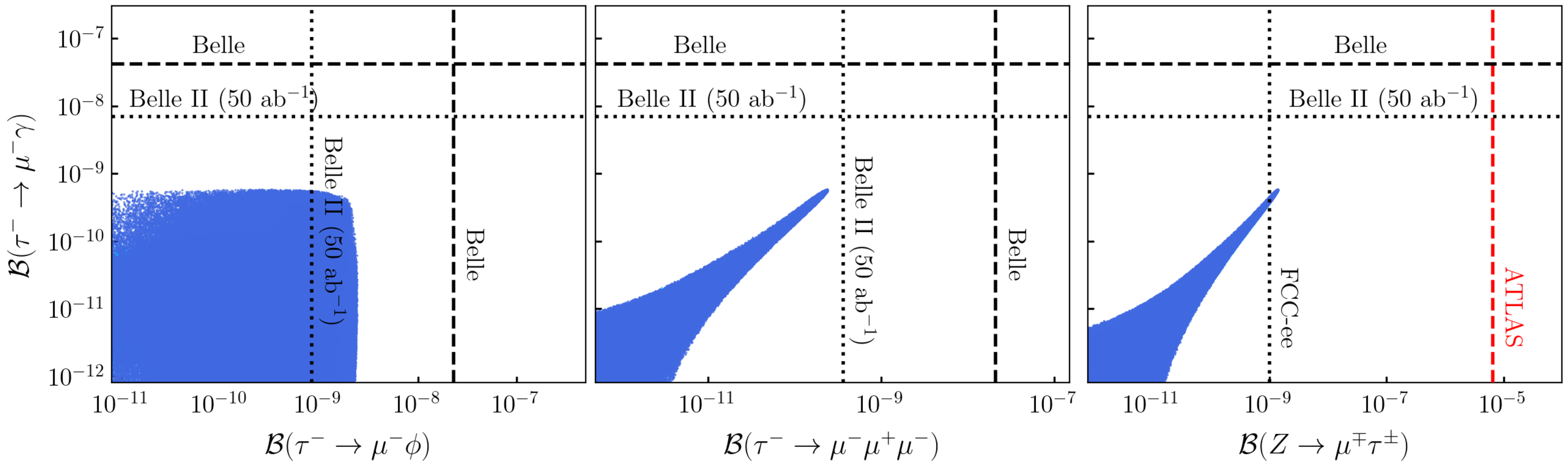


$$(\bar{Y}_3^{QL*})_{22}(\bar{Y}_3^{QL})_{33} \rightarrow \mathcal{B}(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \tau^-)$$

$$\mathcal{B}(B_s \rightarrow \mu^\mp \tau^\pm) \leftarrow (\bar{Y}_3^{QL*})_{23}(\bar{Y}_3^{QL})_{32}$$

# 予言と制限

T. Goto, S. Mishima, and [T.S.](#), PRD (2023)



# まとめ

- SU(5) GUTはシンプルで魅力的な統一理論のベンチマークモデルである
- しかし、いくつかの割と深刻な問題がある
  - ダウン型クォークと荷電レプトンの質量の間に非現実的な関係を予言
  - RGの効果による素朴なゲージ結合定数の統一は実現しない
  - 階層性問題、などなど
- これらの問題のいくつかはSU(5)GUTに45表現スカラーを導入することで解決される
  - 軽いエキゾチックスカラーが存在
  - フレーバー実験等でその痕跡を検証できるかも
- 理論的整合性を考慮して再解析中
  - SU(5)が正しく破れるための制限
  - GUTスケール以下でのスカラーポテンシャルのスケール依存性
  - ...
- 暗黒物質やニュートリノ質量問題の解決にはどのような改良がありえるか？