

$$H = H_0 + \lambda V(t)$$

$$-\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$



$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$$

不安定ダイナミクスで探る 重力誘起エンタングルメント

お茶の水女子大学修士2年 塩松祐華

(共同研究者：郭優佳、松村央、藤田智弘)

2026年6月25日東京女子大学理論物理研究室セミナー

自己紹介

しおまつ ゆうか

塩松 祐華

お茶の水女子大学修士2年

2021年 埼玉県川越女子高校卒業

2025年 お茶の水女子大学卒業

2025年 お茶の水女子大学大学院入学

サークル：東工大で鳥人間やりました！

趣味：一人旅、ピアノ、etc...



私の研究テーマ

重力は量子的な性質を持つのか？

そもそも”量子”って何？



そもそも”量子”って何？

古典力学 日常世界の物理

- ・ ボールや惑星のような、大きな物体の運動をよく説明する理論
- ・ 位置や速さから、その後の運動を計算できる
- ・ 私たちの日常感覚とあう



量子力学 小さな世界の物理

- ・ 原子や電子のようなとても小さい世界を説明する理論
- ・ 測定するまで結果は確率的にしか予測できない
- ・ 日常感覚とは違った振る舞いが現れる



50%



50%

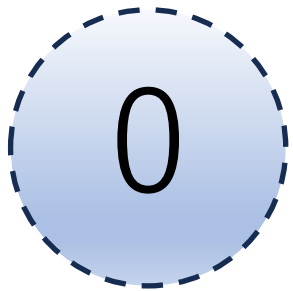
重ね合わせ状態とは？

量子の状態は、複数の状態が量子的に重なった状態になることがある

➡ 重ね合わせ状態

例

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$



の可能性

+

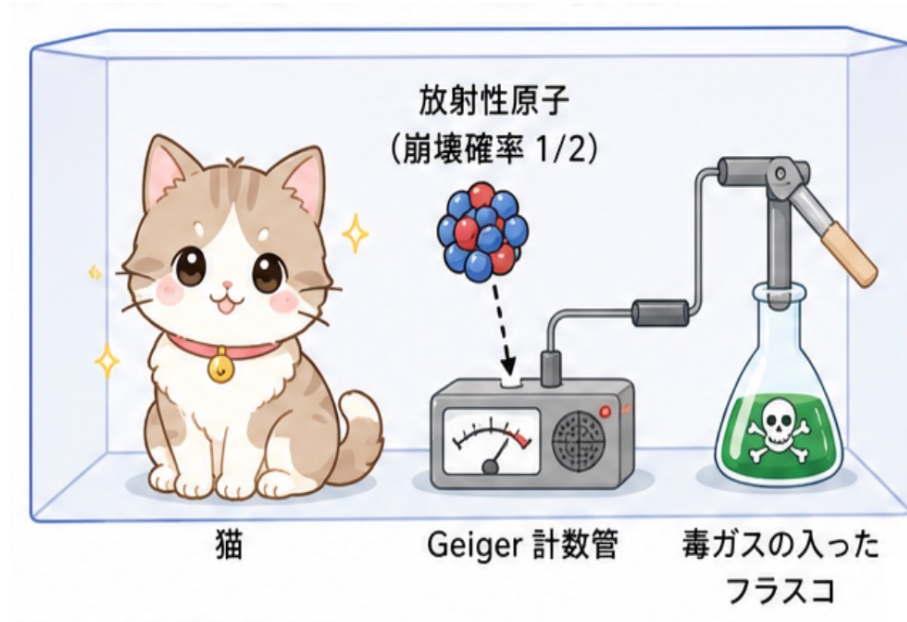


の可能性

重ね合わせ状態の有名な例

シュレディンガーの猫 …

量子の重ね合わせを猫の生死に例えた思考実験



|生きている> の場合 (確率 1/2)



|死んでいる> の場合 (確率 1/2)



$$|\Psi\rangle_{\text{cat}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\text{生きている}\rangle + |\text{死んでいる}\rangle)$$

↓
原子は崩壊していない
(毒ガスは出ていない)

↓
原子が崩壊した
(毒ガスは出た)

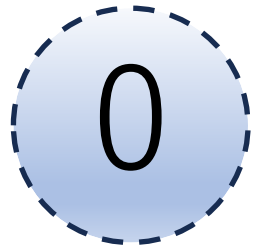
重ね合わせ状態を測定すると...

重ね合わせ状態を観測すると、結果として1つの値が得られる。

どの結果が出るかは確率的に決まる。

例

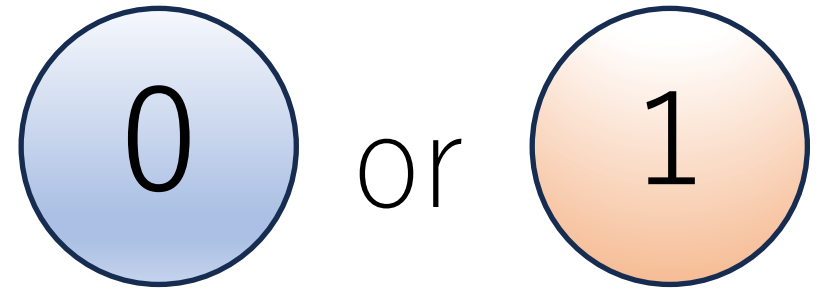
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$



観測前



測定



測定すると
1つの結果が得られる！

シュレディンガーの猫で考えると…

箱の蓋を開ける前（観測前）

猫は生きているか、
死んでいるかは重ね合わせ状態

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{c} \text{生きている猫} \\ | \text{生きている} \rangle \end{array} + \begin{array}{c} \text{死んでいる猫} \\ | \text{死んでいる} \rangle \end{array} \right)$$

箱の蓋を開けた後（観測後）



観測して、はじめて猫が生きているか死んでいるかが決まる！

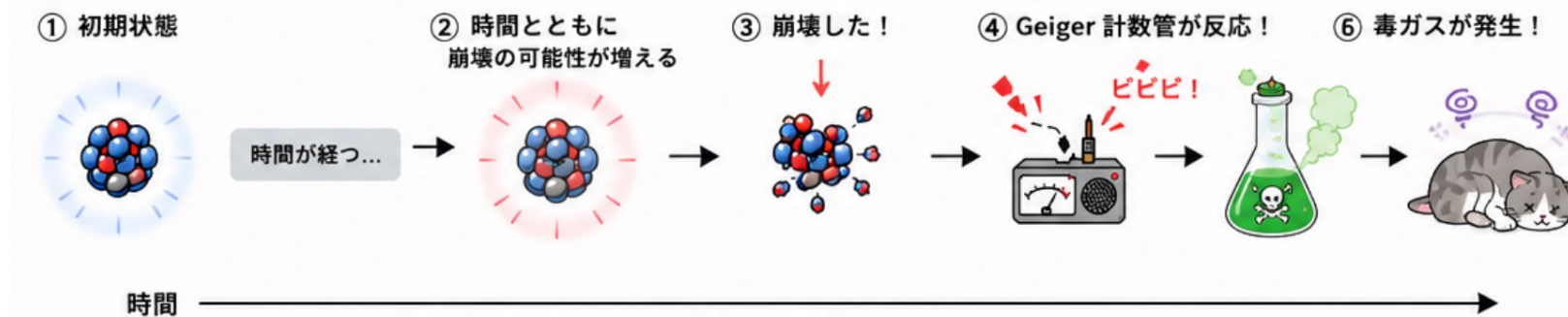
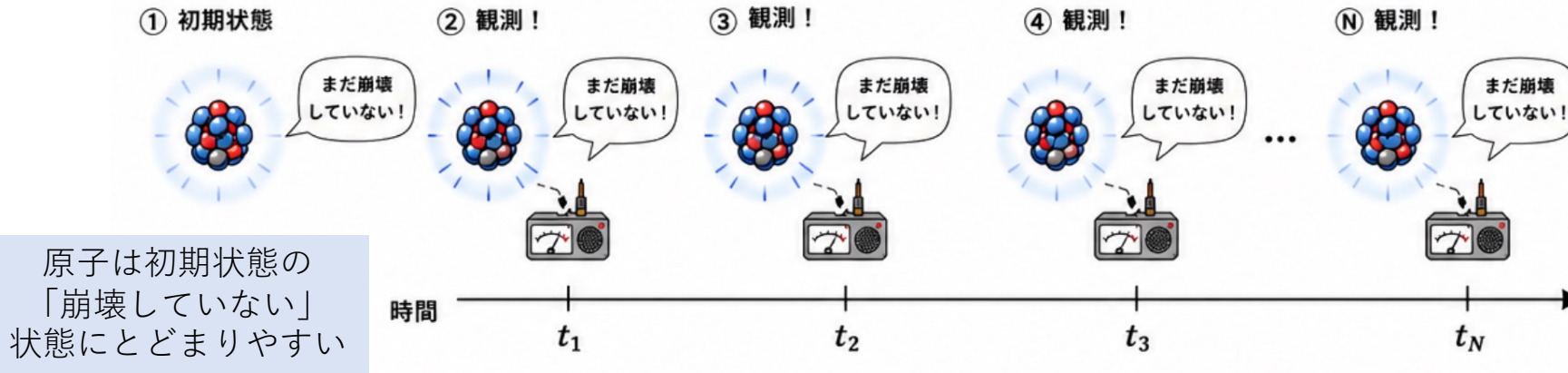
量子ゼノ効果：見続けると猫は死ににくい！？

量子状態を非常に短い間隔で繰り返し観測すると、
量子状態の変化を抑えられる。

不思議！



頻繁に測定すると
猫が生きている
確率がUP!

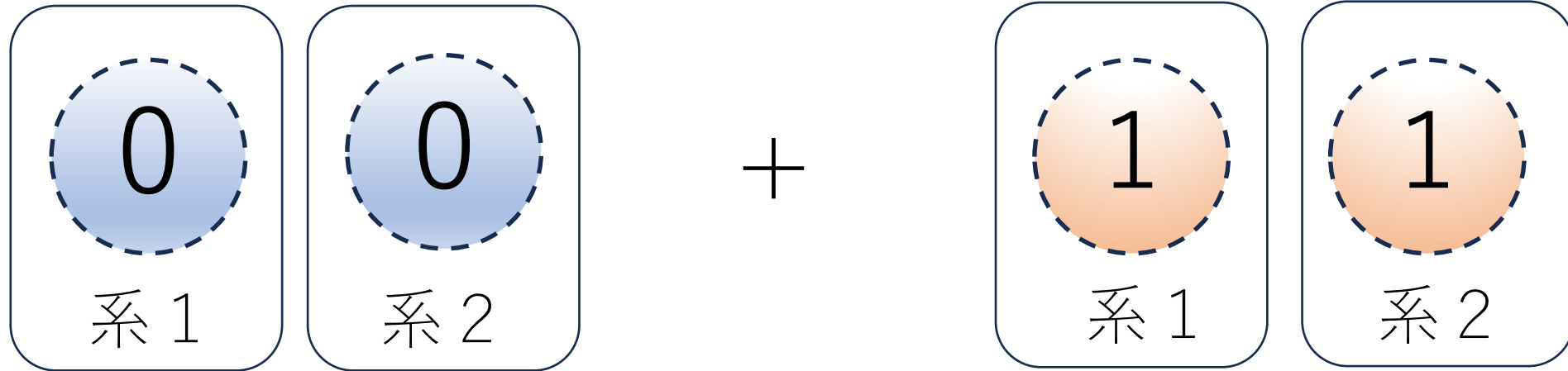


エンタングルメント（量子もつれ）とは？

2つ以上の量子系が別々には説明できない特別な相関を持つことがある。
古典力学では現れない量子力学特有の性質。

例
$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 + |1\rangle_1 \otimes |1\rangle_2)$$

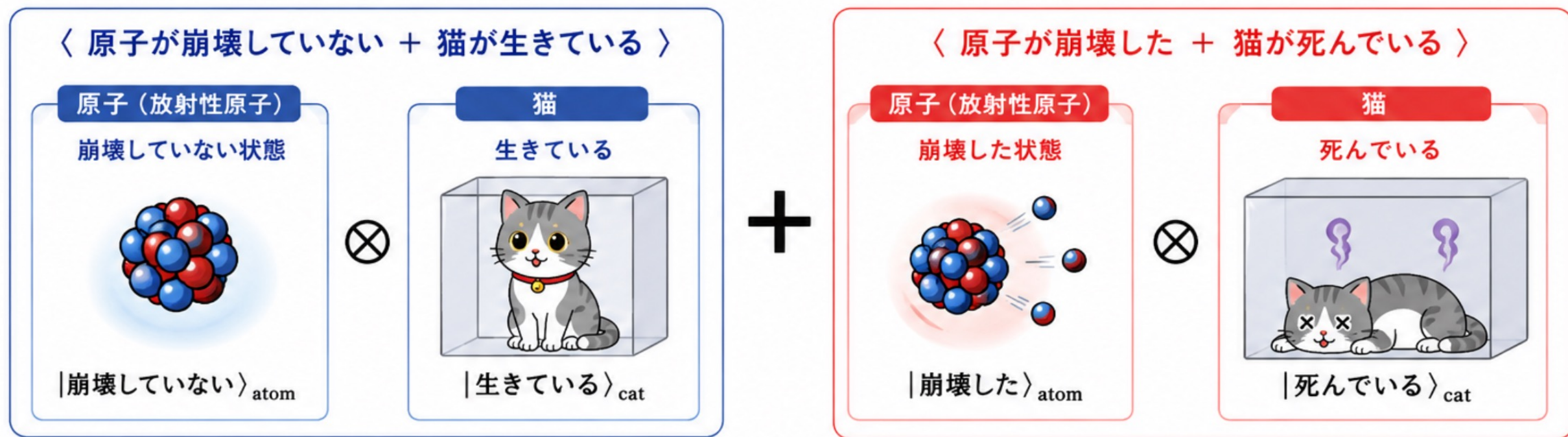
系1と系2は別々の独立した系



系1と系2は相関を持っていて、各系を独立に分けて説明できない！

シュレディンガーの猫もエンタングルメント！

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\text{崩壊していない}\rangle_{\text{atom}} \otimes |\text{生きている}\rangle_{\text{cat}} + |\text{崩壊した}\rangle_{\text{atom}} \otimes |\text{死んでいる}\rangle_{\text{cat}} \right)$$

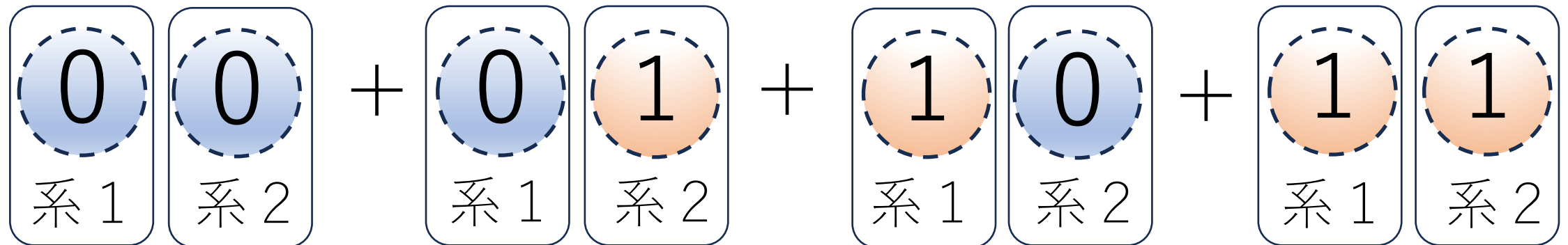


原子と猫は別々の系だが、状態の組み合わせとして強く結びついている。

エンタングルしていない状態も見てみよう！

エンタングルしていない状態（セパラブル状態）は
 $|\psi\rangle_1 \otimes |\phi\rangle_2$ の形で書くことができる。

例
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}(|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 + |0\rangle_1 \otimes |1\rangle_2 + |1\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 + |1\rangle_1 \otimes |1\rangle_2)$$
$$= \frac{1}{2}(|0\rangle_1 + |1\rangle_1) \otimes (|0\rangle_2 + |1\rangle_2)$$



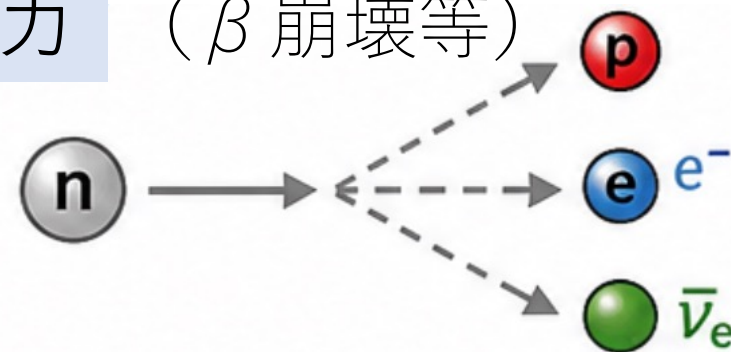
重力以外の力は量子的性質を持つことが知られている

4つの力のうち、重力以外は量子力学の枠組みでよく理解されている。

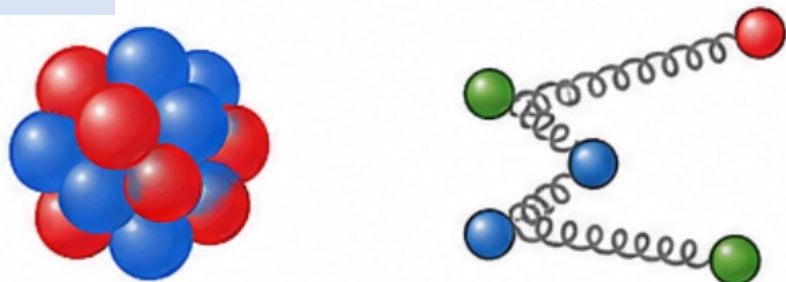
電磁気力 (光・電磁波)



弱い力 (β 崩壊等)



強い力 (原子核の結合)



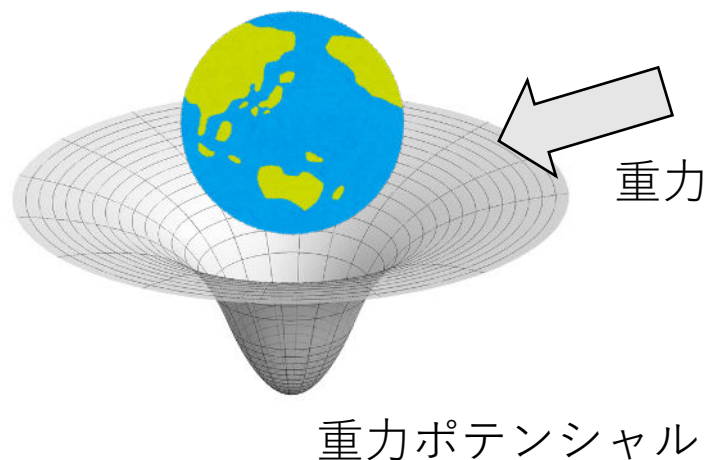
重力 (万有引力)



重力の量子的性質は、現代物理学の未解決問題！

重力の量子性はよくわかっていない！

古典力学の世界では…

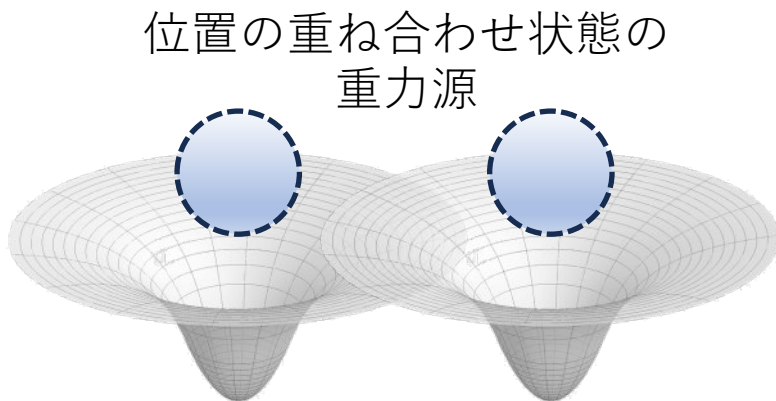


重力に引かれてりんごが落ちる



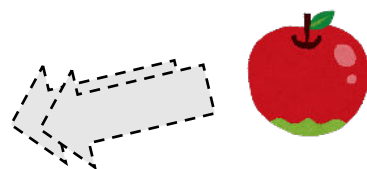
$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

量子力学の世界では…



重力も**重ね合わせ**になっている！？

➡ 量子力学特有の性質



重力が量子的な性質を持つのかは
実験的に検証されていない未解決問題！

重力の量子性を明らかにしたい！

重力のみでエンタングルメントができれば、

➡ 量子力学特有の性質

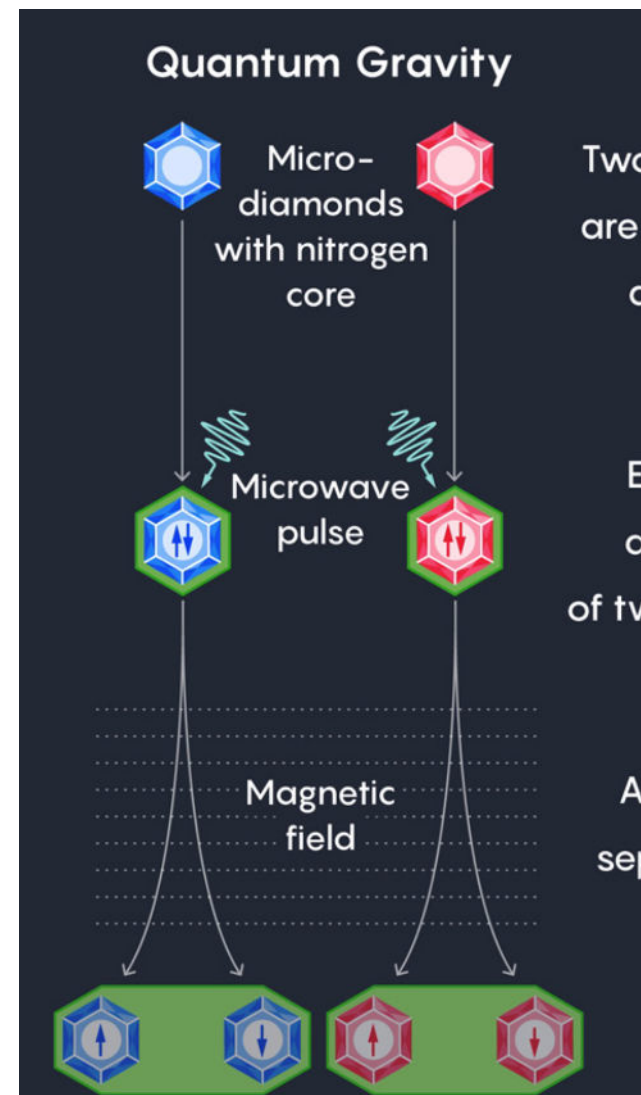
重力は量子的な性質を持つ証拠になる！

BMV実験提案

重力の量子性を実験的に検証するための
パイオニア的な理論研究

簡単に流れをまとめると…

- ① 2つの質量を重ね合わせにする
- ② 重力だけで相互作用させる
- ③ エンタングルメントが生じるかを見る



Bose et al., PRL 119, 240401 (2017)
Marletto & Vedral, PRL 119, 240402 (2017)

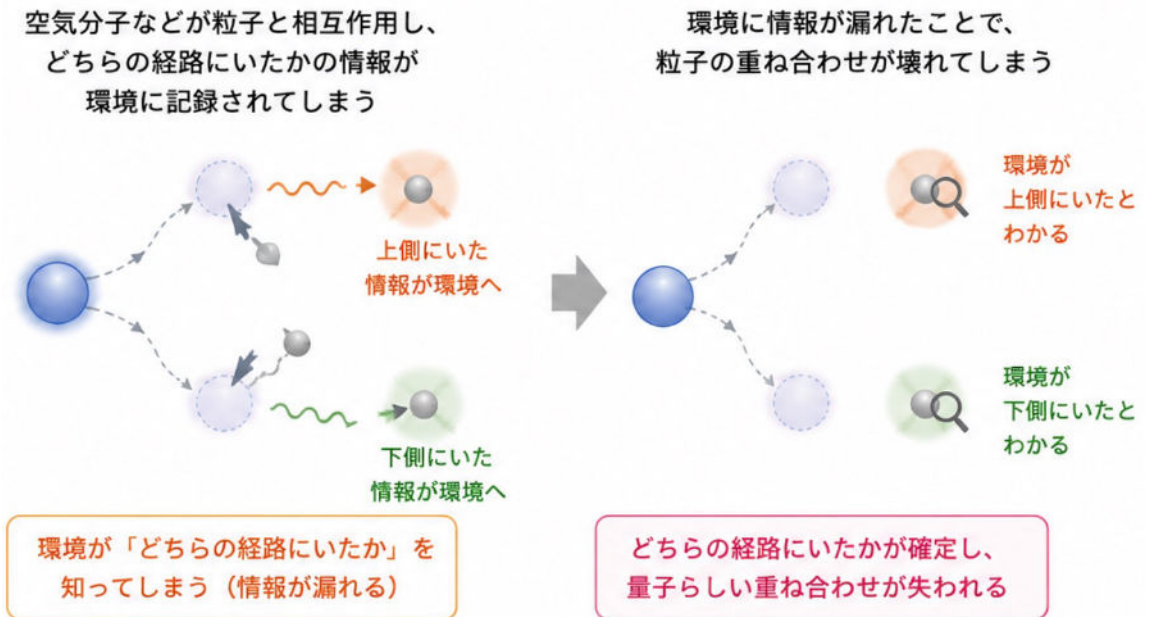
BMV実験提案の問題点

重力はとても弱い！

エンタングルメントが測定可能な値に成長するまでにとても時間がかかる。
(BMV実験提案だと約3秒)

量子状態はとても繊細！

エンタングルメントが十分大きくなる前に、空気分子との衝突などで位置の情報が環境に漏れ、量子らしい重ね合わせが失われてしまう。



より早く・より強いエンタングルメントを作りたい！

ここから私の研究について紹介します！

Boosting Gravity-Induced Entanglement through Parametric Resonance

Yuka Shiomatsu,^{1,*} Youka Kaku,^{2,†} Akira Matsumura,^{3,4,‡} and Tomohiro Fujita^{1,5,§}

¹*Department of Physics, Ochanomizu University, Bunkyo, Tokyo 112-8610, Japan*

²*Department of Physics, Kobe University, Kobe 657-8501, Japan*

³*Department of Physics, Kyushu University, Fukuoka 819-0395, Japan*

⁴*Quantum and Spacetime Research Institute, Kyushu University, Fukuoka 819-0395, Japan*

⁵*Kavli Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (Kavli IPMU),
WPI, UTIAS, The University of Tokyo, Kashiwa, Chiba 277-8568, Japan*

Establishing quantum gravity theory remains one of the major challenges in modern physics, as the lack of experimental evidence makes it difficult to explore. In response to this challenge, proposals to test quantum entanglement induced by Newtonian gravity in table-top experiments have attracted significant attention as a potentially feasible approach far below the Planck energy scale. In this work, we propose a scheme to amplify gravity-induced entanglement between two masses using parametric resonance. Specifically, we consider two parametrically resonant oscillators interacting through Newtonian gravity, each governed by the Mathieu equation. We analyzed the logarithmic negativity between two oscillators and investigate the effects of random force noise and linear damping. As a result, we find an exponential growth of gravity-induced entanglement between the oscillators, which reflects the dynamical instability of parametric resonant systems.

Y. Shiomatsu, Y. Kaku, A. Matsumura, and T. Fujita, “Boosting Gravity-Induced Entanglement through Parametric Resonance,” *Physical Review D*, DOI: 10.1103/thdy-dwcq, arXiv:2511.09169 [gr-qc].

不安定な系を使ってエンタングルメントを増やす！

古典的にはブランコに対応するモデルを量子的に扱う。

マシュー方程式
$$\frac{d^2 X}{d\tau^2} + [a - 2q \cos(2\tau)] X = 0$$

ブランコを下手に漕ぐ



振幅は増えない

動画



ブランコを上手に漕ぐ



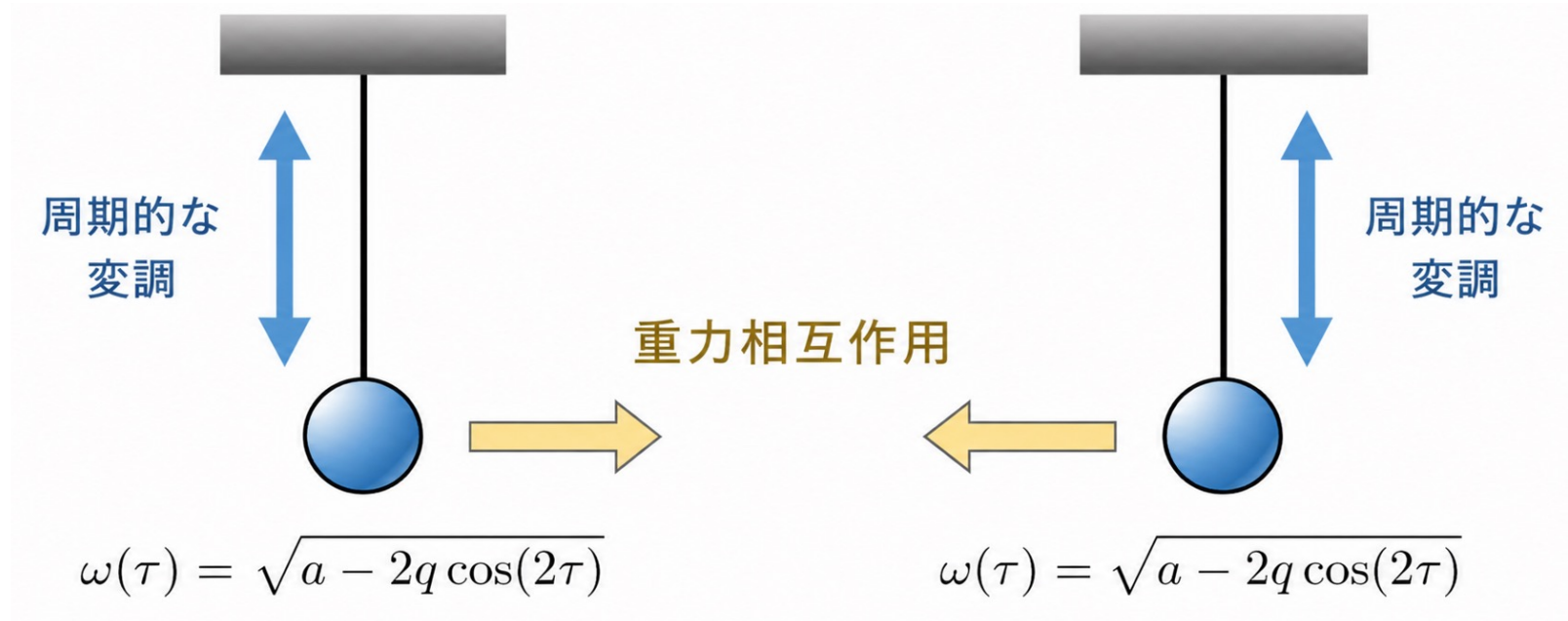
振幅がどんどん増える **不安定な状態**

動画



不安定な系を使ってエンタングルメントを増やす！

モデル



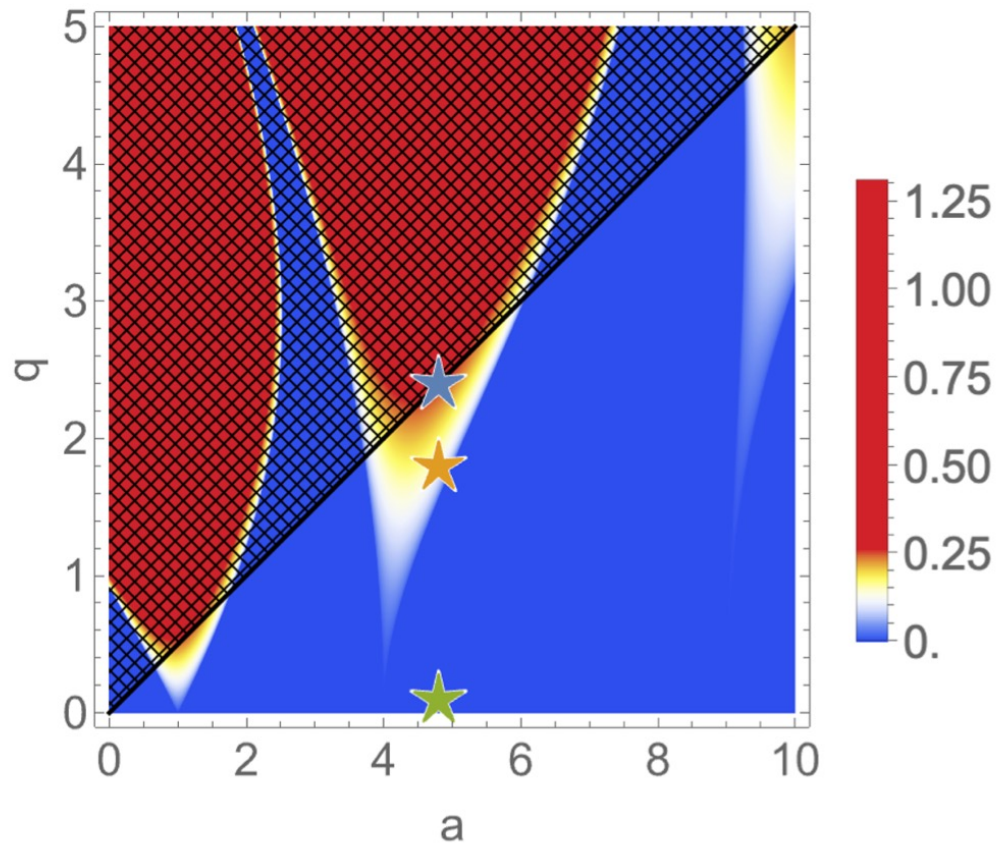
$$\hat{H}(t) = \frac{\hbar\omega}{2} \sum_{i=1}^2 \left[\hat{P}_i^2 + (a - 2q \cos(2\tau)) \hat{X}_i^2 \right] + \hbar\omega \eta \hat{X}_1 \hat{X}_2$$

aとqはブランコの漕ぎ方を
決めるパラメータ

η は重力に
対応

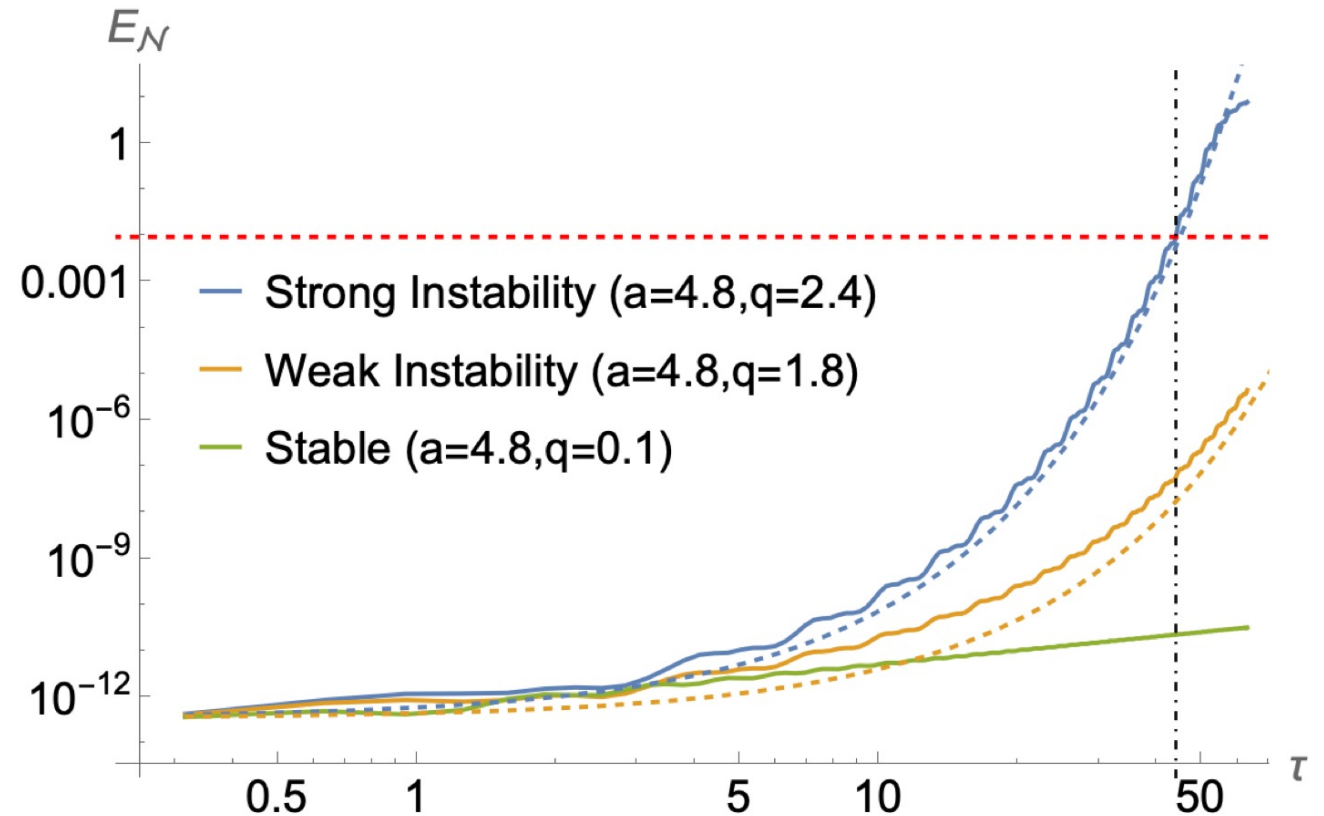
不安定な系を使ってエンタングルメントを増やす！

系の不安定度合いを表した図



パラメータ a と q の値で系の不安定度合いが決まり、色が赤に近づくほど不安定

できるエンタングルメントの量



不安定なパラメータではエンタングルメントがたくさんできる！



前半のまとめ



- ・重ね合わせ状態やエンタングルメント（量子もつれ）は、古典力学には現れない量子力学特有の性質。
- ・重力が量子的な性質を持つか否かは実験的に検証されていない未解決問題。
- ・重力のみでエンタングルメントができて、それを検出できれば、重力は量子的性質を持つ有力な証拠になる。
- ・重力の量子性を実験的に検証しようとするパイオニア的理論研究にBMV実験提案というものがある。
- ・重力はとても弱く、生成されるエンタングルメントもとても小さいため、工夫をしてより早く・より強いエンタングルメントを作りたい！
- ・古典的にはブランコに対応する系を量子的に扱い、系の不安定度合いが大きいほど、できる重力誘起エンタングルメントの量も増えることがわかった。

Boosting gravity-induced entanglement through parametric resonance



お茶の水女子大学 塩松 祐華 (M2)

共同研究者：藤田智弘、郭優佳、松村央

Table of Contents

1. Introduction



2. Model

3. Results

4. Environmental Decoherence

5. Conclusion

Introduction

**“重力も他の力と同じく量子化できる” ——
ひも理論や宇宙論はその仮定の上に成り立っている。**

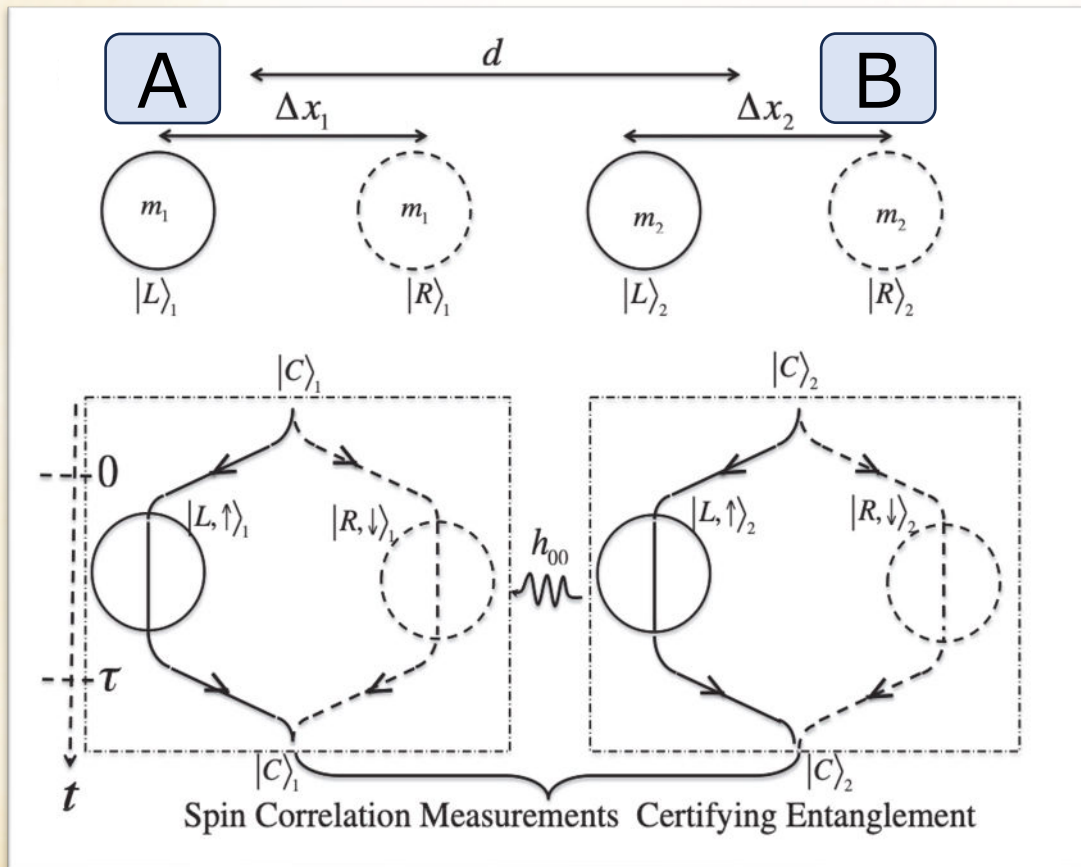
**しかし、重力は 本当に “量子的” なのか？
これを検証することは、物理学にとって重要。**

▶ その先駆的なアイデアが BMV実験提案

Introduction

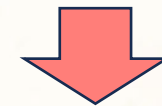
BMV 実験提案

重力がエンタングルメントを生み出せるかを検証する実験アイデア



- ① スピンをもつ2つの粒子を準備
- ② 磁場（シュテルン=ゲルラッハ）を使って粒子の経路を分岐させる

位置の重ね合わせ状態



重力ポテンシャルの
重ね合わせ状態になってる！？

Introduction

重力ポテンシャルの重ね合わせ $\Rightarrow$ エンタングルメント

重力ポテンシャルの位相差 : $\phi(t) = \frac{Gm_1m_2}{\hbar|x_{m_1} - x_{m_2}|}t$

エンタングル状態 $\Rightarrow$ 重力は “量子的”

$$|\Phi(\tau)\rangle = \frac{1}{2} \left(|L\rangle_A \otimes (e^{i\phi_{LL}} |L\rangle_B + e^{i\phi_{LR}} |R\rangle_B) + |R\rangle_A \otimes (e^{i\phi_{RL}} |L\rangle_B + e^{i\phi_{RR}} |R\rangle_B) \right)$$

セパラブル状態 $\Rightarrow$ 重力は “古典的”

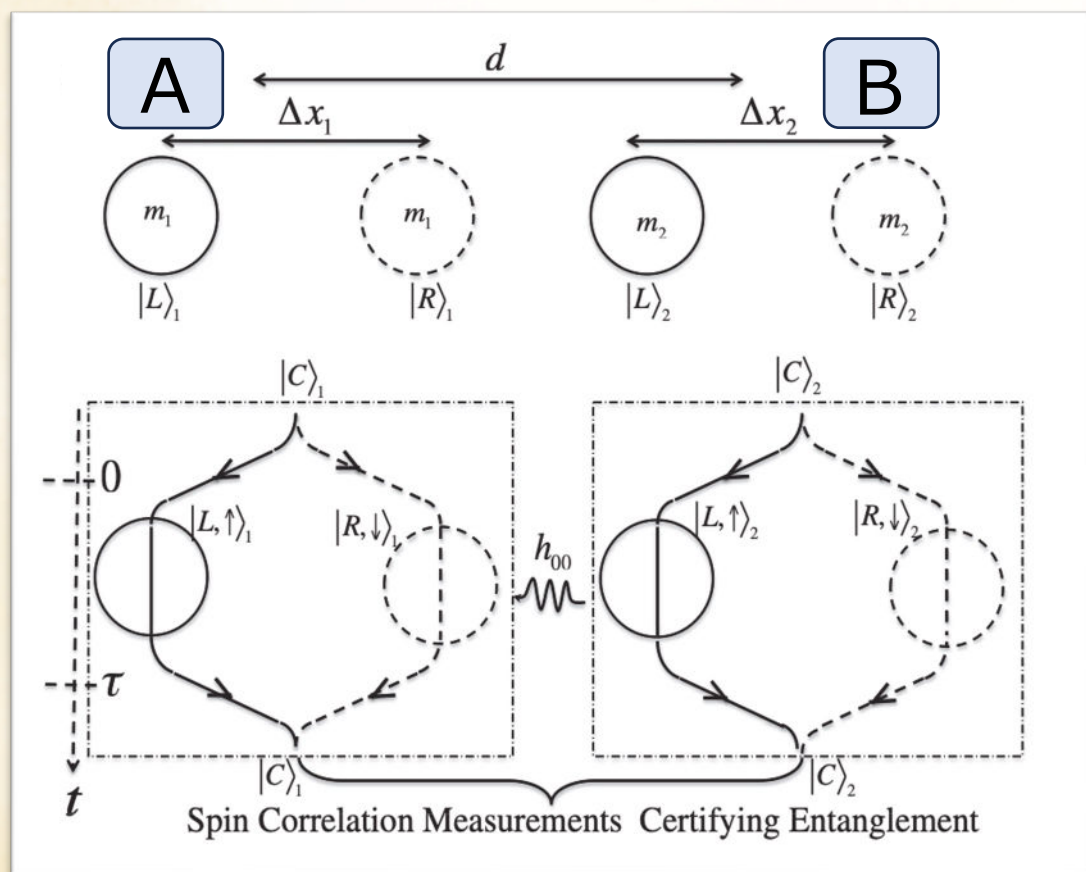
$$|\Phi(\tau)\rangle = \left(e^{i\frac{\phi_{LL}+\phi_{LR}}{2}} |L\rangle_A + e^{i\frac{\phi_{RL}+\phi_{RR}}{2}} |R\rangle_A \right) \otimes \frac{|L\rangle_B + |R\rangle_B}{2}$$

古典的な力ではエンタングルメントはできない

Introduction

BMV 実験提案

重力がエンタングルメントを生み出せるかを検証する実験アイデア



- ① スピンをもつ2つの粒子を準備
- ② 磁場（シュテルン=ゲルラッハ）を使って粒子の経路を分岐させる
- ③ 経路が分かれている間に、重力相互作用だけを作作用させる
- ④ 逆方向の磁場で経路を再合流させる
- ⑤ 最終的なスピン状態を測定する

Introduction

ネガティブィティ $\mathcal{N}$: エンタングルメントの強さを表す量

連続変数ガウス状態におけるネガティブィティ $\mathcal{N}$ の計算方法

共分散行列 :

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \langle \hat{q}_1^2 \rangle & \boxed{V_A} & \frac{1}{2} \langle \hat{q}_1 \hat{p}_1 + \hat{p}_1 \hat{q}_1 \rangle & \langle \hat{q}_1 \hat{q}_2 \rangle & \boxed{V_C} & \frac{1}{2} \langle \hat{q}_1 \hat{p}_2 + \hat{p}_2 \hat{q}_1 \rangle \\ \frac{1}{2} \langle \hat{p}_1 \hat{q}_1 + \hat{q}_1 \hat{p}_1 \rangle & & \langle \hat{p}_1^2 \rangle & \frac{1}{2} \langle \hat{p}_1 \hat{q}_2 + \hat{q}_2 \hat{p}_1 \rangle & & \langle \hat{p}_1 \hat{p}_2 \rangle \\ \hline \langle \hat{q}_2 \hat{q}_1 \rangle & & \frac{1}{2} \langle \hat{q}_2 \hat{p}_1 + \hat{p}_1 \hat{q}_2 \rangle & \langle \hat{q}_2^2 \rangle & & \frac{1}{2} \langle \hat{q}_2 \hat{p}_2 + \hat{p}_2 \hat{q}_2 \rangle \\ \frac{1}{2} \langle \hat{p}_2 \hat{q}_1 + \hat{q}_1 \hat{p}_2 \rangle & \boxed{V_C^T} & \langle \hat{p}_2 \hat{p}_1 \rangle & \frac{1}{2} \langle \hat{p}_2 \hat{q}_2 + \hat{q}_2 \hat{p}_2 \rangle & \boxed{V_B} & \langle \hat{p}_2^2 \rangle \end{array} \right)$$

$$\mathcal{N}(\rho_{AB}) = \max \left[\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\tilde{\Delta}(V) - \sqrt{\tilde{\Delta}(V)^2 - 4 \det(V)} \right]^{-\frac{1}{2}} - 1 \right\}, 0 \right] \quad \tilde{\Delta}(V) := \det V_A + \det V_B - 2 \det V_C$$

ログネガティブィティ $E_{\mathcal{N}}$

$$E_{\mathcal{N}} = \log_2(2\mathcal{N} + 1)$$

エンタングル状態 (量子) $E_{\mathcal{N}} > 0$

セパラブル状態 (古典) $E_{\mathcal{N}} = 0$

Introduction

BMV実験提案の課題点

- ・重力はとても弱い！

➡ エンタングルメントが測定可能まで成長するのに**3秒**。

相互作用時間が長いと**デコヒーレンス**の影響が大きくなる。

より速く・より強くエンタングルメントを生成したい！

- ・長い自由落下距離が必要（約40メートル）

➡ 実験装置が**大規模**になる。

etc...

Idea

弱い相互作用に高感度な系を使う

- エンタングルメントは、系どうしの**量子的な相関**を反映する。
- **パラメトリック不安定性**をもつ系では、
微弱な相互作用でも相関が**急速に増幅**される。
- その結果、**エンタングルメント**をより効率的に生成できる。

Idea

$$\text{マシュー方程式：} \frac{d^2 X}{d\tau^2} + [a - 2q \cos(2\tau)] X = 0 \quad (\tau = \omega t)$$

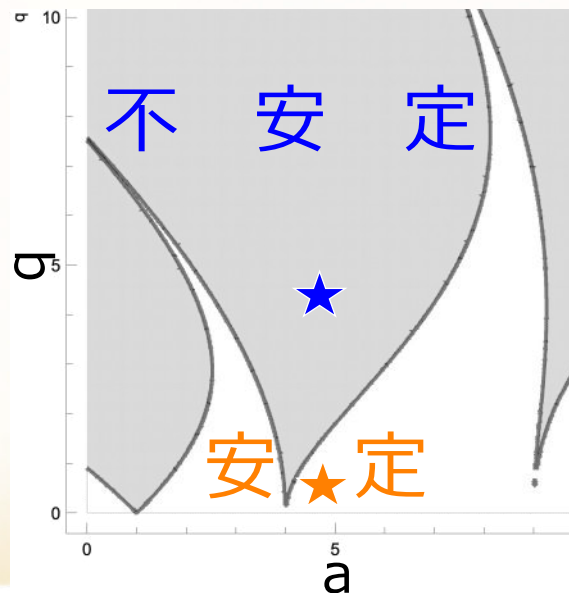
特定のパラメータ範囲において**パラメトリック不安定性**を示す。

安定領域 ➡ 振幅増えない



動画

不安定領域 ➡ 振幅増える

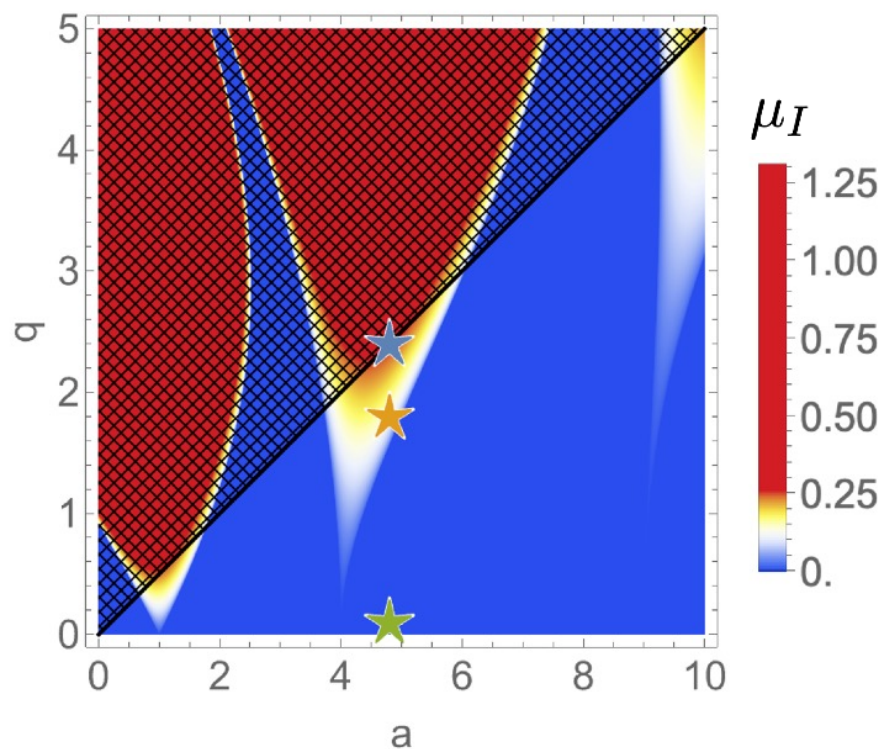


動画

Idea

$$\text{マシュー方程式} : \frac{d^2 X}{d\tau^2} + [a - 2q \cos(2\tau)] X = 0 \quad (\tau = \omega t)$$

系の不安定度合いを表すフロケ指数 : $X(\tau) = \exp(i\mu\tau)f(\tau)$, $\mu_I \equiv -\text{Im}(\mu)$



	a	q	μ_I	Oscillator potential
★	4.8	2.4	0.27	
★	4.8	1.8	0.12	
★	4.8	0.1	0	

Table of Contents

1. Introduction

2. Model



3. Results

4. Environmental Decoherence

5. Conclusion

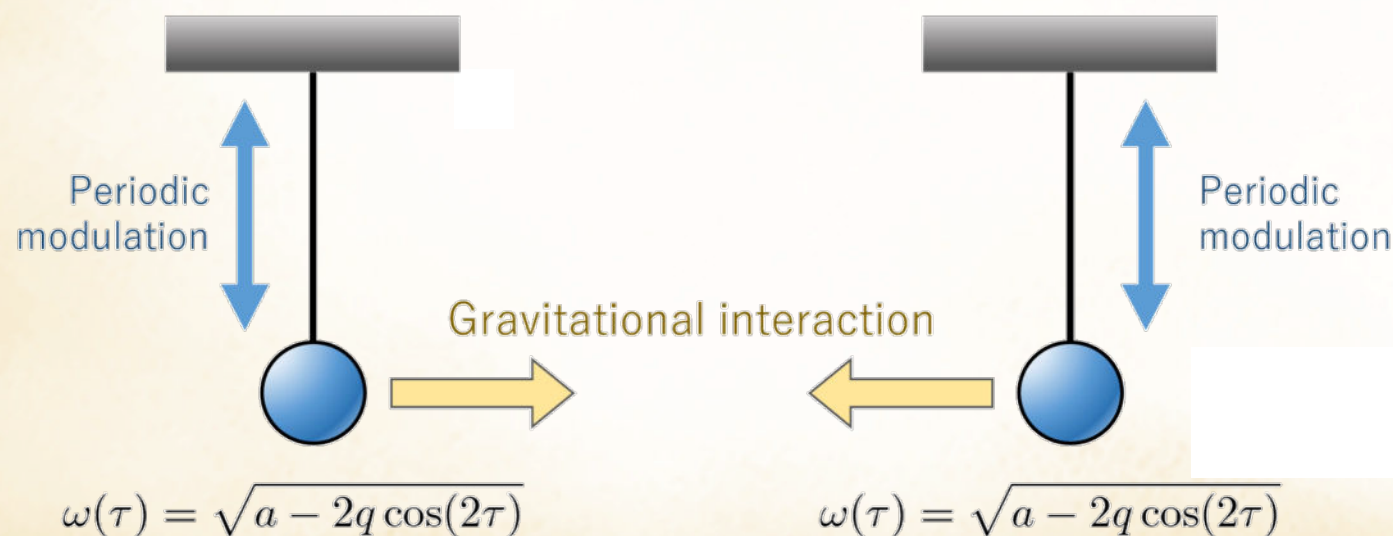
Model

$$\hat{X}_i \equiv \sqrt{\frac{m_i \omega}{\hbar}} \hat{x}_i, \quad \hat{P}_i \equiv \frac{\hat{p}_i}{\sqrt{\hbar m_i \omega}},$$

セッアップ：重力で結合した量子的マシュー振動子

$$\hat{H}(t) = \frac{\hbar \omega}{2} \sum_{i=1}^2 \left[\hat{P}_i^2 + (a - 2q \cos(2\tau)) \hat{X}_i^2 \right] + \hbar \omega \eta \hat{X}_1 \hat{X}_2$$

無次元時間： $\tau = \omega t$ 正準交換関係： $[\hat{X}_i, \hat{P}_j] = i \delta_{ij}$



マシュー振動子のポテンシャルを2次まで展開

$$V_{\text{grav}} = -\frac{Gm_1 m_2}{|d + \hat{x}_1 - \hat{x}_2|} \\ \simeq -\frac{Gm_1 m_2}{d} + \frac{Gm_1 m_2}{d^2} (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) - \frac{Gm_1 m_2}{d^3} (\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2$$

2次に現れるクロスタームが重力相互作用と対心

$$\eta \equiv \frac{2G\sqrt{m_1 m_2}}{d^3 \omega^2} \approx 10^{-12} \left(\frac{\omega}{1 \text{ kHz}} \right)^{-2} \left(\frac{\sqrt{m_1 m_2}/d^3}{8 \text{ g/cm}^3} \right).$$

Model

ハイゼンベルグの運動方程式を解く：

$$\dot{\hat{X}}_i(\tau) = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{X}_i] = \hat{P}_i(\tau), \dots \textcircled{1}$$

$$\dot{\hat{P}}_i(\tau) = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{P}_i] = - \left[(a - 2q \cos 2\tau) \hat{X}_i(\tau) + \eta \hat{X}_j(\tau) \right], \quad (j \neq i). \dots \textcircled{2}$$

①を微分して、②に代入：

$$\begin{cases} \frac{d^2 \hat{X}_1}{d\tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau) \hat{X}_1 + \eta \hat{X}_2 = 0, \\ \frac{d^2 \hat{X}_2}{d\tau^2} + (a - 2q \cos 2\tau) \hat{X}_2 + \eta \hat{X}_1 = 0. \end{cases}$$

Model

+モードと-モードを導入：

$$\hat{X}_{\pm}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{X}_1(\tau) \pm \hat{X}_2(\tau) \right), \quad \hat{P}_{\pm}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{P}_1(\tau) \pm \hat{P}_2(\tau) \right)$$

2つの方程式を分離できる：

$$\frac{d^2 \hat{X}_{\pm}}{d\tau^2} + (a \pm \eta - 2q \cos 2\tau) \hat{X}_{\pm} = 0$$

簡単のため、 $a_{\pm} = a \pm \eta$ と書くと、方程式の独立解はマシュー関数を用いてこのように書ける：

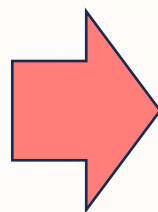
$$C_{\pm}(\tau) = \text{MathieuC}(a \pm \eta, q, \tau), \quad \dot{C}_{\pm}(\tau) = \frac{d}{d\tau} \text{MathieuC}(a \pm \eta, q, \tau),$$

$$S_{\pm}(\tau) = \text{MathieuS}(a \pm \eta, q, \tau), \quad \dot{S}_{\pm}(\tau) = \frac{d}{d\tau} \text{MathieuS}(a \pm \eta, q, \tau).$$

Model

古典一般解の係数

$$A_{\pm}, B_{\pm}$$



量子解の係数演算子

$$\hat{A}_{\pm}, \hat{B}_{\pm}$$

量子的連結マシユー振動子の運動方程式の一般解:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{X}_1(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{A}_+ C_+(\tau) + \hat{B}_+ S_+(\tau) + \hat{A}_- C_-(\tau) + \hat{B}_- S_-(\tau) \right], \\ \hat{X}_2(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{A}_+ C_+(\tau) + \hat{B}_+ S_+(\tau) - \hat{A}_- C_-(\tau) - \hat{B}_- S_-(\tau) \right], \\ \hat{P}_1(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{A}_+ \dot{C}_+(\tau) + \hat{B}_+ \dot{S}_+(\tau) + \hat{A}_- \dot{C}_-(\tau) + \hat{B}_- \dot{S}_-(\tau) \right], \\ \hat{P}_2(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\hat{A}_+ \dot{C}_+(\tau) + \hat{B}_+ \dot{S}_+(\tau) - \hat{A}_- \dot{C}_-(\tau) - \hat{B}_- \dot{S}_-(\tau) \right]. \end{array} \right.$$

Model

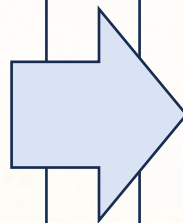
初期状態から係数演算子の期待値を導く

➡ 基底状態

正準変数 : $\hat{\mathbf{R}}(\tau) = (\hat{X}_1, \hat{P}_1, \hat{X}_2, \hat{P}_2)^\top$

初期状態の共分散行列 :

$$V(0) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



係数演算子の期待値 :

$$\langle \hat{A}_+^2 \rangle = \frac{1}{2 C_+(0)^2},$$

$$\langle \hat{B}_+^2 \rangle = \frac{1}{2 \dot{S}_+(0)^2},$$

$$\langle \hat{A}_+ \hat{A}_- \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{B}_+ \hat{B}_- \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{A}_+ \hat{B}_- \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{B}_+ \hat{A}_- \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{A}_+ \hat{B}_+ \rangle = \frac{i\hbar}{2 C_+(0) \dot{S}_+(0)},$$

$$\langle \hat{A}_- \hat{B}_- \rangle = \frac{i\hbar}{2 C_-(0) \dot{S}_-(0)},$$

$$\langle \hat{A}_-^2 \rangle = \frac{1}{2 C_-(0)^2},$$

$$\langle \hat{B}_-^2 \rangle = \frac{1}{2 \dot{S}_-(0)^2},$$

$$\langle \hat{A}_- \hat{A}_+ \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{B}_- \hat{B}_+ \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{B}_- \hat{A}_+ \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{A}_- \hat{B}_+ \rangle = 0,$$

$$\langle \hat{B}_+ \hat{A}_+ \rangle = -\frac{i\hbar}{2 C_+(0) \dot{S}_+(0)},$$

$$\langle \hat{B}_- \hat{A}_- \rangle = -\frac{i\hbar}{2 C_-(0) \dot{S}_-(0)}.$$

Model

得られた共分散行列：

$$V(\tau) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{C_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} + \frac{C_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{S_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} + \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} - \frac{C_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{S_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} - \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} \\ \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} + \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{\dot{C}_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} + \frac{\dot{C}_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{\dot{S}_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{\dot{S}_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} - \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{\dot{C}_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} - \frac{\dot{C}_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{\dot{S}_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{\dot{S}_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} \\ \frac{C_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} - \frac{C_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{S_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} - \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} + \frac{C_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{S_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} + \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} \\ \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} - \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{\dot{C}_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} - \frac{\dot{C}_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{\dot{S}_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} - \frac{\dot{S}_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{C_+(\tau)\dot{C}_+(\tau)}{C_+(0)^2} + \frac{C_-(\tau)\dot{C}_-(\tau)}{C_-(0)^2} + \frac{S_+(\tau)\dot{S}_+(\tau)}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{S_-(\tau)\dot{S}_-(\tau)}{\dot{S}_-(0)^2} & \frac{\dot{C}_+(\tau)^2}{C_+(0)^2} + \frac{\dot{C}_-(\tau)^2}{C_-(0)^2} + \frac{\dot{S}_+(\tau)^2}{\dot{S}_+(0)^2} + \frac{\dot{S}_-(\tau)^2}{\dot{S}_-(0)^2} \end{pmatrix}$$

2×2 行列を定義：

$$v_\lambda = \mathbf{C}_\lambda \mathbf{C}_\lambda^T + \mathbf{S}_\lambda \mathbf{S}_\lambda^T \quad \mathbf{s}_\lambda(\tau) = \begin{pmatrix} S_\lambda(\tau)/\frac{dS_\lambda}{d\tau}(0) \\ \frac{dS_\lambda}{d\tau}(\tau)/\frac{dS_\lambda}{d\tau}(0) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_\lambda(\tau) = \begin{pmatrix} C_\lambda(\tau)/C_\lambda(0) \\ \frac{dC_\lambda}{d\tau}(\tau)/C_\lambda(0) \end{pmatrix}, \quad (\lambda = \pm),$$

共分散行列の構造がわかりやすく表せる：

$$V(\tau) = \frac{1}{4} \sum_{\lambda=\pm} \begin{pmatrix} v_\lambda & \lambda v_\lambda \\ \lambda v_\lambda & v_\lambda \end{pmatrix}$$

Table of Contents

1. Introduction

2. Model

3. Results



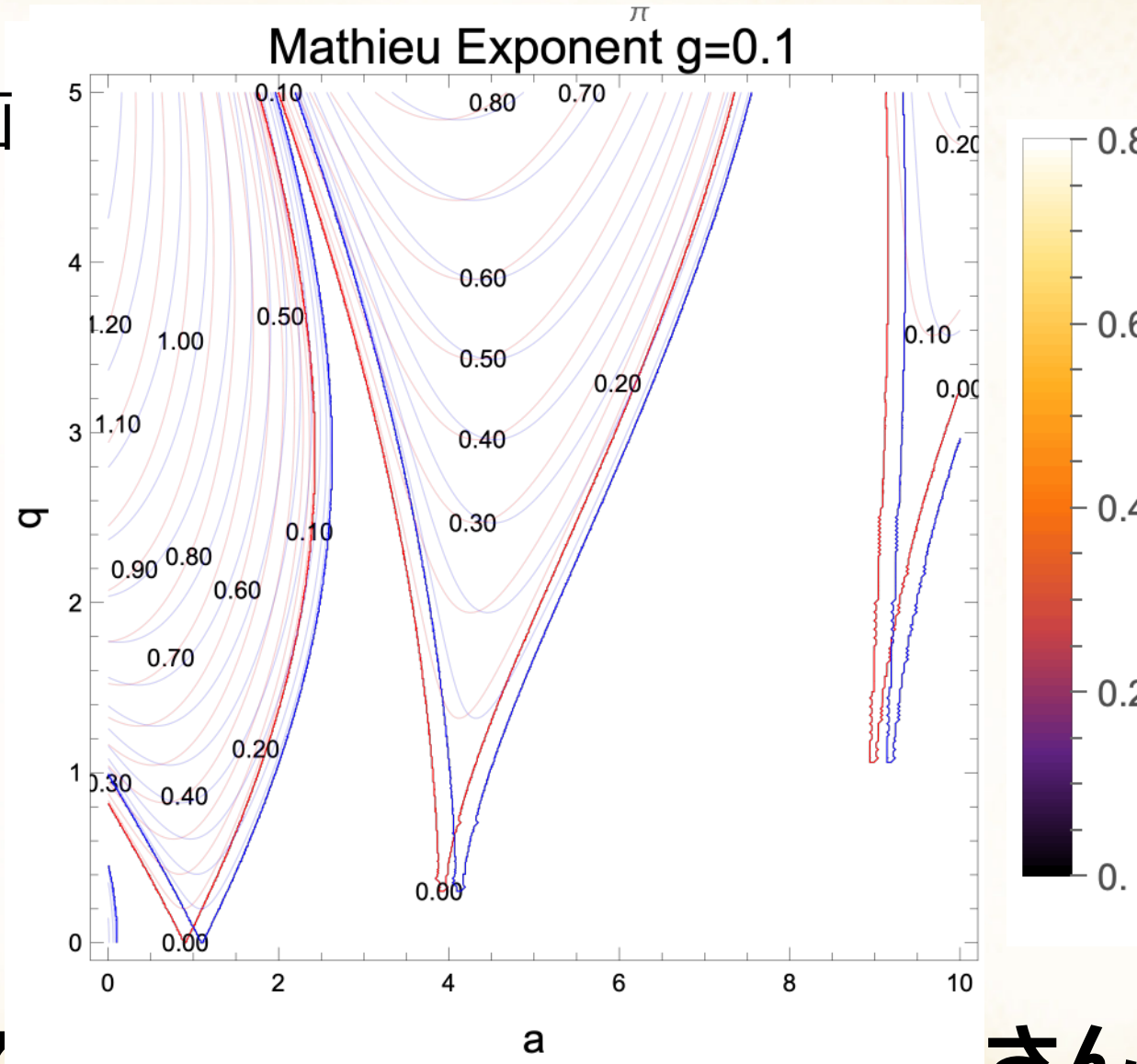
4. Environmental Decoherence

5. Conclusion

Result

$\eta=0.1$ のときのエンタングルメントの時間発展

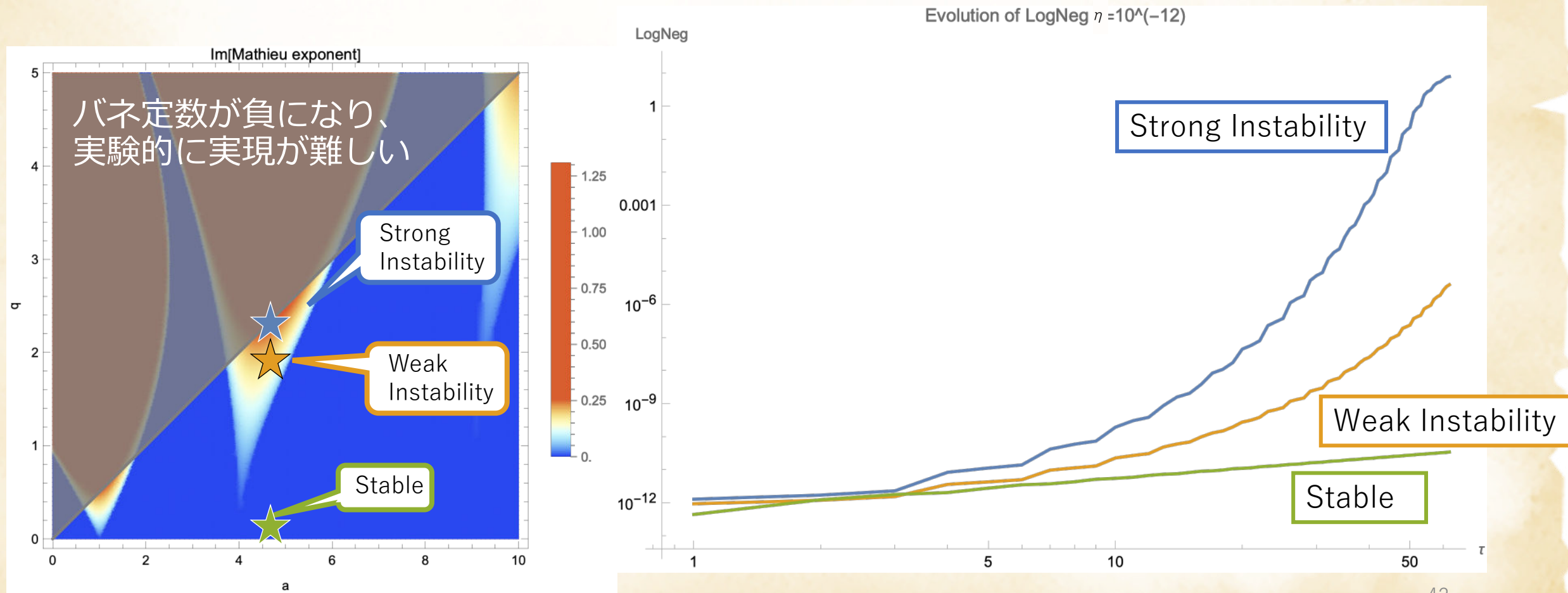
動画



不安定領域でエンタングルメントがたふさんできる！！

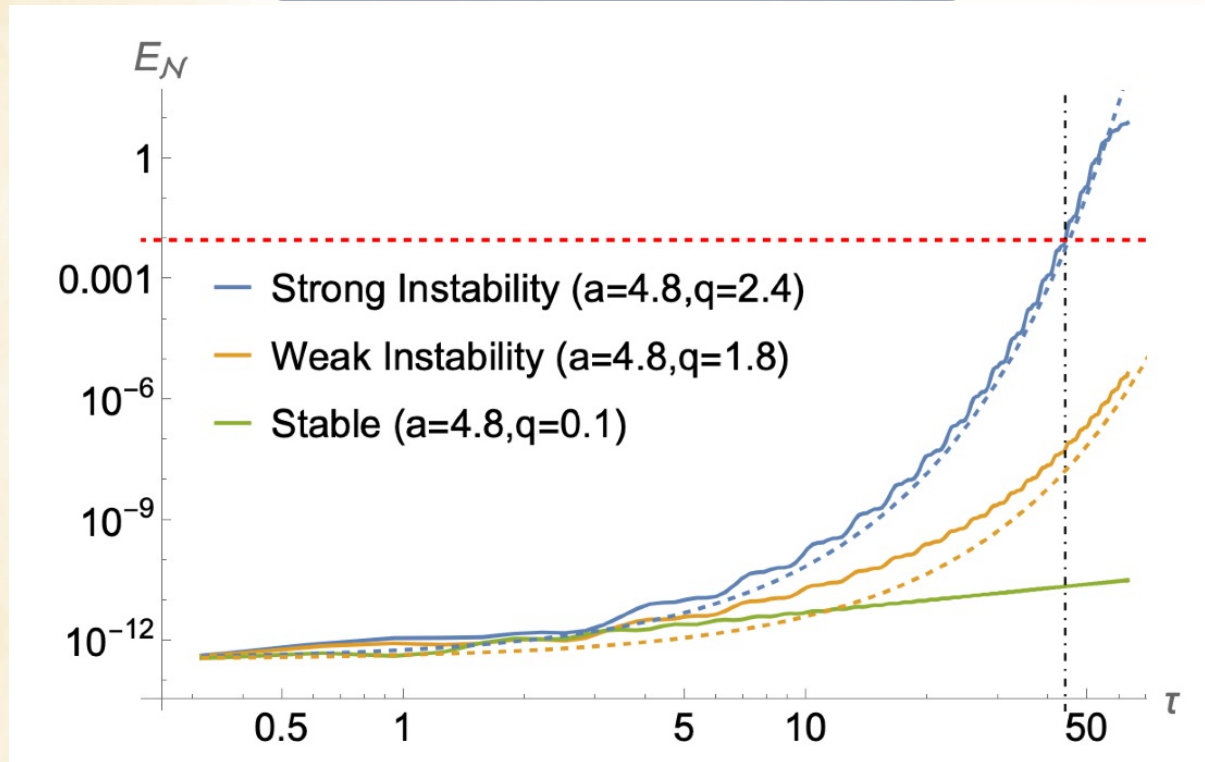
Result

3つのパラメータでエンタングルメントの時間発展を比較

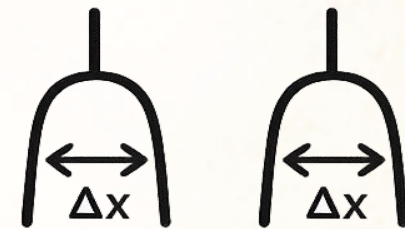


Result η が小さい領域でのネガティビティの近似式

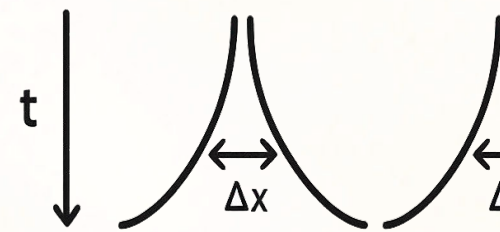
$$E_N(\tau) \simeq \frac{3}{8} \eta e^{2\mu_I \tau}$$



BMV実験提案での E_N の近似式


$$E_N(t) \sim \eta (\Delta X)^2 \tau$$

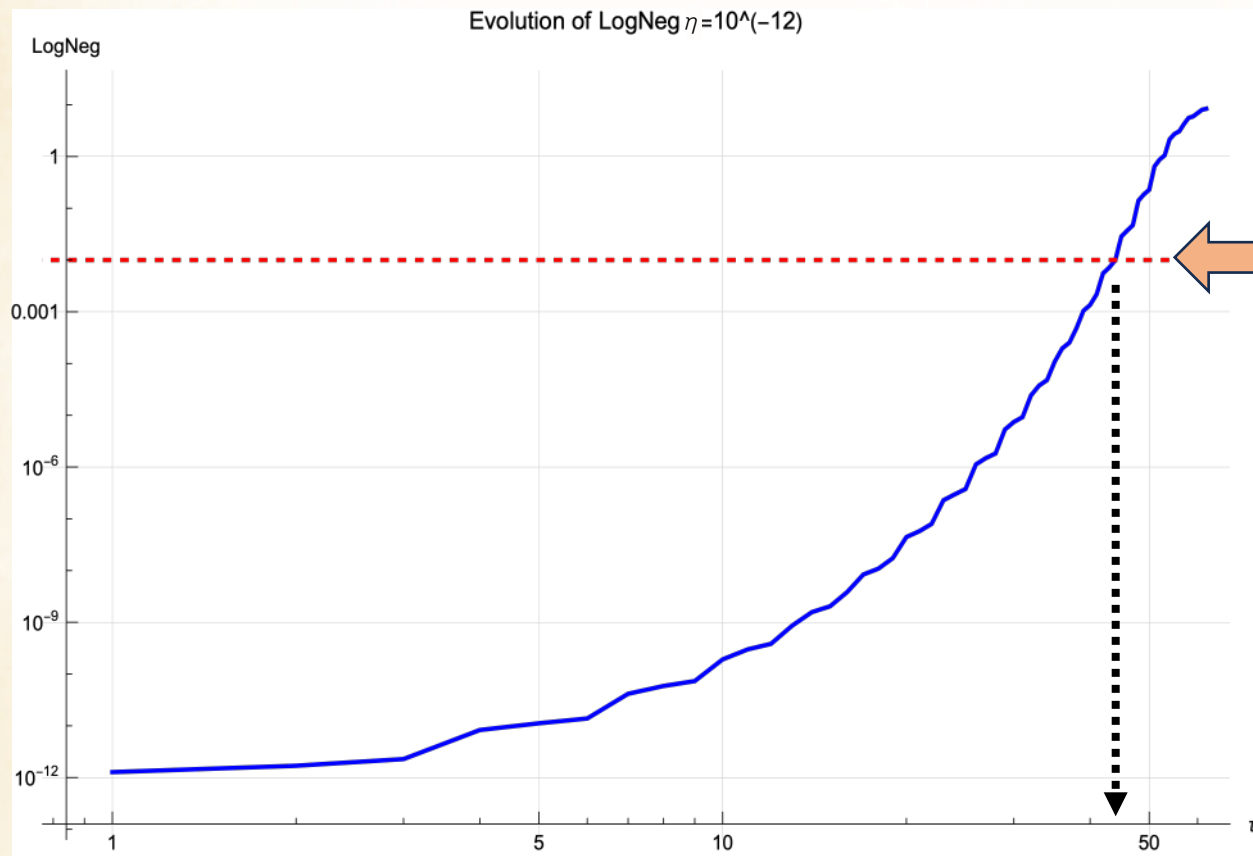
マシユー振動子の波動関数の広がり


$$X(\tau) \sim P(\tau) e^{\mu_I \tau}$$
$$E_N(\tau) \sim \eta \int d\tau' e^{2\mu_I \tau'}$$
$$\Rightarrow E_N(\tau) \propto \eta e^{2\mu_I \tau}$$

波動関数の広がり $\Rightarrow$ 位相の違い $\Rightarrow$ エンタングルメント

Result

エンタングルメントが検出可能なレベルまで成長する時間



検出可能なエンタングルメントの目安：

$$E_{\mathcal{N}} \geq 0.01$$

BMV実験提案の
3秒に比べて
圧倒的に速い！

$$\tau = 44 \rightarrow 0.044 \text{ [s]}$$

$$\omega = 1 \text{ kHz}$$

Table of Contents

1. Introduction

2. Model

3. Results

4. Environmental Decoherence

5. Conclusion



Environmental Decoherence

- ・デコヒーレンス・散逸(線形ダンピング)の影響を加える

散逸率 γ

$$\frac{d^2 \hat{X}_i}{d\tau^2} + \gamma \frac{d\hat{X}_i}{d\tau} + [a - 2q \cos(2\tau)] \hat{X}_i + \eta \hat{X}_j = \xi_i(\tau), \quad (i, j \in \{1, 2\}, i \neq j)$$

環境ランダムノイズ

$$\langle \hat{\xi}_i(\tau) \rangle = 0, \quad \langle \hat{\xi}_i(\tau) \hat{\xi}_j(\tau') \rangle = \mu \delta_{ij} \delta(\tau - \tau')$$

係数 μ の値で
ノイズの大きさが変化

Environmental Decoherence

+モード、-モードで方程式を分離： $\xi_{\pm} = (\xi_1 \pm \xi_2)/\sqrt{2}$

$$\frac{d^2 \hat{X}_{\pm}}{d\tau^2} + \gamma \frac{d\hat{X}_{\pm}}{d\tau} + \left[(a \pm \eta) - 2q \cos(2\tau) \right] \hat{X}_{\pm} = \xi_{\pm}(\tau)$$

変数変換でダンピング項をまとめる： $\hat{U}_{\pm}(\tau) = e^{\gamma\tau/2} \hat{X}_{\pm}(\tau)$

$$\frac{d^2 \hat{U}_{\pm}}{d\tau^2} + \left[\left(a \pm \eta - \frac{\gamma^2}{4} \right) - 2q \cos(2\tau) \right] \hat{U}_{\pm} = e^{\gamma\tau/2} \xi_{\pm}(\tau)$$

Environmental Decoherence

解は「ノイズなしの項」と「ノイズありの項」に分かれる

$$\begin{aligned}\hat{X}_{\pm}(\tau) &= e^{-\gamma\tau/2}[\hat{A}_{\pm} \tilde{C}_{\pm}(\tau) + \hat{B}_{\pm} \tilde{S}_{\pm}(\tau)] - \int_0^{\tau} ds G_{\pm}(\tau, s) \xi_{\pm}(s) \\ &\equiv \hat{D}_{\pm}(\tau) + N_{\pm}(\tau),\end{aligned}$$

ここで、

$$G_{\pm}(\tau, s) = \Theta(\tau - s) \frac{e^{-\gamma(\tau-s)/2}}{\tilde{W}_{\pm}} \left[\tilde{C}_{\pm}(\tau) \tilde{S}_{\pm}(s) - \tilde{S}_{\pm}(\tau) \tilde{C}_{\pm}(s) \right]$$

$$\tilde{S}_{\pm}(\tau) \equiv S(a \pm \eta - \gamma^2/4, q, \tau) \quad \tilde{C}_{\pm}(\tau) \equiv C(a \pm \eta - \gamma^2/4, q, \tau) \quad \tilde{W}_{\pm} = \tilde{C}_{\pm}(0) \frac{d\tilde{S}_{\pm}(0)}{d\tau}$$

Environmental Decoherence

例として、共分散行列の (1,1) 成分を計算

$$V_{11}(\tau) = \langle \hat{X}_1(\tau)^2 \rangle = \frac{1}{2} \left[\langle \hat{X}_+^2 \rangle + \langle \hat{X}_-^2 \rangle + \langle \hat{X}_+ \hat{X}_- \rangle + \langle \hat{X}_- \hat{X}_+ \rangle \right]$$

$\langle \hat{D}_\pm N_\pm \rangle$ の項は $\langle \xi_\pm(s) \rangle = 0$ より消えるので、

$$\langle \hat{X}_\pm^2 \rangle = \langle \hat{D}_\pm^2 \rangle + \langle N_\pm^2 \rangle,$$

$$\langle \hat{D}_\pm(\tau)^2 \rangle = e^{-\gamma\tau} \left[\tilde{C}_\pm(\tau)^2 \langle \hat{A}_\pm^2 \rangle + \tilde{S}_\pm(\tau)^2 \langle \hat{B}_\pm^2 \rangle + \tilde{C}_\pm(\tau) \tilde{S}_\pm(\tau) \langle \hat{A}_\pm \hat{B}_\pm + \hat{B}_\pm \hat{A}_\pm \rangle \right],$$

$$\langle N_\pm(\tau)^2 \rangle = \mu \int_0^\tau ds G_\pm(\tau, s)^2,$$

Environmental Decoherence

+ モードとーモードのクロスタームの期待値：

$$\langle \hat{X}_{\pm}(\tau) \hat{X}_{\mp}(\tau) \rangle = e^{-\gamma\tau} \left[\tilde{C}_{\pm} \tilde{C}_{\mp} \langle \hat{A}_{\pm} \hat{A}_{\mp} \rangle + \tilde{C}_{\pm} \tilde{S}_{\mp} \langle \hat{A}_{\pm} \hat{B}_{\mp} \rangle + \tilde{S}_{\pm} \tilde{C}_{\mp} \langle \hat{B}_{\pm} \hat{A}_{\mp} \rangle + \tilde{S}_{\pm} \tilde{S}_{\mp} \langle \hat{B}_{\pm} \hat{B}_{\mp} \rangle \right],$$

したがって、 $V_{11}(\tau)$ は、

$$\begin{aligned} V_{11}(\tau) = & \frac{e^{-\gamma\tau}}{2} \left\{ \tilde{C}_{+}^2 \langle \hat{A}_{+}^2 \rangle + \tilde{S}_{+}^2 \langle \hat{B}_{+}^2 \rangle + \tilde{C}_{+} \tilde{S}_{+} \langle \hat{A}_{+} \hat{B}_{+} + \hat{B}_{+} \hat{A}_{+} \rangle \right. \\ & + \tilde{C}_{-}^2 \langle \hat{A}_{-}^2 \rangle + \tilde{S}_{-}^2 \langle \hat{B}_{-}^2 \rangle + \tilde{C}_{-} \tilde{S}_{-} \langle \hat{A}_{-} \hat{B}_{-} + \hat{B}_{-} \hat{A}_{-} \rangle \\ & + \tilde{C}_{+} \tilde{C}_{-} \langle \hat{A}_{+} \hat{A}_{-} \rangle + \tilde{C}_{+} \tilde{S}_{-} \langle \hat{A}_{+} \hat{B}_{-} \rangle + \tilde{S}_{+} \tilde{C}_{-} \langle \hat{B}_{+} \hat{A}_{-} \rangle + \tilde{S}_{+} \tilde{S}_{-} \langle \hat{B}_{+} \hat{B}_{-} \rangle \left. \right\} \\ & + \frac{\mu}{2} \int_0^{\tau} ds \left[G_{+}(\tau, s)^2 + G_{-}(\tau, s)^2 \right]. \end{aligned}$$

Environmental Decoherence

同様に全ての成分を計算し、初期状態 $V(0) = \frac{1}{2}I_4$ と正準交換関係から、係数演算子の期待値を決める：

$$\langle \hat{A}_{\pm}^2 \rangle = \frac{1}{2 \tilde{C}_{\pm}(0)^2}, \quad \langle \hat{B}_{\pm}^2 \rangle = \frac{4 + \gamma^2}{8 \left(\frac{d\tilde{S}_{\pm}(0)}{d\tau} \right)^2}, \quad \langle \hat{A}_{\pm} \hat{B}_{\pm} \rangle = -\langle \hat{B}_{\pm} \hat{A}_{\pm} \rangle \frac{2i \pm \gamma}{4 \tilde{C}_{\pm}(0) \frac{d\tilde{S}_{\pm}(0)}{d\tau}},$$
$$\langle \hat{A}_+ \hat{A}_- \rangle = \langle \hat{A}_+ \hat{B}_- \rangle = \langle \hat{B}_+ \hat{A}_- \rangle = \langle \hat{B}_+ \hat{B}_- \rangle = 0.$$

$V_{11}(\tau)$ が求まった！

$$V_{11}(\tau) = \frac{e^{-\gamma\tau}}{16} \left\{ 4[\bar{C}_+(\tau)^2 + \bar{C}_-(\tau)^2] + (4 + \gamma^2)[\bar{S}_+(\tau)^2 + \bar{S}_-(\tau)^2] + 4\gamma[\bar{C}_+(\tau)\bar{S}_+(\tau) + \bar{C}_-(\tau)\bar{S}_-(\tau)] \right\}$$
$$+ \frac{\mu}{2} \int_0^\tau du e^{-\gamma(\tau-u)} \left\{ [\bar{C}_-(\tau)\bar{S}_-(u) - \bar{S}_-(\tau)\bar{C}_-(u)]^2 + [\bar{C}_+(\tau)\bar{S}_+(u) - \bar{S}_+(\tau)\bar{C}_+(u)]^2 \right\}.$$

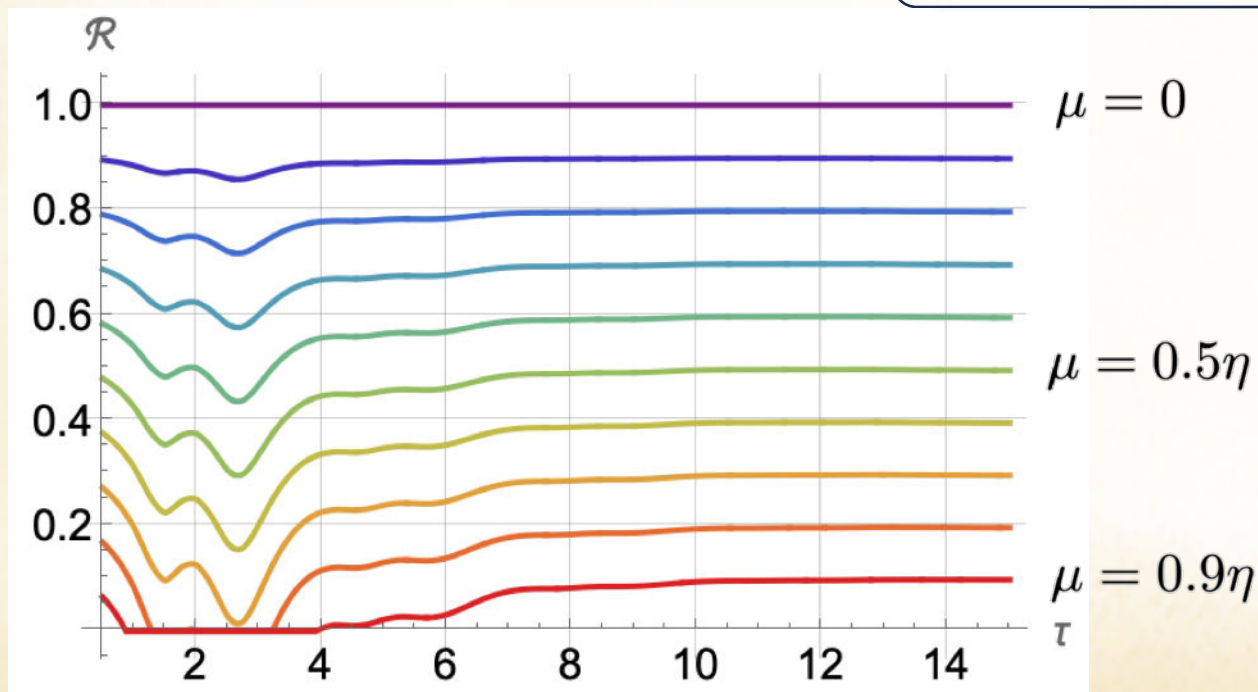
Environmental Decoherence

まずは、環境ランダムノイズの影響のみ考慮

$$\mathcal{R}(\tau) = \frac{E_{\mathcal{N}}|_{\mu}}{E_{\mathcal{N}}|_{\mu=0}}$$

← ノイズがいるとき

← ノイズがないとき



$\mathcal{R} = 1 - \mu/\eta$ に収束

$$E_{\mathcal{N}}(\tau \gg 1) \propto \eta - \mu$$

ノイズ下でエンタングルメントが
成長するための条件： $\eta > \mu$

Environmental Decoherence

次に、環境ランダムノイズ + 散逸（線形ダンピング）

不確定性関係を破らない範囲で散逸を導入。

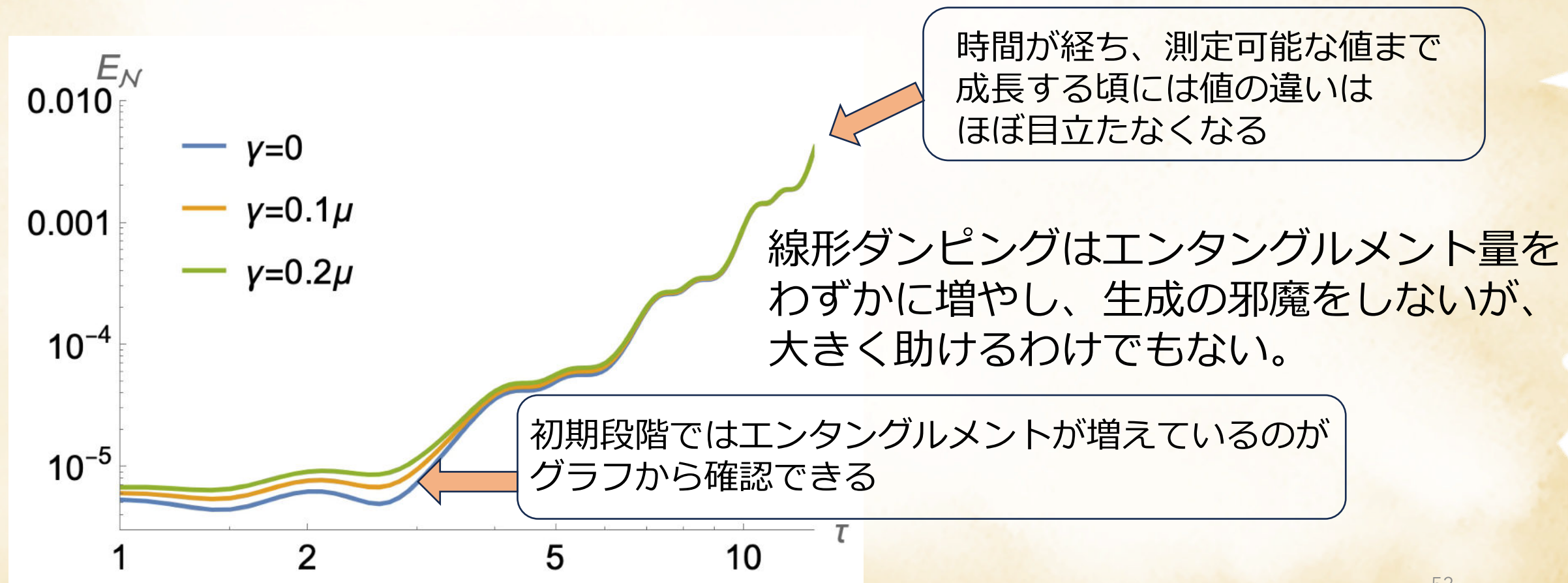


Table of Contents

1. Introduction

2. Model

3. Results

4. Environmental Decoherence

5. Conclusion



Conclusion

- 重力の量子的性質を実験的に検証する手法として、2つのマッシュー振動子が重力的に結合したモデルを考案した。
- 重力によるエンタングルメントの生成を評価するため、ログネガティビティを計算した。

結果

不安定領域ではエンタングルメントが急速に成長！
約**0.044**秒で測定可能なレベルに到達する。

➡ BMV提案（約**3**秒）に比べて大幅に高速である。

環境ランダムノイズの影響を加えた場合、
エンタングルメントが成長する条件は $\eta > \mu$ 。

不確定性関係を破らない範囲で線形ダンピングを導入すると
エンタングルメントがわずかに増えるが、
生成を大きく助けるわけでもない。